

IDENTIFICANDO O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO DE ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE TRIÂNGULOS

IDENTIFYING THE GEOMETRIC KNOWLEDGE OF STUDENTS IN THE 6th YEAR OF FUNDAMENTAL EDUCATION ABOUT TRIANGLES

Franklin Fernando Ferreira Pachêco¹

 ORCID iD: [0000-0002-4600-2103](https://orcid.org/0000-0002-4600-2103)

Andreza Santana da Silva²

 ORCID iD: [0000-0001-9675-3557](https://orcid.org/0000-0001-9675-3557)

Jailson Cavalcante de Araújo³

 ORCID iD: [0000-0002-5936-7072](https://orcid.org/0000-0002-5936-7072)

Jaelson Dantas da Silva⁴

 ORCID iD: [0000-0002-8108-8758](https://orcid.org/0000-0002-8108-8758)

RESUMO

Esse trabalho teve por objetivo identificar o nível de conhecimento geométrico de alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental sobre triângulos caracterizados pelas medidas dos comprimentos de seus lados (equilátero, escaleno e isósceles). Para isso, adotou-se a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. Participaram dessa investigação 26 alunos de uma escola pública municipal, localizada em uma cidade pertencente à Zona da Mata Norte do Estado de Pernambuco. O instrumento de coleta dos dados consistiu em um teste com quatro questões envolvendo os níveis de compreensão 1 (visualização ou reconhecimento) e 2 (análise) da teoria de Van Hiele. Os resultados indicaram que os alunos não apresentaram dificuldades no reconhecimento dos triângulos se adequando às características do nível 1 (visualização ou reconhecimento). No que tange à identificação das propriedades dessas figuras, ora os alunos acertam todas, ora parcialmente e, em alguns casos, erram totalmente. De acordo com o nível 2 (análise), esses alunos estão progredindo dentro das características desse nível, ou seja, se aperfeiçoando quanto a esse saber.

Palavras-chave: Triângulos. Pensamento Geométrico. Teoria de Van Hiele.

¹ Doutorando e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC-UFPE). Pesquisador independente. Endereço para correspondência: Rua João Ribeiro do Egito, 5, Cohab, São Vicente Férrer, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 55860-000. E-mail: pacheco.franklin9@gmail.com.

² Doutoranda e Mestre em Educação Matemática Tecnológica (EDUMATEC – UFPE). Pesquisadora independente. Endereço: Rua Vidal de Negreiros, 284, São José, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 50020-480. E-mail: andrezass19@hotmail.com.

³ Doutorando e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC-UFPE). Pesquisador independente. Endereço para correspondência: Sítio Abreu, 240, Zona Rural, Ferreiros, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 55880-000. E-mail: jailsoncavalcantel@hotmail.com.

⁴ Especialista no ensino de Matemática (UNOESTE). Professor de matemática do Sesc Pernambuco. Rua Clara Gomes de Freitas, 26, Centro, Condado, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 55940-000. E-mail: jaelsondantas1989@gmail.com

ABSTRACT

This work aimed to identify the level of geometric knowledge of students in a class of the 6th year of elementary school on triangles characterized by measures of the lengths of their sides (equilateral, scalene and isosceles). For this, Van Hiele's theory of the development of geometric thought was adopted. 26 students from a municipal public school, located in a city belonging to the Zona da Mata Norte of the State of Pernambuco participated in this investigation. The data collection instrument consisted of a test with four questions involving the levels of understanding 1 (visualization or recognition) and 2 (analysis) of Van Hiele's theory. The results indicated that the students had no difficulties in recognizing the triangles, adapting to the characteristics of level 1 (visualization or recognition). Regarding the identification of the properties of these figures, sometimes the students get them all right, sometimes partially and, in some cases, completely miss. According to level 2 (analysis), these students are progressing within the characteristics of that level, that is, improving their knowledge.

Keywords: Triangles. Geometric Thinking. Van Hiele's Theory.

1 INTRODUÇÃO

A geometria plana é um conhecimento presente nas propostas curriculares de Matemática durante toda a Educação Básica. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), mais recente documento de orientação curricular, propõe que esse conhecimento nos anos iniciais do Ensino Fundamental se baseie com mais ênfase na percepção visual, na exploração de localização e no reconhecimento de figuras geométricas (planas e espaciais) a partir de suas propriedades, semelhanças e diferenças (BRASIL, 2018).

Para os anos finais do Ensino Fundamental, a BNCC sugere que o “ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas” (BRASIL, 2018, p. 272). Nessa etapa de escolaridade, o conhecimento geométrico, também, é destacado pela sua aproximação com a álgebra, iniciado nos anos iniciais, e pela realização de demonstrações simples, contribuindo para “a formação de um tipo de raciocínio importante para a matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo” (BRASIL, 2018, p. 272).

No Ensino Médio, última etapa da educação básica, o estudo da geometria se situa em “interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras” (BRASIL, 2018, p. 527). Outra característica que se destaca no Ensino Médio, segundo a BNCC, se trata em propor para os processos de ensino e de aprendizagem a criação e resolução de situações-

problema interligando diversos conteúdos da Matemática, e aplicando a conceitos próprios da geometria a exemplo da congruência e semelhança (BRASIL, 2018).

Por ser um conteúdo explanado ao longo da Educação Básica, entende-se que a geometria plana é um conhecimento relevante para a construção do saber matemático na formação do cidadão, pois está presente nas situações diversas do cotidiano do ser humano e interliga-se em outras áreas do saber (artes, arquitetura, etc.) (PACHÊCO; SANTOS, 2014).

Nessa perspectiva, apesar da vasta abrangência desse conhecimento, a presente investigação se deteve apenas a olhar para a geometria nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa escolha se configurou pelo fato de Martins (2008) destacar que nessa etapa de escolaridade é interessante que as situações vivenciadas pelos alunos estimulem seu pensamento geométrico levando-os a uma melhor percepção do espaço físico, facilitando a aprendizagem de abstrações e evolução de habilidades para resoluções de problemas.

Dentre os vários conteúdos geométricos, optou-se pelo estudo das figuras planas triangulares. A escolha pelo tipo de figura se refere ao fato de que pesquisadores (BOVI; LÜBECK, 2013; PACHÊCO; SANTOS, 2014) desenvolveram estudos sobre esse conteúdo nos anos finais do Ensino Fundamental e evidenciaram que, apesar de vivenciado nos anos iniciais, alguns alunos apresentam limitações em reconhecimento e descrição dos elementos (propriedades) que os compõem.

Mediante os resultados expressos dessas vivências, a presente pesquisa se deteve em responder o seguinte questionamento: Em que nível de conhecimento geométrico uma turma de alunos do 6º ano do Ensino Fundamental se enquadra de acordo com a teoria de Van Hiele, referente às figuras triangulares caracterizadas pelas medidas dos comprimentos de seus lados (equilátero, escaleno e isósceles)?

Nesse sentido, essa investigação concebeu como objetivo central identificar, sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, o nível de conhecimento geométrico de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental referente às figuras planas triangulares caracterizadas pelas medidas dos comprimentos de seus lados (equilátero, escaleno e isósceles). A escolha desse público alvo, participantes voluntários de uma escola pública situada na Zona da Mata Norte do estado de Pernambuco, se refere ao fato de estar na transição dos anos iniciais para os anos finais desta etapa de escolaridade.

Para o processo de análise e identificação dos conhecimentos geométricos dos alunos, no que concerne aos triângulos, aplicou-se uma atividade composta por quatro questões estruturadas com as características do nível 1 (visualização ou reconhecimento) e nível 2 (análise) à luz da teoria de Van Hiele. Esse aporte teórico proposto pelo casal Van Hiele permite

verificar, analisar, identificar e propiciar o desenvolvimento do conhecimento geométrico de pessoas, as quais apresentam ou não lacunas de saber referentes à geometria. A devida teoria é composta por propriedades, fases de aprendizagens e níveis de compreensão.

As fases de aprendizagens possibilitam a partir da interação entre aluno e professor, por meio de aplicabilidade de atividades e outros, propiciar com maior detalhamento a evolução do raciocínio geométrico. Já os níveis de compreensão viabilizam conhecer o saber que o indivíduo possui relacionado a algum conteúdo associado à geometria, em especial às figuras planas.

Como o foco dessa investigação é identificar por meio de uma atividade com quatro questões o nível de conhecimento geométrico dos alunos pesquisados, usou-se os níveis de compreensão como método de discutir e categorizar os resultados da pesquisa, e não as fases⁵ de aprendizagens.

A seguir é exposta a fundamentação teórica, na qual se evidencia as ideias de diversos pesquisadores e a teoria supracitada, de modo que contemple o objeto de estudo. Posteriormente, são descritos os procedimentos metodológicos, seguidos pelas análises de resultados, considerações finais e, por fim, as referências que serviram de suporte para a elaboração da presente pesquisa.

2 UMA DESCRIÇÃO SOBRE AS FIGURAS TRIANGULARES E A TEORIA DE VAN HIELE

Os triângulos são figuras geométricas bem conhecidas pelos alunos. Lima e Carvalho (2010) apontam que eles servem de suporte para a construção de muitas figuras estudadas em geometria, além de serem ricos em propriedades. Segundo eles, “a definição de triângulo é muito conhecida. Tomamos três pontos A, B e C, que não pertençam a uma mesma reta e os ligamos pelos três segmentos de reta AB, BC e CA. A reunião dos três segmentos é o que se chama um triângulo” (p. 153).

Os triângulos podem ser caracterizados por meio das “medidas de seus lados e ângulos internos. De acordo com a medida de seus lados podem ser classificados em equilátero, escaleno e isósceles. Quanto aos ângulos, podem ser denominados em acutângulos, obtusângulos ou retângulos” (SILVEIRA, 2015, p. 226).

⁵Para utilização das fases de aprendizagens, como método para discutir os resultados, seria necessária uma vivência (minicurso, sequência didática ou outro) com os alunos, por exemplo. Mas a presente pesquisa, aplicou apenas uma atividade, na busca de identificar os conhecimentos geométricos sobre as figuras triangulares, sem querer interferir nos saberes prévios dos participantes.

Apesar da relevância de um estudo sobre os triângulos classificados quanto aos seus ângulos internos⁶, a pesquisa se detém apenas em analisar os conhecimentos geométricos dos alunos referentes aos triângulos caracterizados pelas medidas dos comprimentos de seus lados⁷ (equilátero, escaleno e isósceles).

A opção pela investigação dessa classificação de triângulos se trata por serem os mais usuais pelos professores no ambiente da sala de aula nos anos iniciais e no 6º ano serem umas das primeiras figuras exploradas na abordagem de conhecimentos geométricos. Portanto, são objetos matemáticos relevantes para explorá-los por estarem presentes no decorrer do processo de transição de escolaridade.

No que concerne ao estudo de triângulos no âmbito da Educação Matemática, Bovi e Lübeck (2013) investigaram os conhecimentos geométricos de alunos do 8º ano ao construírem diversos triângulos por meio do GeoGebra, *software* de Geometria dinâmica. Segundo os autores, o uso do *software* permitiu dinamizar e facilitar a compreensão de alunos para se construir as figuras triangulares.

Pachêco e Santos (2014) se apoiaram na teoria de Van Hiele para analisar os conhecimentos geométricos que possuíam alunos de uma turma do 7º ano por meio da aplicação de um teste contendo duas questões. A primeira questão solicitava que os alunos reconhecessem as figuras triangulares pela sua aparência, sem mencionar as propriedades. Já a segunda propôs que eles assinalassem alternativas que correspondessem às propriedades das figuras triangulares. Por meio desse estudo foi possível verificar que os alunos investigados possuíam conhecimentos geométricos referentes ao nível 2 da análise. Tais níveis serão discutidos mais profundamente nos parágrafos a seguir, dedicados à discussão do nosso aporte teórico.

A teoria de Van Hiele foi estruturada por dois educadores holandeses, Dina Van Hiele e Mario Van Hiele. Eles desenvolveram um modelo teórico e metodológico que permite analisar, verificar, identificar e categorizar os conhecimentos geométricos de indivíduos que estão investigando saberes relacionados à geometria plana.

Como descrito anteriormente, essa teoria é composta pelos níveis de compreensão (*Nível 1* - visualização, *Nível 2* - análise, *Nível 3* - dedução informal, *Nível 4* - dedução formal e o *Nível 5* - rigor) e pelas fases de aprendizagem (*Fase 1* - Questionamento, *Fase 2* - Orientação

⁶ Triângulo acutângulo é aquele que tem todos três ângulos internos com as medidas menores que 90º graus; Triângulo retângulo possui um ângulo com a medida de 90º; Triângulo obtusângulo tem um ângulo com medida maior que 90º.

⁷ Triângulo equilátero é aquele que possui todas as medidas de comprimentos de lados congruentes; Triângulo isósceles pode ser caracterizado como aquele que possui duas medidas de comprimentos de lados congruentes; Triângulo escaleno é aquele que possui todas as medidas de comprimentos de lados distintas.

Direta, *Fase 3* - Explicitação, *Fase 4* - Orientação Livre, *Fase 5* - Integração), e suas propriedades⁸. Apesar da relevância das fases de aprendizagens, o objeto e foco dessa investigação se respalda na identificação e categorização dos conhecimentos geométricos, por isso adotou-se unicamente os cinco níveis de compreensão.

Atualmente, no Brasil, a teoria de Van Hiele serve como aporte para o professor organizar e elaborar suas aulas, assim como, conhecer os conhecimentos geométricos de seus alunos. Em outras palavras, essa “teoria passou a ser utilizada como um guia de aprendizagem, servindo também para avaliar as habilidades dos alunos na área da geometria” (PACHÊCO; PACHÊCO, 2017, p. 52).

Subsidiados pela relevância da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele, autores como Alves e Sampaio (2010), Heinen e Basso (2015), Oliveira e Leivas (2016) e Costa (2016) desenvolveram seus estudos com alunos nos anos finais do ensino fundamental. Os resultados evidenciaram que alguns alunos apresentavam lacunas relativas ao estudo das figuras planas (polígonos). Outro ponto relevante se trata de ressaltar que esse aporte teórico pode ser usado como um facilitador para o trabalho docente na busca de criar estratégias metodológicas para o processo de ensino na geometria plana.

O Quadro 01 resume as ideias de Alves e Sampaio (2010) do que venha a ser os níveis de compreensão da teoria de Van Hiele.

Níveis de Compreensão	Características
Visualização ou reconhecimento (Nível 1)	<ul style="list-style-type: none"> - Reconhece visualmente uma figura geométrica; - Tem condições de aprender o vocabulário geométrico; - Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura.
Análise (Nível 2)	<ul style="list-style-type: none"> - Identifica as propriedades de uma determinada figura; - Não faz inclusão de classes.
Dedução informal ou Ordenação (Nível 3)	<ul style="list-style-type: none"> - Já é capaz de fazer inclusão de classes; - Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra.
Dedução Formal (Nível 4)	<ul style="list-style-type: none"> - É capaz de fazer provas formais; - Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
Rigor (Nível 5)	<ul style="list-style-type: none"> - É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas; - É neste nível que as geometrias não-euclidianas são compreendidas.

Quadro 01: Níveis de compreensão da teoria de Van Hiele.

Fonte: Alves e Sampaio (2010, p. 70).

De acordo com o quadro, Alves e Sampaio (2010) caracterizam os níveis de compreensão em: *Nível 1* (visualização ou reconhecimento) é considerado o mais básico, no

⁸Esse texto não discutiu o elemento propriedades da teoria.

qual se enquadram os indivíduos que reconhecem figuras a partir de sua aparência, sem o uso de quaisquer propriedades. Um exemplo, é reconhecer que uma figura quadrilátera possui quatro lados e ângulos internos e externos, sem especificar suas propriedades ou caracterizá-la no momento do reconhecimento.

O trabalho do reconhecimento de figuras por meio da aparência é muito explorado nos anos iniciais, sendo a partir dele que o pensamento geométrico começa a se desenvolver, ou seja, “as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades” (BRASIL, 1997, p. 82).

O *nível 2* (análise) é demarcado pela descrição e associação das propriedades às figuras geométricas. Desse modo, indivíduos que se situam nessa categorização ao visualizarem um triângulo equilátero, por exemplo, salientam que ele concebe três lados e três ângulos congruentes.

Já no *nível 3* (Dedução informal ou Ordenação), segundo Alves e Sampaio (2010), as pessoas em situação de aprendizagem são capazes de fazer inclusão de classes de distintas figuras geométricas. Por exemplo, identificar quais propriedades são semelhantes entre o losango e o retângulo (*Semelhanças*: possuem quatro lados e quatro ângulos internos. *Diferenças*: os comprimentos dos lados são distintos, ou seja, enquanto no losango todos os comprimentos dos lados são congruentes, no retângulo apenas dois a dois comprimentos de lados são iguais). De acordo com esses autores, nessa categorização os alunos não fazem demonstrações formais, apenas acompanham uma prova formal identificando as diferenças nas propriedades das figuras geométricas.

O *nível 4* (dedução formal) é demarcado pelo fato de os participantes realizarem provas formais mediante figuras geométricas planas, assim como, raciocinarem em um sistema matemático completo. Pachêco e Silva (2017) exemplificam ser possível demonstrar que um quadrilátero pode ser formado pelo caso Lado Lado Lado (LLL).

No *nível 5* (Rigor) se enquadram aqueles indivíduos que realizam comparações de diferentes axiomas. Nesse nível, as geometrias não euclidianas são compreendidas, a exemplos da geometria hiperbólica e elíptica.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

A presente pesquisa foi desenvolvida com 26 alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal situada na Zona da Mata Norte do Estado de

Pernambuco. Para conservar a identidade dos alunos, adotamos para as suas denominações as nomenclaturas de A1 à A26.

O instrumento responsável pela produção dos dados se trata de um teste que contemplou quatro questões envolvendo os níveis 1 (visualização ou reconhecimento) e 2 (análise) da teoria de Van Hiele. A primeira questão, conforme expõe a figura 01, abordou as características do Nível 1. Ela objetivou o reconhecimento, pelos alunos, dos triângulos por meio de sua aparência, sem uso de propriedades, mediante um conjunto de figuras poligonais e não poligonal.

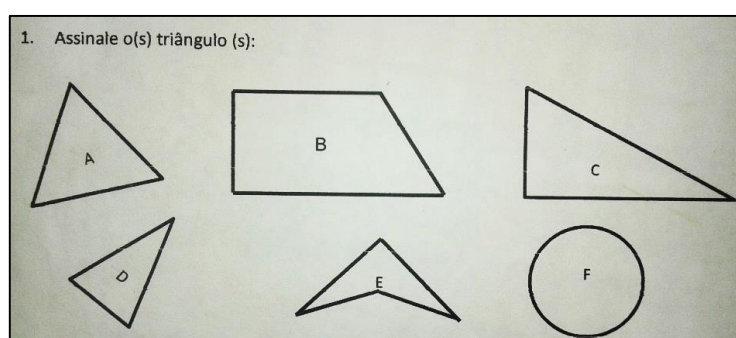


Figura 01: Primeira questão
Fonte: Silva e Pachêco (2017, p.6).

Como resposta correta para esta questão, se espera que os alunos assinalem as figuras A, C e D como sendo triângulos. Os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco - (PERNAMBUCO, 2012) propõem que nessa etapa de escolaridade os alunos devem saber “reconhecer e nomear polígonos considerando o número de lados (triângulo, quadrilátero, pentágono, hexágono, octógono etc.)” (p. 94).

A figura E se trata de um quadrilátero que a visualmente se apresenta em formato de triângulo. Como nos anos iniciais o estudo das figuras é designado, a princípio, pelo reconhecimento de suas formas, e posteriormente por suas propriedades, acredita-se que esse quadrilátero não seja assinalado como um triângulo. No que tange à figura F, espera-se que nenhum aluno a assinale, haja vista que a sua própria aparência não estimula a associá-la a uma figura triangular.

A segunda questão, exposta por meio da figura 02, abrangeu as características do Nível 2 (análise) e teve como propósito que os alunos realizassem a identificação das propriedades do triângulo equilátero.

2. Sobre o Triângulo Equilátero:
 I - Possui lados congruentes;
 II - Possui pelo menos um ângulo de 90°;
 III - Possui pelo menos um lado com medida diferente;
 IV - Todos os ângulos tem mesma medida;

Estão corretas as afirmações:

(A) I E II (B) III E IV (C) II E IV (D) I E IV (E) II E III

Figura 02: Segunda questão
 Fonte: Elaborado pelos autores.

Considerando as afirmações, se esperava que fosse assinalada a alternativa D, pois ela contempla as propriedades referentes ao triângulo equilátero. Já as alternativas A, B e C compõem os acertos parciais, pois em ambas são propostas pelo menos uma propriedade correta da figura em estudo. Apesar dessas alternativas corresponderem a 50% de acertos, esperava-se que os alunos não as marquem, pois nesse ciclo de escolaridade compreende-se que eles concebiam que “as figuras geométricas são caracterizadas por suas propriedades” (PERNAMBUCO, 2012, p. 93).

A terceira questão contemplou as características do Nível 2 (análise) objetivando que os alunos realizassem a identificação das propriedades do triângulo escaleno, conforme expõe a figura 03.

3. Sobre o triângulo escaleno:
 I- Possui todos os lados congruentes;
 II- Concebe os ângulos internos congruentes;
 III- Concebe três lados não congruentes;
 IV- Possui três ângulos internos não congruentes.

É correto o que se afirma em:

(A) I e II (B) I, II e III (C) II, III e IV (D) I e III (E) III e IV

Figura 03: Terceira questão
 Fonte: Elaborado pelos autores.

Nesta questão do teste, esperava-se que os alunos assinalassem a alternativa E, no qual contempla as duas proposições que correspondem às propriedades do triângulo escaleno. As alternativas B, C, e D apresentam acertos parciais e, desse modo, deseja-se que essas alternativas não sejam assinaladas.

A quarta questão, apresentada a partir da figura 04, foi desenvolvida por meio do Nível 2 (análise) e teve o intuito que os alunos identificassem as propriedades do triângulo isósceles.

4. Sobre o triângulo isósceles

I- Concebe dois lados congruentes;

II- Concebe três ângulos internos congruentes;

III- Possui os três lados congruentes;

IV- Possui dois ângulos internos congruentes.

É correto o que se afirma em:

(A) I e II (B) I, II e III (C) II, III e IV (D) I e III (E) I e IV

Figura 04: Quarta questão

Fonte: Elaborado pelos autores.

Esperamos que os alunos assinalem a alternativa E, pois ela abrange as duas proposições corretas referentes à figura solicitada. As alternativas A, B, C e D, todas apresentam acertos parciais quanto às propriedades do triângulo isósceles. Nesse contexto, se espera que não sejam assinaladas, visto que é mencionado em Pernambuco (2012) que alunos nesse ciclo de escolaridade concebem conhecimentos geométricos relativos às propriedades das figuras geométricas planas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As análises dos resultados estão expostas em dois momentos: inicialmente analisou-se o teste por completo, identificando o quantitativo de erros, acertos totais e parciais. No segundo momento, categorizou-se os dados por questões, ou seja, com um olhar mais detalhado sobre as respostas presentes nos protocolos. Em ambos os momentos, usou-se dados quantitativos na busca de elencar o total de alunos que se enquadravam nos níveis 1 e 2 (visualização e análise, respectivamente) da teoria de Van Hiele, no que se refere ao estudo com triângulos.

No primeiro momento, realizou-se a análise de maneira geral. Por meio desse procedimento, identificou-se os conhecimentos geométricos dos alunos sobre as figuras geométricas triangulares. Para isso, se considerou a categorização da seguinte maneira: *Acertaram completamente o teste* (para os alunos que responderam as quatro questões corretas); *Acertaram parcialmente o teste* (alunos que não acertaram todas as questões do teste, ou seja, se enquadram nessa categoria os alunos que acertam uma, duas ou três questões do teste, mas não as quatro); *Erraram completamente o teste* (alunos que erraram todas as questões do teste), e, por fim, temos, *Não responderam o teste* (alunos que deixaram o teste sem respostas). Os resultados dessas categorizações estão expressos por meio da tabela 01.

	Acertaram completamente o teste	Acertaram parcialmente o teste	Erraram completamente o teste	Não responderam o teste
Quantitativo de alunos	15	11	0	0
Percentual de alunos	57,7%	42,3%	0%	0%

Tabela 01: Resultado de maneira geral do teste

Fonte: Dados da pesquisa

Com base nos resultados da tabela 01, têm-se que 15 alunos (57,7%) acertaram completamente o teste, ou seja, se enquadram no nível 2 (análise) de compreensão da teoria de Van Hiele.

Aos 11 alunos (42,3%) que acertaram parcialmente o teste, se conclui que eles apresentam maiores facilidades na questão 1, a qual corresponde ao nível 1, sobre o reconhecimento das figuras triangulares pela sua aparência.

Nas questões 2, 3 e 4 foi solicitado que os alunos identificassem as propriedades dos triângulos classificados quanto às medidas de comprimento de seus lados. Os resultados evidenciam que houve uma maior fragilidade de conhecimento. Essas questões contemplavam as características do nível 2 (análise) da teoria de Van Hiele e isso propicia que nessa etapa de escolaridade, esses alunos ainda não estavam apropriados por completo das propriedades dessas figuras triangulares.

De acordo com os resultados expostos na tabela 01, não houve indícios de testes com ausência de respostas ou que apresentasse erros totais. A partir dessa perspectiva, pode-se enfatizar com base nos níveis de compreensão da teoria de Van Hiele que os alunos participantes dessa investigação possuem conhecimentos geométricos quanto ao reconhecimento e identificação das propriedades das figuras triangulares.

No que se refere à categorização por questão, discute-se a princípio o objetivo de cada uma mencionando sua descrição e após elucida-se os resultados dos alunos obtidos a partir dos protocolos. Nesse momento, ainda, se faz a comparação entre a análise prévia realizada nos procedimentos metodológicos, com os resultados expostos nos protocolos dos alunos.

Para tanto, adotou-se os seguintes critérios para categorizar o teste por questão: na primeira questão usou-se *reconheceram todos os triângulos* (alunos que acertaram todos os triângulos), *reconheceram parcialmente os triângulos* (alunos que acertaram apenas um ou dois triângulos dentre o conjunto de três, sendo eles, equilátero, isósceles e escaleno), *não*

reconheceram (alunos que não reconheceram nenhum dos triângulos, ou seja, deixaram de assinalar os triângulos e consideraram outras figuras não triangulares).

Já as questões dois, três e quatro que dizem respeito à identificação das propriedades dos triângulos equilátero, escaleno e isósceles, adotou-se os seguintes critérios: *identificaram todas as propriedades* (alunos que assinalaram a alternativa que contempla as propriedades corretas do triângulo), *acertaram parcialmente as propriedades* (alunos que assinalaram a alternativa que contemplava apenas uma ou duas propriedades de cada triângulo), e, por fim, *erraram todas as propriedades* (alunos que assinalaram a opção que não contemplava nenhuma das propriedades de cada triângulo).

A primeira questão objetivou que os alunos reconhecessem, sem precisar caracterizar, os triângulos (equilátero, isósceles e escaleno) em meio às diversas figuras planas, pois as propostas curriculares salientam que nessa etapa de escolaridade alunos do 6º ano são capazes de “classificar triângulos quanto às medidas dos lados (escaleno, equilátero e isósceles) e dos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo)” (PERNAMBUCO, 2012, p. 94).

Analisando os protocolos, verificou-se que todos os 26 alunos (100%) responderam a primeira questão. Entretanto, constatou-se que apenas 18 alunos (69,23%) reconheceram todos os triângulos. Em relação aos acertos parciais, verificou-se que 8 alunos (30,77%) não reconheceram os três triângulos (A, C e D). Os protocolos analisados evidenciaram que todos os alunos assinalaram algum triângulo, pelo menos, e, por meio disso, tem-se que nenhum dos alunos deixou o teste branco.

Mediante os 26 protocolos analisados sob o olhar do nível 1 (visualização) da teoria de Van Hiele, percebe-se que os participantes se enquadram em suas características, pois reconheceram todas as figuras triangulares presentes no instrumento. Os alunos que acertaram parcialmente, assinalando apenas um ou dois triângulos entre os três, estão progredindo seus conhecimentos geométricos. Apresentamos na figura 05 o protocolo do aluno A13 que realizou o reconhecimento total dos triângulos.

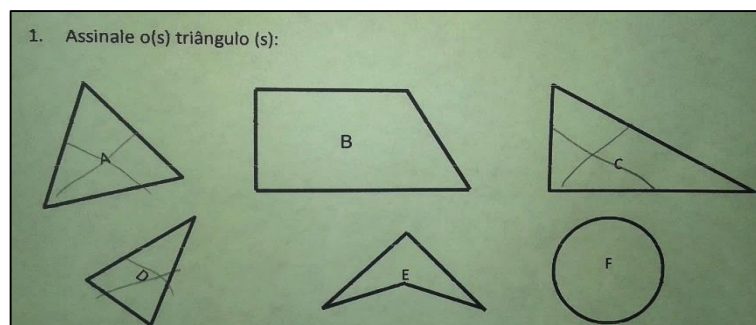


Figura 05: Reconhecimento total dos triângulos
Fonte: Protocolo A13.

Como mencionado na nossa análise prévia, os alunos em sua grande maioria acertaram totalmente a questão, não assinalando a alternativa E. Dos que acertaram parcialmente a questão, enfatiza-se que nenhum deles assinalou a figura E.

Já na segunda questão, diferentemente da anterior, contemplou o nível 2 (análise) da teoria de Van Hiele. Apresentada por meio da figura 06, ela objetivou que os alunos identificassem as propriedades do triângulo equilátero, diante de outras opções que não estavam relacionadas com suas características.

Verificou-se que 15 alunos (57,70%) identificaram todas as propriedades do triângulo equilátero. Referente aos erros totais, constatou-se que 2 alunos (7,69%) não identificaram suas propriedades. Quanto aos acertos parciais, 9 alunos (34,61%) não identificaram todas as propriedades dessa figura, ou seja, assinalaram aquelas alternativas que apresentavam apenas uma proposição correta sobre a figura selecionada, conforme expõe a figura 06.

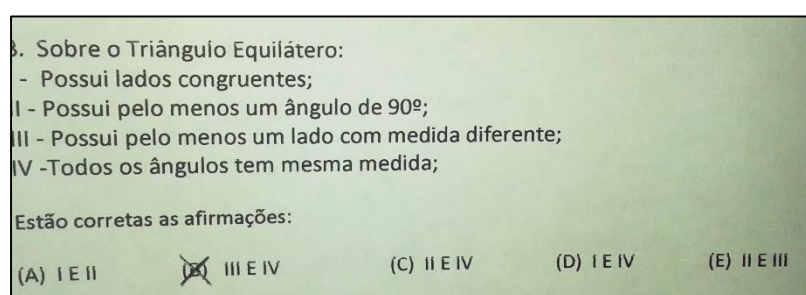


Figura 06: Identificação parcial das propriedades do triângulo equilátero
Fonte: Protocolo A17.

Fazendo-se um paralelo com a análise prévia, verificou-se que não se esperava que 9 alunos (34,61%) acertassem parcialmente a questão, mas obtivessem acertos totais. Entre esses 9, 5 alunos (19,23%) assinalaram a alternativa C, enquanto 4 alunos (15,38%) marcaram B. Além disso, esperava-se, também, que nenhum aluno cometesse erro total na presente questão.

A terceira questão teve o intuito de que os alunos identificassem as propriedades do triângulo escaleno. Analisando os protocolos, constatou-se que 2 alunos (7,69%) erraram todas as identificações de suas propriedades. Parcialmente, 10 alunos (38,46%) identificaram as propriedades, ou seja, assinalaram alguma alternativa que continha proposição falsa a respeito da figura geométrica em estudo. Por fim, 14 alunos (53,85%) identificaram todas as propriedades do triângulo escaleno, como expõe o protocolo do A11, na figura 07.

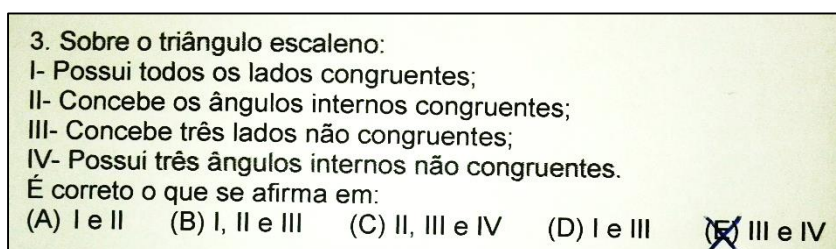


Figura 07: Identificação total das propriedades do triângulo escaleno
Fonte: Protocolo A11.

Esperava-se que os alunos assinalassem a alternativa E, não apresentando acertos parciais ou erros totais. Apesar disso, com base nos protocolos analisados, constatou-se que 10 alunos (38,46%) conceberam acertos parciais, um quantitativo excedente ao da questão 2. Entre eles, notou-se que 2 alunos (7,69%) assinalaram a alternativa D e que 8 alunos (30,76%) marcaram a letra A, a qual abrangia as propriedades do triângulo equilátero.

A quarta questão do teste visou que os alunos identificassem as propriedades do triângulo isósceles mediante diversas proposições falsas e verdadeiras. De acordo com a análise nos protocolos, tem-se os seguintes dados: Um total de 11 alunos (42,31%) identificaram as suas propriedades parcialmente, ou seja, marcaram opções que continham alguma proposição falsa. No que se refere ao acerto total, 15 alunos (57,70%) identificaram todas as propriedades do triângulo isósceles.

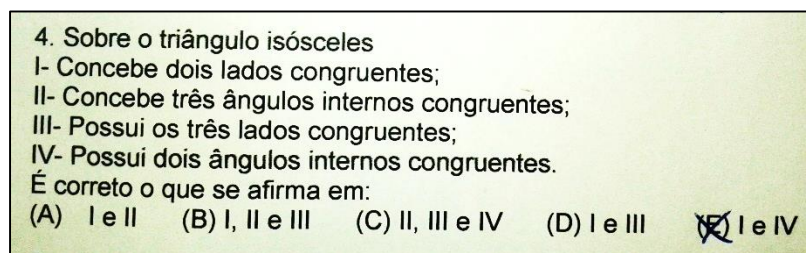


Figura 08: Identificação total das propriedades do triângulo isósceles
Fonte: Protocolo A19.

Antes das análises dos resultados, esperava-se que os alunos marcassem a alternativa E. Porém, ao realizar a análise dos protocolos verificou-se que 11 alunos (42,31%) identificaram parcialmente as suas propriedades, isto é, 3 participantes (11,53%) denominaram a letra A como correta, enquanto a alternativa D foi determinada pela marcação de 8 alunos (30,76%).

Diante das respostas expostas nos protocolos dos 26 alunos (100%), mediante o estudo das figuras triangulares, constatou-se sob a ótica da teoria de Van Hiele que esses participantes não apresentam dificuldades quanto ao reconhecimento dos triângulos, com base no nível 1 (visualização). No que tange à identificação das propriedades dessas figuras, ora os alunos acertam todas, ora parcialmente e em alguns casos erram totalmente. Nesse sentido, de acordo com o nível 2 (análise) da teoria de Van Hiele, esses alunos investigados estão progredindo dentro das características desse próprio nível, ou seja, se aperfeiçoando quanto a esse saber.

Os resultados dessa investigação assemelham-se aos da pesquisa de Pachêco e Santos (2014), no qual os alunos apresentaram maiores fragilidades para resolver questões relacionadas às propriedades das figuras triangulares, algo que não ocorreu no reconhecimento por meio de sua aparência. Verificou-se que dentre um total de 26 alunos, menos de 50% apresentaram acertos parciais e erros totais.

Espera-se que essa pesquisa, que integra um conjunto de estudos no âmbito da educação matemática, propicie aos professores uma maior reflexão de possíveis erros que podem ser frequentes por alunos nas aulas de geometria, em especial, ao se estudar as figuras triangulares. Que tais erros sirvam de ponto de partida para a elaboração e execução de sequências de ensino que visem a diminuição das dificuldades dos alunos frente a esse objeto.

5 CONSIDERAÇÕES

Para contemplar o objeto de estudo dessa investigação que se deteve em identificar sob a ótica da teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele o nível de conhecimento geométrico de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental referente às figuras planas triangulares caracterizadas pelas medidas dos comprimentos de seus lados (equilátero, escaleno e isósceles), aplicou-se um teste com quatro questões estruturado e sendo analisado à luz da teoria supracitada.

Os resultados analisados nos protocolos dos alunos evidenciam que eles reconheceram apenas visualmente as figuras ao invés de identificar suas propriedades. Apesar de se enquadrarem nos níveis 1 e 2 (visualização ou reconhecimento e análise), constata-se que estes apresentam conhecimentos geométricos que podem ir além do nível 2 (análise).

Os resultados do presente trabalho mostram com ênfase que a devida temática deve ser fonte de novas investigações para se diminuir lacunas existentes no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Diante disso, sugere-se que estudos futuros abordem o reconhecimento de triângulos ou de outras figuras planas por meio de materiais manipulativos, tais como, o tangram. Recomenda-se, também, o uso de *softwares* educativos, a exemplo do Appreniti Géomètre 2, GeoGebra, Cabri-Géomètre, e outros que auxiliem na construção do conhecimento geométrico, nos variados níveis de escolaridade. Considerando a relevância da geometria nos contextos educacional e social, propõe-se que outros trabalhos sejam realizados sob a ótica da teoria de Van Hiele acerca desta temática (geometria plana) com alunos e professores e que não façam apenas o diagnóstico das dificuldades, mas busquem meios de intervir sobre elas.

Nessa pesquisa, entendemos que o instrumento (teste) aplicado para os alunos se tornou limitado por não nos permitir explorar com mais ênfase seus conhecimentos em relação ao objeto matemático. Por ser um teste de múltipla escolha não propiciou uma maior reflexão de conhecimentos por parte dos estudantes nas atribuições de escolhas corretas. Sobre isso, sugerimos que próximos estudos se apoiem no uso de atividades abertas no qual os participantes possam explicar quais estratégias matemáticas adotaram para as resoluções.

REFERÊNCIAS

ALVES, G. S.; SAMPAIO, F. F. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, n.5 (2010), pp. 69 – 76.

BRASIL, S. E. F. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática/** Secretária de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF,1997. 142 p.

BRASIL, S. E. F. **Base Nacional Curricular Comum - BNCC.** Brasília, 2018, p.600.

BOVI, R. C. A. de; LÜBECK, M. **O software GeoGebra aplicado ao estudo dos Triângulos.** Foz do Iguaçu, 2013.

COSTA, A. P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental:** um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

HEINEN, L.; BASSO, M. V. A. **Geometria nos anos iniciais**: uma proposta de ensino-aprendizagem usando geometria dinâmica. 2015. 32 f. Curso de Especialização em Matemática, mídias digitais e didática para Educação Básica. Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134112>. Acesso em 08/07/2017.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. Geometria. In: CARVALHO, J.B.P.F. **Coleção Explorando o Ensino**: Matemática, v. 17. Brasília, MEC, 2010, p. 135 – 166.

MARTINS, L. F. **Motivando o ensino da Geometria**. 2008. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Educação Matemática) – Curso de pós-graduação especialização em educação matemática, Universidade do Extremo Sul Catarinense- Unesc, Criciúma, 2008.

PACHÊCO, F. F. F.; PACHÊCO, G. F. Geometria plana: um estudo sobre o quadrado com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental sob a ótica da Teoria de Van Hiele. **Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**, [S.l.], n. 33, p. 50-57, mai. 2017. ISSN 2447-9187. Disponível em: <http://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1047>. Acesso em: 04 Mar. 2019.

PACHECO, F. F. F.; SANTOS, M. R. MODELO DE VAN HIELE: Um estudo acerca dos triângulos com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. **Anais... XII Congresso Internacional de Tecnologia na Educação**. Recife, 2014.

PACHÊCO, F. F. F.; SILVA, A. D. P. R. O PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA: um estudo sob a ótica da teoria de Van Hiele. In: **Anais... XV Congresso Internacional de Tecnologia na Educação**, 2017, RECIFE: SENAC, 2017. v. 1.

PERNAMBUCO, S. **Parâmetros Curriculares de Matemática para a Educação Básica do e Pernambuco**. Recife: SEDUC, 2012.

OLIVEIRA, M. T.; LEIVAS, J. C. P. Visualização e Representação com suporte na Teoria de Van Hiele. **Ciência e Natura**, Santa Maria v.39, nº 1, 2017, jan-abr, p.108-117. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/23170/pdf>. Acesso em 06/11/2019.

SILVA, A. D. P. R.; PACHÊCO, F. F. F. RECONHECENDO FIGURAS PLANAS POR MEIO DE SUA FORMA: um estudo sobre triângulos e quadrados com alunos do 5º ano do ensino fundamental à luz da teoria de Van Hiele. In: **Anais... XV congresso internacional de tecnologia na educação**. Recife: SENAC, 2017. v. 1.

SILVEIRA, Ê. **Matemática**: compreensão e prática. 3ª edição. São Paulo - SP, 2015.

Submetido em: 20 de novembro de 2019.

Aprovado em: 25 de fevereiro de 2020.