



## CÁLCULO: UMA PROPOSTA POSSÍVEL PARA O ENSINO MÉDIO

Carlos Rodrigues da Silva<sup>1</sup>

Kelia Rodrigues de Queiroz Sousa<sup>2</sup>

**RESUMO:** O estudo do Cálculo Diferencial e Integral é considerado um dos conteúdos matemáticos mais influentes no desenvolvimento científico e tecnológico do momento. Atualmente, esse conteúdo é muito abordado nos cursos superiores, nas áreas de ciências da natureza, engenharias e tecnologias. Sua importância se dá por sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento. Porém, quando se trata do ensino desse conteúdo, no ensino médio, infelizmente ele se torna pouco valorizado. Desse modo, o que se propõe aqui é a inserção do conteúdo de cálculo no Ensino Médio, visto como uma opção viável, desde que abordado de forma contextualizada.

**PALAVRAS- CHAVE:** Matemática. Cálculo. Ensino médio.

### CALCULUS: A POSSIBLE PROPOSAL FOR HIGH SCHOOL

**ABSTRACT:** The study of differential and Integral Calculus is considered one of the most influential mathematical content in current scientific and technological development. Currently, this content is very discussed in upper courses in the areas of natural sciences, engineering and technologies. Its importance is due to its applicability in diverse areas of knowledge. But when it comes to the teaching of this content in high school unfortunately this becomes unappreciated. Thus, what we are proposing here is the insertion of the content of calculus in high school, which we see as a viable option, since it dealt with contextualized way.

**KEYWORDS:** Mathematics. Calculus. High School

---

<sup>1</sup> Bacharel em matemática pela UFG; mestre em matemática pela UNB e doutor em matemática (geometria diferencial) pela UNB. Atualmente é professor Adjunto IV na UFMT/Campus Universitário do Araguaia. E-mail: [carlosro@ufmt.br](mailto:carlosro@ufmt.br)

<sup>2</sup> Licenciada em matemática pela UFU, especialista em Ciências da Natureza pela UFMT e professora na Escola Estadual Marechal Eurico Gaspar Dutra, em Barra do Garças- MT. Discente do Mestrado Profissionalizante em Matemática – PROFMAT/ UFMT. E-mail: [kelia.rodrigues@ibest.com.br](mailto:kelia.rodrigues@ibest.com.br)



## INTRODUÇÃO

Não se pode negar a importância da matemática para o homem moderno, por isso, o seu ensino deve ser objeto de estudo da ciência, tendo como base principal a necessidade de se construir, reconstruir e perpetuar os conhecimentos produzidos por ela, que tem como função social capacitar indivíduos para resolverem problemas.

Temos o cálculo como uma das grandes ferramentas da matemática, e vem sendo desenvolvido desde Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.) até chegar a Newton (1642 – 1727) e Leibniz (1646 – 1716). Dada tamanha importância, devemos tratar da conveniência de incluí-lo no ensino médio, devido ao fato de sua relevância na resolução de problemas.

Embora alguns livros de ensino médio incluam alguns conceitos do cálculo entre seus tópicos, ainda são muito pouco ensinados e entende-se que descartar o cálculo no ensino médio é grave, pois está deixando de lado uma componente relevante para a formação do aluno, no contexto do ensino atual, que contribui, de maneira expressiva, para o resgate do conhecimento no campo da matemática e suas ramificações.

É importante salientar que inserir o cálculo no ensino médio não é tarefa fácil, isso porque o entendimento de novas simbologias é complicado para boa parte dos alunos.

Para Lopes

[...] em todos os países, educadores e matemáticos buscam encontrar métodos que visem facilitar o entendimento do Cálculo por parte dos estudantes. Muito tem se conseguido, mas é importante dizer que nenhuma fórmula mágica foi encontrada até hoje. (LOPES, *apud* MACHADO,2002 p.14):

Deve, então, haver uma proposta de incentivo aos alunos, procurando métodos que facilitem o entendimento da disciplina, que, se apresentada convenientemente, pode ser gratificante, haja vista as interessantes aplicações da derivada em resolução de problemas, tais como máximos e mínimos, estudo de crescimento de populações, velocidade instantânea, entre outros. Acredita-se que, inserindo o cálculo no ensino médio, fazendo com que o aluno entre em contato com a disciplina, mais cedo, diminuiria a grande taxa de evasão dos cursos superiores que têm como base fundamental o cálculo.



Sabe-se que o cálculo é de fundamental importância para os cursos de matemática, engenharia, física, ciências da computação, entre outros. Sendo assim, devemos levá-lo mais a sério, porque os alunos desses cursos entram nas universidades sem estarem devidamente preparados, causando, então, um índice alarmante de desistências e reprovações.

### **É POSSÍVEL ESTUDAR CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO?**

Antes de tudo cabe destacar que a maior parte do território do lugar-matriz das dificuldades de aprendizagem do ensino superior Cálculo encontra-se no ensino básico. A evitação / ausência das ideias e problemas construtores do Cálculo no ensino básico de matemática constitui, efetivamente, o maior obstáculo de natureza epistemológica do ensino de Cálculo, e porque não dizer do próprio ensino de matemática. É incompreensível que o Cálculo, conhecimento tão importante para a construção e evolução do próprio conhecimento matemático, não participe do ensino de matemática. O cálculo é, metaforicamente falando, a espinha dorsal do conhecimento matemático. (REZENDE, 2003, p. 13)

O ensino-aprendizagem de matemática tem sido motivo de diversas discussões, desde o ensino fundamental ao ensino superior. Grande parte dos alunos, frequentemente, demonstra dificuldades na compreensão dos conceitos matemáticos fundamentais. Muitos deles não encontram sentido ou aplicação dos conteúdos abordados em sala de aula. Essas dificuldades não se limitam apenas aos conceitos básicos, uma vez que os conteúdos dessa disciplina se encadeiam, e é necessária a compreensão de uns para o aprendizado dos assuntos seguintes. Para Ávila (1993), o que necessitamos é de uma mudança, principalmente no que diz respeito à linguagem matemática, pois, segundo o autor “[...] a linguagem não motiva ninguém, ideias, sim”.

Um questionamento plausível é: limites, derivadas e integrais são assuntos viáveis ao entendimento de um aluno do Ensino Médio? Se considerar o Cálculo com toda sua linguagem formal, simbólica, seus teoremas e demonstrações, definições e todo o seu rigor, a resposta a esse questionamento seria negativa, pois esses conteúdos repletos de detalhes exigem conhecimentos específicos que ainda não são do domínio de um estudante nessa fase



de escolaridade. Contudo, o ensino de elementos de Cálculo Diferencial e Integral no ensino médio é algo que está ao alcance dos alunos, desde que não seja cheio de formalismos, como nos cursos superiores.

Preparar o aluno, a partir do primeiro ano do ensino médio, para que obtenha esse conhecimento é de suma importância, pois tal conteúdo se encontra altamente conexo com a ciência moderna, bem como com a exploração de competências e habilidades matemáticas que podem ser desenvolvidas pelos próprios alunos.

Em seu artigo “Cálculo no segundo Grau”, o professor Roberto Costallat Duclos (DUCLOS, 1992) defende o cálculo no ensino médio, desde que seja apresentado de maneira conveniente. Segundo o autor, o Cálculo, ao contrário de ser difícil, é muito gratificante, porque traz ideias inovadoras, pelo poder e pelo alcance de seus métodos.

Observa-se com isso que tem faltado aos alunos do ensino médio uma base adequada de conhecimento, para que possam chegar às universidades, podendo mostrar níveis de aprovação satisfatórios. Para tanto, deve-se fazer uma reformulação na matemática do ensino médio, visto que o que temos hoje parece insuficiente para que se tenha uma educação de excelência.

Nesse sentido, propõe-se aqui que se deixem para trás aqueles conteúdos programáticos que são bem extensos e que se faça, então, uma mudança, no que diz respeito ao ensino da matemática no ensino médio, inserindo a problemática do limite, derivada e integral. Logicamente que se devem mostrar algumas aplicações, para que o aluno perceba o quanto interessante pode ser se dedicar ao estudo dessa disciplina.

Ávila (1991) destaca que a justificativa de parte dos professores, de que os programas de matemática são extensos e não comportariam a inclusão do cálculo é um equívoco. Segundo o autor, os programas estão mal estruturados. Para ele, os professores insistem em exercer programas longos, com conteúdo fragmentados e sem significados. Em sua opinião, aproveitar o tempo com o ensino das noções básicas do Cálculo e suas aplicações seria mais proveitoso.

Dessa forma, a matemática poderia tornar-se muito prazerosa de ser aprendida. Com isso, pode-se dar início a um processo de mudanças na visão que os alunos têm da matemática, entendendo-a não mais como algo difícil e distante, mas que está presente e é



indispensável na vida cotidiana de cada um de nós. Assim, entende-se que estudar cálculo no ensino médio é um desafio possível de ser realizado.

De fato, a ausência das ideias e problemas essenciais do Cálculo no ensino básico de matemática, além de ser um contra-senso do ponto de vista da evolução histórica do conhecimento matemático, é, sem dúvida, a principal fonte dos obstáculos epistemológicos que surgem no ensino superior de Cálculo. Assim, fazer emergir o conhecimento do Cálculo do “esconderijo forçado” a que este está submetido no ensino básico é, sem dúvida, o primeiro grande passo para resolvermos efetivamente os problemas de aprendizagem no ensino superior de Cálculo. [...] (REZENDE, 2003, p. 402).

Desenvolvido há cerca de 300 anos por Newton e Leibniz, o cálculo é uma das ferramentas matemáticas mais utilizadas pelas ciências para reduzir a complexidade de problemas diversos. Atualmente, esse conteúdo é muito abordado nos cursos superiores, nas áreas de ciências da natureza, engenharias e tecnologias. Sua importância acontece por sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento. Ávila (1991) comenta:

É claro que a introdução da derivada deve ser acompanhada de várias de suas aplicações. Uma delas, tão útil e necessária nos cursos de Física, diz respeito à Cinemática. Não há dificuldades no estudo do movimento uniforme, ou seja, com velocidade constante. Mas ao passar adiante, desassistido da noção de derivada, o professor de Física faz uma ginástica complicada para apresentar o movimento uniformemente variado. E as coisas seriam bem mais simples para ele e muito mais compreensíveis para o aluno se esse ensino fosse feito à luz da noção de derivada, interpretada como velocidade instantânea. (ÁVILA. 1991, p.4)

A ideia intuitiva para o cálculo de áreas, aplicado por Arquimedes, é o processo que introduz o conceito de integral e que pode ser utilizado no Ensino Médio:

Para calcular a área sob o gráfico, podemos raciocinar da seguinte maneira: vamos subdividir o intervalo considerado em muitos pequenos intervalos, suficientemente pequenos [...]. Assim, em cada um dos pequenos intervalos, uma fatia da área que buscamos pode ser calculada como se fosse um pequeno retângulo; depois, para se ter a área procurada, basta somar as áreas de todos os retangulinhos. (MACHADO, 2008, p.3)



Dessa forma intuitiva, o conceito de integral pode ser trabalhado na educação básica, de modo a ampliar os conhecimentos dos alunos em relação à aplicabilidade da matemática.

## CÁLCULO NO ENSINO SUPERIOR

É comum existirem, nos vários cursos superiores, disciplinas que acabam por se tornar símbolos do curso, em parte, devido à sua dificuldade, em parte, devido ao fato de serem formas de conhecimento bem diferentes daqueles a que os alunos estão acostumados. Devido à sua complexidade, essas disciplinas representam um desafio para os alunos. Assim, eles acabam por considerar justificável o insucesso nelas, e os professores consideram os altos índices de reprovação como natural, fazendo com que achem desnecessário qualquer reflexão sobre os problemas enfrentados na disciplina.

Nos cursos de Ciências Exatas e Tecnologias, a disciplina que mais reúne essas características é a disciplina que primeiro apresenta o aluno ao Cálculo Diferencial e Integral, normalmente conhecida como Cálculo I. Diversos estudos têm mostrado que o ensino de Matemática, em vários cursos superiores de universidades brasileiras, padece do mesmo mal: a falta de conexão entre o que é estudado em sala de aula com a realidade do aluno, ou seja, os professores não enfatizam a aplicabilidade dos conteúdos estudados, tanto para o curso de graduação quanto para a futura vida profissional dos estudantes. Segundo Bathelt, (apud FERRUZZI 2003, p.30)

[...] a insatisfação de alunos e professores sobre os resultados escolares nessa ciência, indica que existem problemas sobre sua prática de ensino e aprendizagem que precisam ser encarados. A Matemática tem sido trabalhada nas escolas como um amontoado de regras procedimentos mecânicos a serem decorados e, oportunamente, utilizados. Trabalhados dessa forma seus conteúdos decorados não têm qualquer significado prático ou teórico para a vida dos alunos.

No caso específico do Cálculo Diferencial e Integral, tratá-lo de forma desconexa em relação às outras disciplinas do curso, sem contextualização, torna o aprendizado cansativo e sem propósitos. Alia-se a esse fato a forma desestimulante como muitos professores da disciplina ministram seus cursos, apresentando problemas prontos e acabados que exigem do



aluno apenas a aplicação de alguma técnica previamente decorada ou memorizada e não o raciocínio crítico em torno do problema que está sendo proposto, eliminando do processo de ensino-aprendizagem um fator fundamental: a criatividade e o prazer.

Pode-se observar que o índice de reprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é creditado à dificuldade que os acadêmicos encontram até mesmo nas operações básicas em matemática, apresentando um número considerável de desistências e um razoável número de reprovações.

Um dos grandes desafios no ensino superior de matemática ainda é, sem dúvida, o tão propalado “fracasso no ensino de Cálculo”. Creio que, se investigarmos a origem histórica de tal “fracasso”, verificaremos que este tem início desde o momento em que se começa a ensinar Cálculo (REZENDE, 2003, p.1)

Rezende destaca os índices relativos à UFF – Universidade Federal Fluminense. Segundo ele, “[...] a variação do índice de não aprovação se encontra na faixa de 45% a 95%, sendo que para o Curso de Matemática este não é inferior a 65%”. Essa situação não é particular de uma universidade ou outra, pois os índices também são semelhantes, por exemplo, na Universidade Federal de Santa Maria – UFSM.

Molon (2013) realizou uma pesquisa sobre o índice de não aprovação nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral, no período de 2009 a 2012, na UFSM e constatou que foram efetuadas 3457 matrículas. Desse total, 1447 alunos foram aprovados. O índice geral de não aprovação nesse período foi de 58,14%.

Os índices de não aprovação nas disciplinas de cálculo na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), no Campus Universitário do Araguaia (CUA), também são alarmantes. Foram analisados os cursos do ICET (Instituto de Ciências Exatas e da Terra): Agronomia, Engenharia de Alimentos, Ciências da Computação, Licenciatura em Matemática, Licenciatura em Química, Licenciatura em Física e Engenharia Civil, num período de dois anos, 2012 e 2013.

No primeiro semestre de 2012, o número de alunos que não obtiveram sucesso na disciplina de Cálculo I foi de 60 alunos de um total de 93 matrículas, e o índice geral de não aprovação nesse período foi de 64,5%. No mesmo período, na disciplina de Cálculo II, foram





matriculados 93 alunos, dos quais 49 alunos foram aprovados, totalizando 47% de não aprovações.

Já no primeiro semestre de 2013, houve 71,5% de não aprovações na disciplina de Cálculo I, sendo que, dos 91 alunos matriculados, apenas 26 foram aprovados. No mesmo período, na disciplina de Cálculo II, foram matriculados 84 alunos, dentre os quais 28,5% foram não aprovados.

A partir desses dados, podemos observar que o insucesso dos alunos nas disciplinas de Cálculo é elevado e, infelizmente, o aluno já chega à universidade com grandes dificuldades. Então, deve-se repensar como é trabalhada a matemática no ensino médio, visto que o aluno não está sendo preparado devidamente para adentrar o ensino superior e, conseqüentemente, entender a disciplina de Cálculo.

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A disciplina de Cálculo é responsável por um grande número de reprovações e desistências de alunos, nos cursos de graduação, uma vez que, ao ingressarem em um curso superior, na área das Ciências Exatas e Tecnologia, se deparam com atividades muitas vezes sem contextualização e sem a construção das ideias fundamentais para a compreensão da disciplina em questão.

Nesse sentido, propõe-se avaliar a possibilidade e a necessidade da inserção das noções intuitivas do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, ainda no primeiro ano. Ao deixar de trabalhar essas ideias se perde a possibilidade de ampliar o conhecimento dos estudantes e de mostrar a aplicação dos conceitos matemáticos que estão presentes no seu dia a dia.

Entende-se que uma maior atenção à aplicação, à experimentação e à visualização dos conceitos matemáticos nessa fase da escolaridade, pode reverter o quadro de dificuldades e altos índices de reprovação nas disciplinas de Cálculo no Ensino Superior. A inclusão do Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, de forma contextualizada, pode ser uma das formas de se reverter tal quadro. Assim, em longo prazo, os alunos que ingressarem no Ensino Superior, nas disciplinas de Cálculo, terão condições melhores de compreender os conceitos





necessários e, então, os índices de não aprovação nessas disciplinas e outras relacionadas, poderão deixar de ser tão altos.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, Geraldo. **O ensino de Cálculo no 2º grau**. In: Revista do Professor de Matemática, n° 18. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1991.

ÁVILA, Geraldo. **O ensino da matemática**. In: Revista do Professor de Matemática, n° 23. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1993.

DUCLOS, Robert Costallat. **Cálculo do 2º grau**. In: Revista do Professor de Matemática, n.20. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 1992, p.26-30.

FERRUZZI, Elaine Cristina. **A modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos superiores de tecnologia**. 2003, 154 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas) – Florianópolis, UFSC.

MACHADO, Luiz Elpídio de Melo. **O hipertexto na aprendizagem do cálculo diferencial e integral**. 2002, 94p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção e Sistemas). Florianópolis: UFSC.

MACHADO, Nilson José. **Cálculo Diferencial e Integral na Escola Básica: possível e necessário**. São Paulo: USP, 2008.

MOLON, Jaqueline. **Cálculo no ensino médio: uma abordagem possível e necessária com auxílio do software Geogebra**. Rio Grande do Sul: UFSM, 2013.195p.

REZENDE, W.M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. Tese de Doutorado. São Paulo: FE-USP, 2003.