

TEORIA DOS JOGOS: UMA ATIVIDADE DE TOMADA DE DECISÃO NO CONTEXTO DO PROGRAMA RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA

GAME THEORY: A DECISION-MAKING ACTIVITY IN THE CONTEXT OF THE PEDAGOGICAL RESIDENCE PROGRAM

Wellinton Angi Valin de Souza¹ ORCID iD: [0000-0002-3682-5421](https://orcid.org/0000-0002-3682-5421)Mazílio Coronel Malavazi² ORCID iD: [0000-0002-0264-1202](https://orcid.org/0000-0002-0264-1202)

RESUMO

A Teoria dos Jogos (TJ) é conhecida como Ciência da Estratégia, por estudar o comportamento de agentes em um processo de tomada de decisão com base na racionalidade. Atualmente, a TJ tem aplicações em diversas áreas, sendo algumas delas o Ensino e a Educação. Buscando contribuir com a inserção da TJ na Educação Básica (EB), adaptou-se uma atividade da literatura e aplicou-se no Programa Residência Pedagógica da UFMT – Sinop. Essa atividade desenvolveu-se com apoio em um cenário no qual os participantes tomam decisões em uma disputa pelo mercado consumidor. Neste artigo, os resultados da atividade são discutidos e comparados com a literatura, além dos aspectos pedagógicos, levando-se em conta a possibilidade de inserção da TJ na EB por meio de seus conceitos e de conteúdos curriculares atuais, como matriz e porcentagem. Na questão pedagógica, extraiu-se a opinião dos participantes sobre a atividade com um questionário aberto, evidenciando que a atividade e a TJ têm potencial para serem aplicadas na EB. Finalmente, observa-se que, na inserção da TJ na EB, não se pretende ter apenas mais uma Teoria Matemática para o extenso currículo escolar e sim favorecer a compreensão das relações envolvidas em situações de jogo e, com suporte nelas, fomentar a construção de estratégias para o processo de tomada de decisão.

Palavras-chave: Educação Básica. Ensino. Prática Docente. Situação Problema.

ABSTRACT/ RESUMEN

The Game Theory (GT) is known as Strategy Science, for studying the behavior of subjects during a decision making process based on rationality. Currently, GT has applications in several areas, including teaching and education. Seeking to contribute to the insertion of GT in Elementary Education (EE), an activity of the research literature was adapted and applied to the Pedagogical Residency Program at UFMT - Sinop. This activity was developed with support in a scenario in which the participants make decisions in a dispute for the consumer market. In this paper, the results of the activity are discussed and compared on the basis of the research literature, in addition to the pedagogical aspects, taking into consideration the possibility of insertion of GT in EE through its concepts and current curricular contents, such as matrix and percentage. In the pedagogical matter, the participants' opinion about the activity was collected by an open questionnaire, showing that the activity and GT have potential to be applied in EE. Finally, it is observed that, in the insertion of GT in EE, it is not intended to have just one more Mathematical Theory for the extensive school curriculum, but to promote the

¹ Graduando de Ciências Naturais e Matemática – Física, Licenciatura da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Endereço: Rua dos Antúrios, 581, A, Jardim Celeste, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78556-629. E-mail: welliton-a.s@hotmail.com.

² Doutor em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Docente na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Endereço: Av. Alexandre Ferronato, 1200, Setor Industrial, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP 78550-728. E-mail: mazilio@hotmail.com.

understanding of the relationships involved in game situations and, with support in them, to encourage the construction of strategies for the decision making process.

Keywords: Elementary Education. Teaching. Teaching Practice. Problem Solving Situation.

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Sartini et al. (2004), James Waldegrave (1684–1741) realizou, no século XVIII, a análise de um jogo de cartas (*Le Her*) e propôs uma solução utilizando diferentes estratégias. Em 1838, Antoine Augustin Cournot (1801–1877) desenvolveu o conhecido Duopólio de Cournot que, em poucas palavras, consiste em uma empresa escolher que quantidade de produtos produzir em relação à quantidade fornecida por seu concorrente, sendo que as escolhas feitas são simultâneas. Ernst Friedrich Ferdinand Zermelo (1871–1953) afirma que no jogo de xadrez, em cada etapa, pelo menos um jogador possui uma estratégia que o levará à vitória ou levará o jogo ao empate. Félix Édouard Justin Émile Borel (1871–1956) desenvolveu uma nova modelagem para as soluções minimax (mínimo–máximo), além de publicar alguns artigos sobre jogos estratégicos. John von Neumann (1903–1957) e Oskar Morgenstern (1902–1977) desenvolveram trabalhos com os jogos de soma zero, e formalizaram a Teoria dos Jogos (TJ), em 1944, no livro *Theory of Games and Economic Behavior*, sendo considerados pais dessa teoria matemática. John Forbes Nash Júnior (1928–2015) desenvolveu trabalhos com os jogos de soma não zero e criou o Equilíbrio de Nash, revolucionando as teorias econômicas; ao lado de John Charles Harsanyi (1920–2000) e Reinhard Selten (1930 – 2016), foi o ganhador do Prêmio Nobel de Economia de 1994 pelas contribuições com a TJ. Thomas Crombie Schelling (1921–2016) e Robert John Aumann (1930–) utilizaram a TJ na compreensão dos fenômenos de conflito e cooperação, sendo laureados com o Prêmio Nobel de Economia de 2005, caracterizando outra conquista advinda de desenvolvimento no campo da TJ.

Esses são apenas alguns personagens que se dedicaram ao estudo com a TJ, dentre os quais Neumann e Morgenstern são os mais famosos por formalizarem e nomearem a Teoria dos Jogos, e John Nash por ter ganhado o primeiro Prêmio Nobel da teoria e ter sua biografia reproduzida em um filme de Hollywood, em 2001 – *Uma Mente Brilhante*³ –, ganhador do Oscar de melhor filme daquele ano.

Mas, afinal, o que é a Teoria dos Jogos? De acordo com Sandroni (2008, p. 833),

³ Uma mente brilhante. Título Original: A Beautiful Mind. Direção: Ron Howard; Produção: Brian Grazer, Ron Howard, Todd Hallowell. Estados Unidos: Universal Pictures, DreamWorks SKG, Imagine Entertainment, 2002.

A Teoria dos Jogos pode ser considerada a ciência da estratégia. Sua missão é estabelecer, de modelos matemáticos e lógicos, a ação que os agentes (os jogadores) devem desenvolver para obter os melhores resultados tendo em vista a ação dos demais agentes.

Figueiredo (1994, p. 273) explica que a TJ analisa “situações onde o resultado da ação de indivíduos, grupo de indivíduos, ou instituições, depende substancialmente das ações dos outros envolvidos”. Uma definição menos abstrata é dada por Barrichelo (2017, p. 30):

A Teoria dos Jogos não se refere a videogames, nem mesmo à simulação de cenários em jogos de empresas. Utilizamos a palavra “jogos” porque um jogo possui exatamente essa característica – os jogadores buscam o melhor para si e há uma interdependência de estratégias que afetam o resultado final. Em outras palavras, várias decisões das nossas vidas se parecem com um jogo.

Portanto, ao discutir TJ, o jogo não se refere a um jogo de futebol, de voleibol, jogo de panela, jogo de cartas, jogo lúdico, entre outros, e sim a um jogo onde se leva em conta a racionalidade na tomada de decisão dos jogadores (grupos de pessoas, instituições), relativamente às possíveis estratégias a serem utilizadas por seu adversário.

A partir do que foi apresentado até aqui, pode-se imaginar que a TJ é restrita ao setor administrativo ou econômico. Porém ela vai muito além e, atualmente, possui aplicações em diversas áreas do conhecimento, como Biologia, Computação, Física, Sociologia, Psicologia, Ensino, entre diversas outras áreas.

Na área do Ensino, Souza e Malavazi (submetido) realizaram uma pesquisa do tipo Estado da Arte, em busca dos trabalhos em que a TJ está presente no contexto educacional brasileiro. Dentre os 32 trabalhos encontrados pelos autores, 13 deles buscam uma intervenção da TJ em sala de aula, seja por aplicação em sala de aula ou apenas como proposta de aplicação. Além disso, esses trabalhos propõem o ensino da TJ de diferentes formas, associada a conteúdos matemáticos presentes no currículo escolar, pois a TJ não se faz presente em documentos oficiais da educação básica, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Pela história recente da TJ, ela ainda não está inserida como conteúdo matemático na Educação Básica, porém diversos autores vêm propondo e aplicando, em sala de aula, atividades ou sequências didáticas sobre a TJ, a fim de dar subsídios para que futuramente essa teoria possa se tornar um conteúdo curricular. Um desses autores é Feliciano (2007), que aplica uma sequência didática focando no ensino da TJ e afirmando que propõe este assunto “com a intenção de tornar interessante o ensino, mostrando aos alunos um novo olhar para a

matemática, que se tornou tão distante de seu cotidiano, portanto, ‘desinteressante’, ‘inútil’ e ‘obsoleta’ ” (FELICIANO, 2007, p. 19).

Na defesa da inserção da TJ no currículo da Educação Básica, temos também Paganucci (2018), que propõe diversas atividades sobre a TJ com aplicabilidade de conteúdos atuais do currículo escolar, como equações de primeiro e segundo grau e sistemas lineares. Por fim, o autor afirma que

Há muito o que se desenvolver no Ensino da Matemática, mas pela Teoria dos Jogos ser uma fração do universo matemático responsável pelas escolhas e decisões das pessoas, poderia estar presente no currículo do Ensino Médio. Até que isso ocorra, a proposta a ser deixada é que o básico, apresentado nesse texto, seja difundido pelos profissionais dispostos a proliferarem um Ensino alternativo. (PAGANUCCI, 2018, p. 68).

Assim, visando contribuir para a inserção da TJ na Educação Básica, por meio do currículo escolar estabelecido ou da opção de um ensino alternativo por parte dos professores, teve-se por objetivo a elaboração de uma atividade envolvendo TJ e sua aplicação no contexto do Programa Residência Pedagógica da Universidade Federal de Mato Grosso, Câmpus de Sinop, do curso de Ciências Naturais e Matemática, Licenciatura, para uma turma de 22 participantes.

Esse artigo é fruto de um projeto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), intitulado “Elaboração de produto educacional para a inserção da Teoria dos Jogos na Educação Básica”. Esse projeto do PIBIC conta com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso (FAPEMAT) e é vinculado ao projeto de pesquisa “Modelagem Matemática para a Educação Básica e Formação de Professores”, da Universidade Federal de Mato Grosso, Câmpus Universitário de Sinop.

O restante do texto está estruturado com um breve quadro teórico, no qual são apontados alguns conceitos fundamentais da TJ, assim como algumas características dessa teoria como apresentadas nos documentos oficiais de educação. Posteriormente, constam os aspectos metodológicos do trabalho, em que é relatado o desenvolvimento da atividade e sua forma de aplicação. Na sequência, são descritos os resultados obtidos na atividade, feita a análise desses resultados e a comparação com os resultados da literatura; quanto aos aspectos pedagógicos, são analisados na perspectiva dos autores desse trabalho e na perspectiva dos participantes da atividade, esta última construída por meio de um questionário aberto respondido pelos participantes. Por fim, são feitas algumas considerações e a listagem do referencial bibliográfico consultado.

2 QUADRO TEÓRICO

2.1 Teoria dos Jogos

Não se pretende esgotar todo o assunto sobre TJ nesse espaço, por isso alguns aspectos importantes dessa teoria serão descritos sucintamente. Caso o leitor deseje conhecer mais a respeito, recomenda-se Fiani (2006), Marinho (2011) e Barrichelo (2017).

De acordo com Santos (2016), com pequenas adaptações, as definições mais básicas em TJ são: *jogo* é a modelagem de uma situação, fato ou evento contendo um processo de tomada de decisão por parte dos jogadores; *jogadores* são os agentes que participam do jogo; *jogada* é a decisão de cada jogador em uma determinada rodada do jogo; *rodada* é a etapa do jogo em que os jogadores devem tomar as decisões; *racionalidade* é um processo mental complexo, no qual o indivíduo estabelece relações entre os elementos do jogo; *estratégia* são as ações que cada jogador decide para alcançar seu *pay-off*; *pay-off* é a recompensa do jogo, o ganho, a conquista, o prêmio; *função utilidade* é o que dita as preferências de cada jogador, pois um mesmo prêmio pode ter utilidades diferentes para cada jogador. Esses aspectos apontados são os elementos básicos da estrutura de um jogo em TJ, ou seja, as características presentes em qualquer jogo.

Dentro da teoria, os jogos são classificados de diversas maneiras. Algumas dessas classificações, adaptadas do trabalho de Kasper (2016), são: *jogos cooperativos e jogos não-cooperativos*: quando há, ou não, a cooperação entre os jogadores; *jogos simultâneos e jogos sequenciais*: as jogadas dos jogadores podem ser simultâneas ou as jogadas podem ser alternadas entre os jogadores; *jogos de informação simétrica e jogos de informação assimétrica*: respectivamente, os jogadores possuem as mesmas informações sobre os possíveis resultados e a reputação do adversário, e um jogador possui mais informação que o outro; *jogos de informação perfeita e jogos de informação imperfeita*: respectivamente, os jogadores conhecem todas as informações do jogo e, imperfeitamente, um jogador pode ter informação privilegiada ou blefar; *jogos simétricos e jogos assimétricos*: as estratégias são equivalentes, ou não, aos jogadores; *jogos de soma-zero e jogos de soma não-zero*: respectivamente, quando um jogador ganha a quantidade perdida pelo oponente, o *pay-off* é zero ($5 + (-5) = 0$) e o inverso quando um jogador ganha mais que outro, não resultando zero ($9 + 3 = 12$); *jogos infinitamente longos, jogos de rodadas finitas e repetidas e jogos de rodada única*: definem a duração de um jogo; *jogos one-player, jogos two-players e jogos many-players*: indicam a quantidade de jogadores; *jogos de ação discreta e jogos de ação contínua*: discretamente, quando há uma

quantidade específica de jogadores, jogadas, estratégias, entre outros, enquanto que, continuamente, a quantidade de jogadores pode se alterar, assim como as jogadas, estratégias e demais característica de um jogo.

Diversas áreas do conhecimento utilizam a TJ em suas aplicações, algumas delas são expostas a seguir: na Psicologia, utiliza-se, por exemplo, na análise comportamental dos indivíduos em estudo (ALENCAR, 2008); na Computação, emprega-se, por exemplo, na lógica de programação, ao verificar sistemas de seleção de indivíduos (DODÓ, 2011); e, no Ensino e Educação, emprega-se, por exemplo, além do ensino da TJ em sala de aula, também é utilizada no desenvolvimento de método de avaliação (ALMEIDA, 2007).

2.2 Teoria dos Jogos no contexto educacional

Um dos aspectos primordiais da TJ é o processo de tomada de decisão, citado nos documentos oficiais de educação como sendo de fundamental importância na formação dos alunos, pois, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 2000, p. 40).

Na nova Base Nacional Comum Curricular (BNCC), também é citado o processo de tomada de decisão. Em cada disciplina, os professores precisam buscar que os alunos apresentem propostas ou participem:

De ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da matemática. (BRASIL, 2018, p. 531).

Dessa forma, a TJ surge como opção para os professores trabalharem essa competência em sala de aula, assim como outras competências, como a racionalidade.

Na bibliografia, Souza e Malavazi (Submetido) trazem 13 trabalhos que propõem e/ou aplicam atividades da TJ em sala de aula. Observa-se que esses trabalhos são voltados a três níveis de ensino – Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior –, evidenciando a pluralidade de aplicações em que a TJ está inserida. Nota-se, também, que os trabalhos

analisados pelos autores não se encerram apenas no ensino dos conceitos da TJ, mas abrangem também conteúdos do atual currículo de Matemática, como matrizes, pares ordenados, gráficos, equações lineares, probabilidade, estatística, entre outros, mostrando que a TJ pode ser inserida em sala de aula pelo ensino de conteúdos que atualmente estão presentes no currículo escolar da Educação Básica. Por fim, esses trabalhos revelam que todas as atividades desenvolvidas foram produzidas com base em situações problematizadoras, não se fechando apenas no ensino da teoria, mas sim explorando atividades de cunho fictício ou real, como França (2018) que aplicou uma atividade com base na Batalha das Termópilas, e como Kasper (2016) que estudou a última cobrança de pênalti cobrado por Neymar na final dos Jogos Olímpicos Rio 2016.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A atividade desenvolvida foi inspirada no artigo de Santos e Carvalho (2017), que a aplicaram a sete turmas de graduação em Ciências Econômicas – Bacharelado. Com base no relato desses autores, adaptou-se a atividade à realidade de um curso de formação de professores, pois ela foi aplicada no Programa Residência Pedagógica da UFMT, Câmpus de Sinop, a 22 participantes, sendo 18 discentes do curso de Ciências Naturais e Matemática – Matemática, Física e Química, Licenciatura, 3 (três) docentes da rede pública de ensino, e 1 (uma) docente universitária. A atividade problematizadora foi aplicada na Oficina de Matemática da mesma Universidade e seu enunciado é apresentado no Quadro 1.

Suponha que você seja um professor particular de sua área de atuação em uma certa região da cidade. Nessa mesma região existe um outro professor particular dessa área, ou seja, vocês dois dividem o mercado de alunos que desejam ter aulas particulares. O preço que você escolher por hora de aula irá permanecer inalterado por um mês.

Se os dois aumentarem os preços e eles forem iguais, os dois terão um lucro maior no mês – 500 reais cada – e dividirão o mercado.

No entanto, se você não aumentar o preço e o seu concorrente aumentar, você tem um lucro maior – 900 reais – contra seu concorrente – 100 reais –, pois você irá dominar o mercado consumidor por ser mais barato.

Se vocês dois não aumentarem os preços e eles forem iguais, irão continuar dividindo o mercado, mas com um lucro menor – 300 reais cada.

Sabendo que vocês só ministrarão aula durante um mês, qual é sua decisão? Aumentar (C) ou manter (D) o preço no mês?

Quadro 1 – Enunciado da atividade problematizadora

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

A aplicação da atividade ocorreu sem qualquer explanação prévia sobre TJ, e foi dividida em três etapas, que os participantes não conheciam: (i) a primeira rodada do jogo sendo única, (ii) as rodadas intermediárias sendo finitas e repetidas e (iii) a última rodada sendo novamente única.

Antes de iniciar a atividade, os autores haviam organizado o espaço, dispondo as carteiras duas a duas, todas de frente para o lado que tem a porta da sala e, conforme os participantes foram chegando, eles se acomodavam nas carteiras de sua escolha.

A atividade envolve a disputa entre dois jogadores e, como forma de motivar os participantes, inicialmente, foram informados que o jogador que mais pontuasse em cada dupla ganharia um pacote de pipoca *gourmet*.

Na primeira etapa, a atividade problematizadora foi entregue aos participantes, que tiveram 10 minutos para tomar a decisão da primeira rodada do jogo, sendo que até então o adversário de cada um era desconhecido.

Na segunda etapa, duplas de alunos foram sorteadas, sendo que nesse momento um competiria contra o outro, ou seja, cada jogador conhece seu oponente e pode, assim, combinar jogadas e ter acesso à decisão anterior de seu oponente. Nesta etapa, foram desenvolvidas 11 rodadas, sendo de 2 minutos até a sétima rodada, e de 1 minuto da oitava até a décima primeira rodada.

Na terceira etapa, os jogadores foram informados que seria a rodada final do jogo, com tempo de 5 minutos para tomada de decisão; totalizando 13 rodadas neste jogo.

Cada jogador recebeu uma ficha individual para preencher suas decisões (Figura 1a). Essa ficha contém espaço para 30 rodadas, pois o objetivo é que, nas rodadas intermediárias, os participantes não tenham uma perspectiva do término do jogo. Desse modo, cada jogador preenche sua decisão da rodada em sua ficha individual, sem poder olhar para a escolha do adversário, fazendo que este possa mudar a decisão que tomou em conjunto. Após ambos preencherem sua ficha individual em cada rodada, eles preenchem a ficha geral da dupla (Figura 1b), em que ambos observam e calculam os *pay-offs* daquela rodada e, conforme as decisões, ganhos diferentes são obtidos por cada um, seguindo os *pay-offs* da Figura 1c.

Repetição	A
1	
2	
3	
4	

REGIÃO 1				
Repetição	A	B	Lucro A	Lucro B
1	D	D	300	300
2	C	D	100	900
3	C	D	100	900
4	D	C	900	100

AB	Payoffs	
CC	500	500
CD	100	900
DC	900	100
DD	300	300

Figura 1a: Ficha individual do jogador A

Figura 1b: Ficha geral preenchida até a quarta rodada

Figura 1c: *Pay-offs* da combinação de decisões de cada rodada

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Após o término do jogo, foi feito um *coffee-break*. Enquanto isso, os pesquisadores e autores deste trabalho preencheram uma planilha eletrônica com as decisões tomadas em cada rodada pelas 11 duplas. Essa planilha foi desenvolvida pelos autores a fim de obter a frequência das estratégias (decisões) utilizadas pelos jogadores na primeira rodada, nas rodadas intermediárias e na rodada final, assim como observar se houve a prática da cooperação e da utilização da estratégia *Tit-for-Tat*⁴ pelos jogadores.

Na sequência, foi efetuada uma rápida apresentação da Teoria dos Jogos aos participantes, contando brevemente um pouco de sua história, sua estrutura, os tipos de jogos, algumas estratégias e alguns princípios, e também a perspectiva de visão da TJ, segundo o processo de tomada de decisão, nos documentos oficiais de educação. Em seguida, os resultados do jogo foram discutidos com os participantes com base na planilha eletrônica, evidenciando os resultados da primeira rodada, das rodadas intermediárias, da rodada final, e se houve na prática o uso da estratégia *Tit-for-Tat*.

Posteriormente, foi aplicado um questionário com perguntas abertas aos participantes, pois desse modo eles poderiam responder utilizando linguagem própria e emitir suas opiniões (MARCONI; LAKATOS, 2003). Para a elaboração do questionário, foram seguidos os passos de Aaker, Kumar e Day (2001), que propõem, em síntese, as seguintes etapas: planejamento do que vai ser mensurado, formulação das perguntas para a obtenção das informações necessárias, definição da ordem das perguntas e do aspecto visual, realização de um pré-teste do questionário e, se necessário, adequações e realização novamente do pré-teste.

As questões buscavam obter, por meio da atividade, a visão dos participantes quanto à TJ para o ensino na Educação Básica, e estão dispostas no Quadro 2.

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1 – Você considera essa atividade viável para aplicação na Educação Básica? Por quê? Se sim, qual ano/tempo curricular?2 – Você considera que essa atividade tem potencial para contribuir para a formação dos alunos da Educação Básica? Se sim, em quais aspectos?3 – O que você considera como positivo ou negativo na atividade?4 – Você teria sugestões para melhorar essa atividade? Se sim, quais?5 – Você considera que essa atividade contribuiu em sua formação? Se sim, em quais aspectos? Se não, por quê?6 – Você já conhecia a Teoria dos Jogos? Essa atividade despertou algum interesse em conhecer ou aprofundar seu conhecimento em Teoria dos Jogos? |
|--|

Quadro 2 – Questões que compunham o questionário aplicado

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

⁴ Olho por Olho, Dente por Dente. Essa é uma das estratégias mais famosas da TJ, pois nota-se que a decisão de um jogador foi baseada na decisão de seu adversário na rodada anterior, ou seja, se o adversário cooperou na rodada anterior, então coopera-se na próxima rodada, mas se o adversário desertou, então também se deserta.

Além das questões abertas, no questionário também foi perguntado se os participantes eram discentes ou docentes.

Após o preenchimento do questionário pelos participantes, a perspectiva pedagógica da atividade foi debatida com eles. O questionário foi aplicado antes do debate pedagógico para que não houvesse influência do debate nas respostas de cada participante, evitando que a socialização da atividade provocasse um "efeito manada", ou seja, o alinhamento das respostas de todos. No debate pedagógico, foi discutida a possibilidade de utilização das TDICs (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) no ensino da TJ, por aplicação da planilha eletrônica, ou de outros softwares gráficos; também foram abordados conteúdos matemáticos atuais do currículo escolar presentes na atividade e, finalmente, os prós e contras da atividade para a sala de aula.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Análise do jogo

A solução racional do jogo é a seguinte: na primeira rodada, é esperada a deserção, pois, caso coopere, o adversário pode desertar e ganhar muito mais, haja vista que o jogador não possui informações sobre seu oponente; nas rodadas intermediárias, é esperada a cooperação, pois pode haver diálogo entre os jogadores, possibilitando a prática do cartel⁵; na rodada final, é esperada a deserção, pois o adversário pode continuar cooperando, fazendo o ganho ser muito maior; além disso, por ser a última rodada, não haverá retaliações pelo oponente.

A primeira rodada do jogo é do tipo *cooperativo e não-cooperativo, simultâneo, simétrico, de informação simétrica e imperfeita, de soma não-zero, de rodada única, two-players* e de *ação discreta*. Nas rodadas intermediárias, o jogo é do tipo *cooperativo e não-cooperativo, simultâneo, de informação simétrica e perfeita, simétrico, de soma não-zero, de rodadas finitas e repetidas, two-players* e de *ação discreta*. Na última rodada do jogo, o jogo é do tipo *cooperativo e não-cooperativo, simultâneo, de informação simétrica e perfeita, simétrico, de soma não-zero, de rodada única, two-players* e de *ação discreta*.

⁵ Cartel é um acordo entre duas ou mais empresas do mesmo ramo, para controlar o mercado consumidor ou eliminar a concorrência, assim como aumentar os preços. Por conta disso, é considerado crime no Brasil por ameaçar a economia social.

Na primeira rodada do jogo, a decisão de desertar foi maior, 73%, contra 27% dos que cooperaram (Figura 2), corroborando com os resultados de Santos e Carvalho (2017).

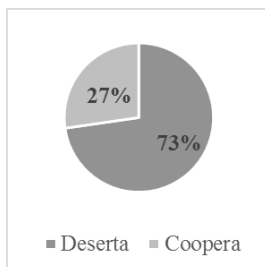


Figura 2 – Frequência das estratégias na primeira rodada

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Nas rodadas intermediárias, no geral, o comportamento cooperador foi maior, 52%, contra 48% do comportamento desertor (Figura 3), corroborando novamente com os resultados de Santos e Carvalho (2017), porém não com uma diferença tão discrepante quanto aos encontrados por esses autores (77,8% cooperaram e 22,2% desertaram).

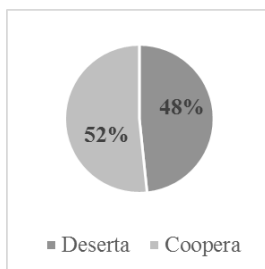


Figura 3 – Frequência das estratégias nas rodadas intermediárias

Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Nos resultados de Santos e Carvalho (2017), a estratégia de cooperar foi maior em todas as rodadas, diferentemente dos resultados encontrados, nos quais a cooperação foi igual à deserção na segunda, terceira e oitava rodada, maior da quarta até a sétima rodada, e menor nas demais rodadas (Figura 4).

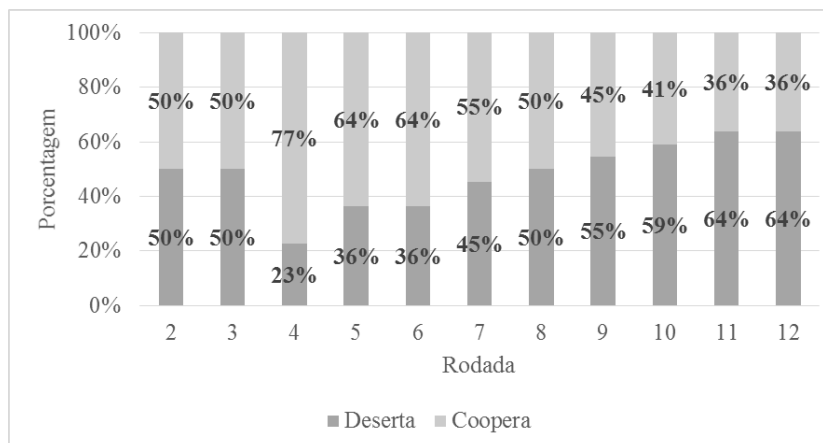


Figura 4 – Frequência das estratégias em cada rodada intermediária
Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Na última rodada, ambos os comportamentos tiveram a mesma porcentagem de decisão, 50% para cada lado (Figura 5), novamente diferente do resultado encontrado por Santos e Carvalho (2017), no qual a cooperação foi maior que a deserção (73,5% contra 26,5%).

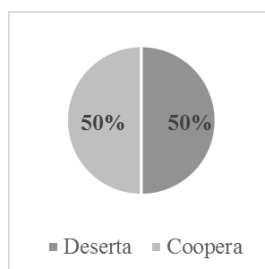


Figura 5 – Frequência das estratégias na rodada final
Fonte: Desenvolvido pelos autores.

Quanto à utilização da estratégia *Tit-for-Tat* pelos jogadores, tem-se que essa estratégia foi utilizada em 74% das jogadas (Figura 6), evidenciando que sua adoção é muito superior às estratégias puras de cooperação e deserção. Não foi calculada a utilização de outras estratégias pelos jogadores (como GTFT⁶ / *Generous Tit-for-Tat* e WLSL⁷ / *Win Stay Loose Shift*), pois a ideia foi apenas discutir sucintamente a utilização dessas três estratégias no processo de tomada de decisão.

⁶ O jogador coopera se seu oponente cooperar e, se seu oponente desertar, o jogador perdoa uma única vez; mas, caso erre novamente, não haverá perdão. Uma interpretação para a GTFT é que essa estratégia possui um mecanismo de detecção de erro por parte do oponente, caracterizado pela cooperação diante da primeira deserção.

⁷ Mantém a mesma decisão (coopera ou deserta), caso esteja ganhando; se perder, altera-se a decisão.

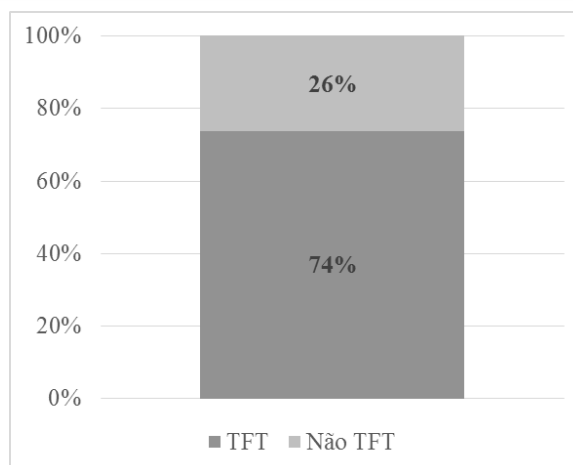


Figura 6 – Frequência da estratégia *Tit-for-Tat*
Fonte: Desenvolvido pelos autores.

4.2 Análise de aspectos pedagógicos

Como forma de resguardar a identidade dos participantes, os discentes são identificados como A1, A2, A3 até A18; os docentes são identificados como P1, P2, P3 e P4.

Quanto à primeira questão do questionário (Você considera essa atividade viável para aplicação na Educação Básica? Por quê? Se sim, qual ano/tempo curricular?), todos os participantes afirmaram que a atividade desenvolvida é viável para a aplicação na Educação Básica, pois de acordo com o participante P1, a atividade “*faz com que os alunos tenham noção de cooperação e deserção, forçando-os a tomar decisões*”, assim como a possibilidade de “*ensiná-los sobre práticas ilícitas como os cartéis e também mostrar suas vantagens e desvantagens, o importante são os alunos se conscientizarem que a ação tomada por eles resultará em consequências conforme a Teoria dos Jogos*” (A17).

Quanto ao tempo curricular, 3 responderam ser viável para o Ensino Fundamental, 5 responderam para o Ensino Médio, 10 responderam para o Ensino Fundamental e Médio, e 4 não responderam. Quanto ao ano de aplicação, não houve homogeneidade nas respostas, indo desde o Ensino Primário até a graduação, inclusive para outras disciplinas além da Matemática (P4), “*porque ela ajuda na formação pessoal e deveria ser aplicada desde os anos iniciais da educação básica até a graduação*” (A12).

Quanto à segunda questão do questionário (Você considera que essa atividade tem potencial de contribuir para a formação dos alunos da Educação Básica? Se sim, em quais aspectos?), todos os participantes afirmaram que a atividade pode contribuir para a formação dos alunos na Educação Básica, em vários aspectos: para P2 “*Relaciona a realidade que pode ser vivenciada por eles, permitindo representar dados reais em gráficos*”; para A4, “*Conceitos*

de lógica. *Raciocínio Lógico*”; para A11, “*No aspecto estratégico econômico, social, lógico e emocional*”; para A17, “*Construção de bons cidadãos. Pessoas menos ingênuas. Sociedade mais justa*”; e, para A18, “*Contribui na formação da criança, na construção do caráter, no pensamento crítico, em tomadas de decisões*”.

Quanto à terceira questão do questionário (O que você considera como positivo ou negativo na atividade?), 13 participantes fizeram apenas apontamentos positivos, 9 fizeram apontamentos positivos e negativos, e nenhum deles fez apenas apontamentos negativos. Alguns pontos positivos indicados foram: para A4, “*o conhecimento de estratégia adquirido*”; para A9, “*o modo cartel que possibilita o diálogo*”; para A10, o “*desenvolvimento do raciocínio lógico, aprender a cooperação um com o outro, desenvolvimento de estratégia de mercado*”; e, para A15, é o fato de conseguir “*fazer análise da sala toda*”. Alguns pontos negativos apontados foram: para A4, foi “*o tempo, pois é difícil manter o aluno concentrado por muito tempo*”; A9 destaca que “*o tempo para o diálogo nos momentos iniciais é muito tempo*”; e, para A11, o ponto negativo do jogo é “*talvez por ser complexo*”.

Quanto à quarta questão do questionário (Você teria sugestões para melhorar essa atividade? Se sim, quais?), 9 participantes responderam que não possuem sugestões, 3 não responderam e 10 responderam que sim. Algumas sugestões são: para P4, precisa-se “*Pensar num pensamento cooperativo, de forma que todos ganham, sem tanta competição*”; para A14, seria interessante “*Trabalhar com mais opções de respostas*”; já o participante A2, embora afirme ter gostado da atividade, achou-a “*cansativa acho que o problema poderia ter algumas mudanças no meio para ficar mais atraente para os alunos*”.

A quinta questão do questionário (Você considera que essa atividade contribuiu em sua formação? Se sim, em quais aspectos? Se não, por quê?) coloca o participante no centro da situação, pois assim é possível verificar a validade da atividade para a turma aplicada; dessa forma, 19 participantes responderam que a atividade contribuiu para sua formação, e 3 deixaram de responder a essa questão. Algumas opiniões encontradas foram: P1 afirma que irá tentar “*aplicar na minha disciplina em uma turma*”, P2 diz que “*com essa atividade é possível identificar situações que ocorrem com frequência e talvez não são percebidas*”, A6 aborda que “*depois desta atividade conheci a Teoria dos Jogos, sempre soube que existia, mas não sabia a influência da mesma na vida*”, por fim A11 ainda diz que a TJ pode ajudar em “*vários aspectos como financeiro, econômico, lógico, social, emocional, crítico. Pois ajuda a abrir a mente para um pensamento crítico estratégico*”.

Quanto à sexta questão do questionário (Você já conhecia a Teoria dos Jogos? Essa atividade despertou algum interesse em conhecer ou aprofundar seu conhecimento em Teoria

dos Jogos?), 8 participantes responderam que conheciam a TJ, 14 disseram que não conheciam; 19 participantes afirmaram que despertou o interesse em conhecer melhor essa teoria, enquanto 3 não responderam sobre esse apontamento. Embora 8 participantes afirmem que conheciam, nas respostas deixam claro a superficialidade de seu conhecimento a respeito, como confirma P3 “*conhecimento superficial*”, e A2 “*conhecia algumas coisas, nada profundo, mas é uma forma, interessante de se trabalhar*”. Algumas respostas interessantes são: A5 “*já havia assistido ao filme Uma Mente Brilhante, mas não conhecia com extrema clareza a Teoria dos Jogos. A atividade despertou uma certa curiosidade, em relacionar esses métodos em outros contextos*”, A6 diz que conhecia sucintamente a teoria “*mas não tinha parado para pensar sobre os benefícios. E sim despertou vontade de aprofundar meu conhecimento*”; por fim, A17 diz que “*tendo em vista que a vida é um jogo constante, melhor conhecer as teorias pode nos garantir melhor qualidade de vida ou mais tempo de vida*”.

Após a aplicação do questionário aos participantes, foi discutida a parte pedagógica da atividade, momento em que muitos participantes puderam contribuir na discussão com questões novas e com pontos que haviam escrito no questionário. Um dos pontos abordados é a introdução da tecnologia na sala de aula, por meio de planilha eletrônica, ou outros softwares que tornam possível a inserção de dados e a representação de gráficos por meio de contagem, somas, funções, entre outros, destacando que os gráficos podem ser construídos na lousa, em caso de o professor preferir, ou caso não tenha a disponibilidade de aparelhos tecnológicos.

Outro ponto discutido foram os conteúdos matemáticos utilizados na atividade, que muitas vezes podem dar a entender que não são utilizados outros conteúdos além da própria TJ; assim, os conteúdos abordados pela atividade foram o uso de tabelas, porcentagens, frequências, lógica e gráficos. Também os prós e contras da atividade entraram em discussão. Entre os pontos positivos, tem-se a contribuição para o desenvolvimento (ou aprimoramento) do raciocínio lógico, o processo de tomada de decisão e a oportunidade de discutir conceitos da realidade do aluno, como o Cartel e suas implicações para o indivíduo e a sociedade; alguns pontos negativos levantados são que a atividade pode gerar um ambiente de nervosismo, precisando de o professor intervir caso seja necessário, e também o fato de os alunos da Educação Básica poderem imaginar que o Cartel seja algo bom ou correto, pois maximiza o ganho do indivíduo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa atividade foi aplicada no Programa Residência Pedagógica (Subprojeto: Física, Matemática e Química da UFMT – Sinop, código 5186) que, por ser constituído por futuros professores e também professores em exercício (preceptores), facilita a propagação da TJ, ampliando as possibilidades de sua inserção na Educação Básica.

Quanto à atividade, percebeu-se uma interação com os participantes diferentemente do que foi vivenciado por Santos e Carvalho (2017). Os autores reservaram um espaço, após a atividade, para os jogadores dissiparem “o clima tenso que normalmente se instala quando o jogo se torna muito competitivo” (SANTOS; CARVALHO, 2017, p. 64), característica que não foi observada neste caso, pois, embora soubessem da premiação, a leitura dos autores é de que para os participantes estava tudo bem ganhando ou perdendo, ou seja, sem o espírito de competição acurado. Uma possível explicação é o perfil dos participantes, pois Santos e Carvalho (2017) aplicaram a turmas de Ciências Econômicas, que naturalmente é um público que, devido ao contexto formativo, tem uma discussão mais profunda de ganho e de competição, diferente de professores em formação, os quais estão mais preocupados com os aspectos educacionais da experiência vivenciada, como as possibilidades da atividade para sala de aula.

O acontecimento anterior fez que o tempo das rodadas intermediárias fosse diferente, pois inicialmente era previsto que todas as rodadas teriam 2 minutos, mas, em virtude do comportamento da turma, o tempo de duração das rodadas foi diminuído a partir da oitava rodada para 1 minuto de duração. Essa mudança mostra que, dependendo do contexto, o tempo de duração deve ser adaptado, haja vista que a atividade não pode se tornar tediosa e maçante para os participantes, e esse tempo poderá variar muito entre os diferentes públicos e a diversidade de realidades de sala de aula.

As decisões dos participantes na primeira rodada do jogo corroboraram com o resultado de Santos e Carvalho (2017), quanto ao fato de a deserção ser a estratégia mais racional. Nas rodadas intermediárias, Santos e Carvalho (2017) obtiveram o comportamento cooperador em todas as rodadas, diferentemente da aplicação na Residência Pedagógica, por ser observada uma alternância nas decisões dos participantes, visto que a cooperação foi diminuindo com o passar das rodadas. Esse fato mostra que o uso da racionalidade, por parte dos jogadores, foi diminuindo, ou seja, gradativamente eles foram perdendo a capacidade de sustentação do cartel, assim como evidencia a diminuição da confiança no oponente com o passar do tempo e justifica

a opção de utilizar a deserção como forma de penalização, mesmo que a adoção dessa estratégia se caracterize como uma dupla penalização, pois diminui os ganhos de ambos.

Na última rodada do jogo, o racional seria a deserção, pois o adversário não teria mais oportunidades de punir o jogador desertor, porém Santos e Carvalho (2017) encontraram um resultado inverso, no qual os jogadores continuaram cooperando mesmo sendo a última rodada; na aplicação na Residência Pedagógica, observou-se um empate nas decisões, ou seja, 50% dos participantes cooperaram enquanto os outros 50% desertaram; mesmo não sendo um resultado ótimo, evidencia um equilíbrio entre o uso da razão e da emoção no processo de tomada de decisão.

Nas rodadas intermediárias, uma possível explicação no aumento da deserção pelos participantes pode ser dada, em parte, pela utilização da estratégia *Tit-for-Tat*, pois ela esteve presente em 74% das decisões, ou seja, os jogadores deixaram de cooperar quando perceberam que o adversário desertou.

Na análise dos questionários, ficou evidente que essa atividade, assim como a TJ, tem potencial para ser aplicada na Educação Básica, desde que haja algumas adaptações, de forma a não aparentar ser complexa (apontado pelo participante A11 na terceira questão), e também que não fique cansativa aos alunos (apontado pelo participante A2 na quarta questão), pois é difícil mantê-los focados por muito tempo (apontado pelo participante A4 na terceira questão). De fato, mesmo no contexto de formação de professores e de professores atuantes, foi necessária a diminuição do tempo de duração das rodadas, pois depois de algumas rodadas o participante naturaliza a escolha das estratégias e, assim, não é preciso muito tempo para sua tomada de decisão; uma sugestão é que, a partir das primeiras rodadas, o tempo vá diminuindo gradativamente a cada rodada e que a quantidade de rodadas seja determinada pela leitura da paisagem da sala de aula durante o desenvolvimento da atividade.

A atividade aplicada permitiu o desenvolvimento de processos de tomada de decisão junto aos participantes, como competência específica da Matemática e, na análise das tomadas de decisão, são abordados conteúdos do currículo atual da Educação Básica, como tabelas; gráficos e porcentagens. Para além disso, o tratamento adotado, utilizando planilha eletrônica, contribui para a inserção de Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática. Finalmente, considera-se que a atividade configurou-se em um ambiente propício para a discussão de conceitos da Teoria dos Jogos.

Considera-se importante a experiência de iniciar a abordagem da Teoria dos Jogos por meio de problemas, pois é necessário familiarização dos alunos com o contexto de tomada de decisão. Além disso, não se incorre em ter apenas mais uma Teoria Matemática para o extenso

currículo escolar básico, e sim favorecer a compreensão das relações envolvidas em situações de jogo, preferencialmente identificadas na realidade dos participantes; e, a partir dessa compreensão, fomentar a construção de estratégias para o processo de tomada de decisão.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPEMAT pela disponibilização da bolsa de PIBIC, ao Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais e à Universidade Federal de Mato Grosso pela oportunidade de desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- AAKER, D. A.; KUMAR, V.; DAY, G. S. **Marketing Research**. 7. ed. John Wiley Operations Research & Sons, New York, 2001.
- ALENCAR, A. I. **A cooperação em crianças da rede pública de Natal/RN – Uma abordagem evolucionista**. 2008. 148 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-Graduação em Psicobiologia, Natal, 2008. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=118033. Acesso em: 26 fev. 2020.
- ALMEIDA, T. L. Uma experiência alternativa em avaliação. **Revista de Ensino de Engenharia**. v. 26, n. 2, 2007, p. 35-39. Disponível em: <http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge/article/view/53/35>. Acesso em: 26 fev. 2020.
- BARRICHELO, F. **Estratégias de decisão: decida melhor com insights da teoria dos jogos**. 1. ed. São Paulo: Crayon Editorial, 2017.
- BRASIL (2000). **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 02 mar. 2020.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a Base**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 fev. 2020.
- DODÓ, A. A. **Aplicação da Teoria dos Jogos na resolução do problema de alocação de professores em disciplinas**. 2011. 43 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Sistemas de Informação) – Universidade Federal do Ceará, Quixadá, 2011. Disponível em: <http://www.repositoriobib.ufc.br/000012/00001267.pdf>. Acesso em: 26 fev. 2020.

- FELICIANO, L. P. S. **Teoria dos Jogos: uma nova proposta para o Ensino Médio**. 2007. 163 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11249/1/Lea%20Paz%20da%20Silva%20Feliciano.pdf>. Acesso em: 26 fev. 2020.
- FIANI, R. **Teoria dos Jogos: para cursos de administração e economia**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.
- FIGUEIREDO, R. S. Teoria dos Jogos: conceitos, formalização matemática e aplicação à distribuição de custo conjunto. **Gestão e Produção**. v. 1, n. 3, 1994, p. 273-289. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-530X1994000300005>. Acesso em: 26 fev. 2020.
- FRANÇA, L. S. **Oficinas de matemática experimental: Teoria dos Jogos e a batalha dos trezentos**. 2018. 64f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Ilhéus, 2018. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=160110127. Acesso em: 26 fev. 2020.
- KASPER, F. A. A. Teoria dos Jogos: uma proposta para o Ensino Médio. **Ensino da Matemática em Debate**. v. 3, n. 2, 2016, p. 48-73. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/31640/22032>. Acesso em: 26 fev. 2020.
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.
- MARINHO, R. **Prática na teoria: Aplicações da Teoria dos Jogos e da Evolução aos Negócios**. 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2011.
- PAGANUCCI, T. C. **Proposta de aplicações de Teoria dos Jogos no Ensino Médio**. 2018. 83 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Uberaba, 2018. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150430374. Acesso em: 26 fev. 2020.
- SANDRONI, P. **Dicionário de economia do século XXI**. 4. ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.
- SANTOS, C. S. **Introdução à Teoria dos Jogos para o Ensino Médio**. 2016; 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Sergipe, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Aracaju, 2016. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/8805/2/CLEVERTON_SOUZA_SANTOS.pdf. Acesso em: 26 fev. 2020.
- SANTOS, H. O.; CARVALHO, E. B. S. Teoria dos Jogos: Dinâmica de Ensino dos Aspectos do Processo de Decisão. **Future Studies Research Journal**. v. 9, n. 1, 2017, p. 51-77. Disponível em: <https://revistafuture.org/FSRJ/article/view/296/386>. Acesso em: 26 fev. 2020.
- SARTINI, B. A.; GARBUGIO, G.; BORTOLOSSI, H. J.; SANTOS, P. A.; BARRETO, L. S. **Uma Introdução a Teoria dos Jogos**. II Biental da SBM: Universidade Federal da Bahia,



2004. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~rvicente/IntroTeoriaDosJogos.pdf>. Acesso em: 26 fev. 2020.

SOUZA, W. A. V.; MALAVAZI, M. C. Teoria dos Jogos: o Estado da Arte em pesquisas no contexto educacional brasileiro. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. Submetido.

Submetido em: 27 de outubro de 2019.

Aprovado em: 25 de fevereiro de 2020.