

AMPLIANDO O JOGO CORRIDA AO VINTE: PERSPECTIVAS GEOMÉTRICAS, ALGÉBRICAS E COMPUTACIONAIS

EXPANDING THE RACE TO TWENTY GAME: GEOMETRIC, ALGEBRAIC, AND COMPUTATIONAL PERSPECTIVES

AMPLIANDO EL JUEGO DE LA CARRERA A LOS VEINTE: PERSPECTIVAS GEOMÉTRICAS, ALGEBRAICAS Y COMPUTACIONALES

Ilton Ferreira de Menezes*  

Edvaldo Elias de Almeida Batista**  

Jailson França dos Santos***  

Ana Maria Porto Nascimento****  

RESUMO

Apresentam-se, neste texto, os resultados de um estudo sistemático sobre o jogo Corrida ao Vinte (Brousseau, 1996), com o objetivo de analisar as suas possibilidades de ampliação e, além disso, adaptá-lo para três jogadores. O estudo foi realizado por um grupo composto por professores doutores e pesquisadores das áreas de Matemática Aplicada e Educação Matemática, que atuam em cursos de graduação da área de exatas, incluindo Licenciatura e Bacharelado em Matemática, e no Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), em uma instituição pública de ensino superior. A metodologia consistiu em um estudo sistemático, realizado em grupo, com leituras sobre o jogo como parte das práticas sociais, o jogo como atividade educacional, e sua relação com a produção matemática, que incluiu a experimentação do jogo original e a análise de uma versão modificada, com o intuito de evidenciar as potencialidades de ampliação do Corrida ao Vinte, explorando três registros de representação semiótica: geométrico, algébrico e computacional. Os resultados das leituras, experimentações e análises evidenciaram que propor um jogo e instigar os jogadores a pensar em alternativas de ampliação oportuniza a construção de estratégias, o levantamento de hipóteses, a argumentação, o exercício do raciocínio lógico, a mobilização de diferentes registros de representação e a criação de uma nova rede de conhecimentos matemáticos e, principalmente, favorece uma melhor relação com a matemática.

Palavras-chave: Jogo Educacional. Corrida ao Vinte. Representação Geométrica. Representação Algébrica. Representação Computacional.

* Doutor em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Professor de Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil. Endereço: Rua Safira, Residencial Lisboa, nº 153, Ap. 302, Barreiras-BA, Brasil, CEP: 47.810-589. E-mail: ilton.menezes@ufob.edu.br.

** Doutor em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Professor de Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil. Endereço: Avenida Beira Rio 150, Morada Nobre, Barreiras-BA, Brasil. CEP 47810-023. E-mail: edvaldo.batista@ufob.edu.br.

*** Doutor em Ciências Mecânicas pela Universidade de Brasília (UnB). Professor de Matemática pela Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil. Endereço: Rua Mirassol, nº 107, Barreiras-BA, Brasil, CEP: 47.810-020. E-mail: jailson.santos@ufob.edu.br.

**** Doutora em Educação pela Universidade de Brasília (UnB). Professora de Educação Matemática na Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), Barreiras, Bahia, Brasil. Endereço: Rua Sandoval Vitorio de Oliveira, nº 160, Jardim Ouro Branco, Barreiras-BA. CEP 47802-165. E-mail: ana.nascimento@ufob.edu.br.

ABSTRACT

This text presents the results of a systematic study of the game Corrida ao Vinte (Brousseau, 1996), with the aim of analyzing the possibilities of expanding this game, in order to adapt it for three players. The study was carried out by a group composed of professors and researchers in the areas of Applied Mathematics and Mathematical Education, who work in undergraduate courses in the exact sciences area, including Bachelor's and Licentiate's degrees in Mathematics, and in the professional master's degree in Mathematics (PROFMAT), at a public higher education institution. The methodology consisted of a systematic study, carried out in a group, with readings about the game as part of social practices, the game as an educational activity, and its relationship with mathematical production; in addition, it included experimentation with the original game and the analysis of a modified version, with the aim of highlighting the potential for expanding Corrida ao Vinte, exploring three registers of semiotic representation: geometric, algebraic and computational. The results of the readings, experiments and analyses showed that proposing a game and encouraging players to think of alternatives for expansion provides opportunities for the construction of strategies, the raising of hypotheses, argumentation, the exercise of logical reasoning, the mobilization of different representation registers and the creation of a new network of mathematical knowledge and, mainly, favors a better relationship with mathematics.

Keywords: Educational Game. Race to Twenty. Geometric Representation. Algebraic Representation. Computational Representation.

RESUMEN

Este texto presenta los resultados de un estudio sistemático del juego Corrida ao Vinte (Brousseau, 1996), con el objetivo de analizar las posibilidades de expansión de este juego, para adaptarlo para tres jugadores. El estudio fue realizado por un grupo compuesto por profesores e investigadores en las áreas de Matemática Aplicada y Educación Matemática, que trabajan en cursos de licenciatura en el área de ciencias exactas, incluyendo licenciaturas y licenciaturas en Matemáticas, y en el máster profesional en Matemáticas (PROFMAT), en una institución pública de educación superior. La metodología consistió en un estudio sistemático, realizado en grupo, con lecturas sobre el juego como parte de las prácticas sociales, el juego como actividad educativa y su relación con la producción matemática; además, incluyó la experimentación con el juego original y el análisis de una versión modificada, con el objetivo de resaltar el potencial de expansión de Corrida ao Vinte, explorando tres registros de representación semiótica: geométrico, algebraico y computacional. Los resultados de las lecturas, experimentos y análisis mostraron que proponer un juego y estimular a los jugadores a pensar en alternativas de expansión proporciona oportunidades para la construcción de estrategias, el levantamiento de hipótesis, la argumentación, el ejercicio del razonamiento lógico, la movilización de diferentes registros de representación y la creación de una nueva red de conocimiento matemático y, principalmente, favorece una mejor relación con las matemáticas.

Palabras clave: Juego Educativo. Carrera al Veinte. Representación Geométrica. Representación Algebraica. Representación Computacional.

1 INTRODUÇÃO

Em estudos realizados sobre o jogo, observa-se que ele é uma prática que integra a formação das pessoas, constituindo-se como um espaço de aprendizagem, desenvolvimento cognitivo e socialização. Faz parte da vida humana desde os primeiros tempos históricos, sendo encontrados registros de jogos em civilizações muito antigas (Brougère, 1995; Elkonin, 1998;

Kishimoto, 2017; Huizinga, 1991, 2014), tanto como forma de ensinar normas, atitudes e práticas de trabalho, quanto como forma de entretenimento. Uma síntese da história dos jogos educativos é apresentada por Kishimoto (2017), mostrando como os jogos participam da história da humanidade. É possível encontrar exemplos na civilização grega e romana; filósofos como Platão e Aristóteles expressam formas de inserção dos jogos na vida das pessoas e como o jogo educativo foi fortalecido a partir do Renascimento.

Identifica-se o jogo como uma produção cultural de cada comunidade, socializado, em alguns casos, por meio da oralidade. Existem jogos que estavam presentes entre povos distintos e antigos e continuam sendo vivenciados na cultura atual (Kishimoto, 1993), pois essa produção se transforma dinamicamente e incorpora criações que se sucedem de geração em geração, apresentando características de tradicionalidade e universalidade.

A relação entre o jogo e a aprendizagem matemática vem sendo discutida por estudiosos da área da Educação Matemática (Grando, 2000, 2015; Smole, 2007; Moura, 2009; Muniz, 2010, 2022; Alevatto, 2018). Há um entendimento de que o jogo pode proporcionar um espaço propício à criação de estratégias, ao levantamento de hipóteses e à argumentação, que são habilidades presentes no processo de aprendizagem da matemática. Além disso, o jogo é um espaço de entretenimento (Costa, 2008), tornando-se atrativo para quem é convidado a jogar, seja no contexto escolar ou em outro contexto social. Teixeira e Silva (2016) afirmam que jogos matemáticos são aqueles que não possuem elementos de sorte nem informação escondida, podendo ser designados como jogos de informação perfeita ou jogos abstratos.

A fim de melhor compreender a relação entre o jogo e a mobilização de conceitos matemáticos em cursos de ensino superior, realizou-se um estudo sobre o jogo Corrida ao Vinte, proposto por Brousseau (1996). Essa versão é amplamente conhecida na literatura; no entanto, não foram encontradas discussões a respeito das implicações e estratégias vencedoras desse jogo quando adaptado para três participantes. Nesse contexto, buscou-se responder as seguintes questões: é possível estender as conclusões da análise do jogo Corrida ao Vinte para uma versão de Corrida ao Dez com três jogadores? Pode-se afirmar que existe uma sequência vencedora quando participam três jogadores? Além disso, quais possibilidades geométricas, algébricas e computacionais emergem quando o jogo Corrida ao Dez é aplicado para três participantes?

O estudo exigiu compreender a estratégia do jogo Corrida ao Vinte, identificar as sequências vencedoras e os conceitos matemáticos explorados no jogo original e, além disso, analisar as tentativas de jogá-lo com três participantes, gerando, assim, uma versão diferenciada. O objetivo é oferecer uma nova perspectiva sobre o jogo, explorando-o sob três

abordagens: a geométrica, que envolve noções de representação gráfica das jogadas; a algébrica, com foco em resultados analíticos das possibilidades de vitórias gerais e específicas para cada jogador; e a computacional, que apresenta uma proposta de pseudocódigo e algoritmo para simulação numérica, capaz de exibir as possibilidades de vitória para os jogadores.

A principal contribuição deste artigo está em evidenciar as potencialidades do jogo Corrida ao Vinte em sua versão modificada, analisando a possibilidade de jogá-lo com três participantes. Os resultados preliminares indicam ser importante explorar os diferentes registros de representação e que o jogo, ao ser adaptado para três participantes, estimula os jogadores a formular estratégias, testar hipóteses, exercitar o raciocínio lógico e desenvolver a argumentação matemática.

O texto está organizado da seguinte forma: na seção 2, apresentam-se breves informações sobre Guy Brousseau, com ênfase na proposição do jogo Corrida ao Vinte, destacando-se que sua estrutura permite a elaboração de versões modificadas. Em seguida, na seção 3, descreve-se o procedimento metodológico adotado no desenvolvimento do estudo, que incluiu a discussão do jogo original e a análise de uma versão adaptada para três jogadores. Na seção 4, são apresentados os principais dados coletados, seguidos de sua análise, com base em três representações: geométrica, algébrica e computacional. Por fim, a seção 5 apresenta as considerações finais sobre a pesquisa realizada.

2 A RELAÇÃO ENTRE O JOGO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Pesquisadores do desenvolvimento e da aprendizagem humana, como Piaget (1975) e Vygotsky (1984), estudaram as possíveis relações entre o jogo e a aprendizagem, destacando o jogo como um espaço social e cultural em que a criança enfrenta desafios, cria estratégias de ação e desenvolve a linguagem ao produzir argumentos que justificam seu modo de raciocinar, o que contribui para o desenvolvimento cognitivo.

Em Piaget (1975), compreende-se que o jogo se configura como meio para o desenvolvimento intelectual, pois, ao jogar, as crianças são instigadas a construir, inventar e reinventar coisas, observar e sintetizar regras, o que possibilita assimilar realidades intelectuais e resulta na construção de conhecimentos. Kimura (2005) mostra resultados sobre um jogo matemático voltado ao trabalho com números negativos, tendo como suporte teórico as indicações decorrentes dos estudos piagetianos. Reafirma-se que o jogo pode ser usado para compreender e descrever regras, leis, teoremas e propriedades que regem o conhecimento

matemático (Kimura, 2005). O que foi observado na experimentação do jogo Corrida ao Vinte, em sua versão original e na versão modificada com mais de dois jogadores, é que, assim como os resultados apontados por outros pesquisadores, o jogo contribuiu para a compreensão de regras e propriedades matemáticas.

As pesquisas de Vygotsky (1984) mostram que o desenvolvimento das funções mentais superiores pode ocorrer em um contexto de jogo, pois este oferece à criança a oportunidade de se colocar além da sua média de idade, empenhando-se para avançar a níveis cognitivos superiores ao seu nível habitual. Os desafios presentes nas situações de jogo instigam a busca por conhecimentos que são necessários para a superação/resolução desses obstáculos. Em um dos experimentos, realizado por um dos autores deste texto, ao jogar a versão original do jogo Corrida ao Vinte, formaram-se grupos de três integrantes, em que dois jogavam algumas partidas enquanto o terceiro observava. Em seguida, o observador comentava o que pôde perceber em relação à estratégia vencedora em cada partida. Essa dinâmica permitiu aos dois jogadores tentarem superar os níveis em que se encontravam inicialmente e se aproximarem da estratégia vencedora a cada nova partida.

Muniz (2010) buscou evidenciar e analisar a matemática presente nos jogos realizados pelas crianças, dedicando-se a identificar a produção matemática de sujeitos que participavam de jogos espontâneos, livres de regras impostas por um professor ou outro adulto experiente. Em suas indicações sobre o espaço pedagógico do jogo na educação matemática, afirma que as relações entre jogo e matemática estão implicadas em questões epistemológicas, referentes à natureza da atividade considerada jogo e à construção do conhecimento matemático mobilizado durante o jogo. Para o autor, o jogo e a matemática inserem-se num mesmo plano epistemológico, constituindo-se como atividades da mente humana.

Indicações específicas ao trabalho do professor encontram-se em Muniz (2022), quando indica que o jogo deve se configurar como uma proposta de ação para o estudante: “desafiar, motivar, favorecer o engajamento, fazer pensar, levantar hipóteses, elaborar, testar estratégias, comunicar, argumentar e validar ações e resultados. Estas ações são fundamentais para a concretização da aprendizagem matemática.” (Muniz, 2022, p. 17).

Grando (2000), ao analisar as potencialidades do jogo para o ensino de matemática, afirma que o estudante se sente estimulado a jogar a partir do interesse pelo material do jogo, pelas regras e pelo desafio. Reafirma-se, assim, o estímulo à ação provocado pelo jogo, o interesse que pode ser garantido pelo prazer natural em jogar. No entanto, quando o objetivo é o ensino, é necessária uma intervenção pedagógica para que a aprendizagem possa ocorrer. Ao

propor o jogo Corrida ao Vinte (Brousseau, 1996), a intensão é instigar o estudante a mobilizar alguns conceitos matemáticos que podem auxiliá-lo a encontrar a estratégia vencedora.

Ainda sobre o uso pedagógico do jogo, Grando (2015) ressalta que é necessário garantir as principais características do jogo, lembrando que nem sempre a voluntariedade é respeitada. Ratifica-se que o jogo apresenta características próprias que o diferenciam de outros recursos pedagógicos: possui regras, movimento (começo, meio e fim) e vencedor a cada partida.

Encontramos em Pontes (2018) uma abordagem histórica e ilustrativa de quatro jogos matemáticos e, em seguida, uma análise matemática do funcionamento do algoritmo vencedor de cada jogo, com os registros de representação referentes a esses algoritmos. No presente artigo, foi realizada uma análise matemática do funcionamento de algumas jogadas possíveis quando se propõe o jogo Corrida ao Dez para três jogadores.

Quando o jogo é proposto com intencionalidade pedagógica, o professor solicita aos estudantes a escrita e exposição das estratégias e dos entendimentos sobre o jogo, bem como a identificação de quais objetos matemáticos foram mobilizados durante a prática. Neste estudo, ao conhecer o jogo Corrida ao Vinte e investigar as possibilidades de jogá-lo com três jogadores, os autores deste artigo reuniram-se para explorar diferentes registros de representação. A intenção não é a proposição de uma sequência de aulas, mas, na continuidade deste estudo, pode-se pensar em elaborar uma proposta do jogo em sala de aula com grupos de estudantes do Ensino Médio, a fim de investigar as estratégias adotadas durante o jogo e os registros de representação explorados ao realizar o jogo com três jogadores.

Nesse sentido, recorda-se Duval (2009), que, na história do desenvolvimento da matemática, destaca o papel das representações semióticas, uma vez que os objetos matemáticos, diferentemente dos objetos de outras ciências, tornam-se acessíveis por meio de sinais e representações. No processo de conceitualização (noésis), para que haja a apreensão de um objeto matemático, fazem-se necessárias as representações (semiósisis). No processo de aprendizagem, quando o estudante transita entre diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, ampliam-se as possibilidades de significação desse objeto. Assim, são explorados aqui três registros de representação: geométrico, algébrico e computacional.

2.1 O Jogo Corrida ao Vinte

Esta seção é dedicada a apresentar algumas informações sobre Guy Brousseau, com destaque à proposição do jogo Corrida ao Vinte. Sobre isso, ressaltar que, com a mesma

estrutura, podem ser propostos Corrida ao 10, ao 20, ao 35, ao 100, ou outros números (Pommer, 2008).

Brousseau, professor e pesquisador do IREM de Bordeaux (Instituto de Pesquisas no Ensino de Matemática, na França), dedicou-se a estudar as relações entre ensino e aprendizagem da matemática, construindo a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a qual registra as hipóteses sobre as conexões existentes entre o professor, o estudante e o objeto de conhecimento, que, segundo o autor, são os elementos constitutivos de um sistema didático ou triângulo didático, como denominado por Brousseau (1996).

Entende-se que os sujeitos, professor e aluno ou grupo de alunos, e o objeto de conhecimento encontram-se dinamicamente em uma situação didática, definida por Brousseau (1992):

Um conjunto de relações estabelecidas explicita e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um determinado meio, (que abrange eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (representado pelo professor) com a finalidade de conseguir que estes alunos se apropriem de um saber constituído ou vias de constituição [...] (Brousseau, 1982, p.28, tradução nossa).

Adicionalmente, em Brousseau (1986), tem-se a discussão sobre o jogo Corrida ao Vinte ser caracterizado como uma situação didática, pois nele estão dinamicamente imbricados os elementos constitutivos do sistema didático: professor, estudante e objeto do conhecimento matemático. Pommer (2008) apresenta indicações teóricas da TSD, utilizando o jogo Corrida ao Vinte para explicar elementos dessa teoria e descreve o jogo:

Trata-se de um jogo entre dois oponentes, onde um deles inicia escolhendo entre duas opções, “o número 1 ou 2”, sendo que o adversário acrescenta mentalmente uma unidade ou duas, anunciando somente o resultado. O jogo prossegue alternadamente e vence quem obter primeiro o número vinte. Após algumas partidas, pode-se constatar que a estratégia vencedora neste jogo consiste em utilizar inicialmente o número dois e escolher valores que resultem na sequência 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. Quanto ao algoritmo vencedor, este é obtido pela divisão euclidiana do número 20 por 3, que resulta divisor 6 e resto 2, termo inicial da sequência otimizada (Progressão Aritmética de razão 3 e primeiro termo 2). Assim, a utilização dos números 1 e 2 não é casual - são os restos possíveis para divisor 3 (número subsequente aos próprios valores, 1 e 2“). Neste jogo, o jogador que inicia, se souber aplicar a estratégia descrita, sempre vence [...] (Pommer, 2008, p.3).

De modo geral, nos trabalhos que apresentam esse jogo, o objeto de conhecimento explorado é a divisão euclidiana. Em Cavalcanti (2006), encontra-se uma discussão sobre a TSD, em que o Corrida ao Vinte é utilizado como situação didática na abordagem do conteúdo de decomposição multiplicativa de números naturais.

Chalita (2023) apresenta um pouco da história desse jogo:

O primeiro registro sobre o jogo encontrado por mim foi nas referências bibliográficas da tese de doutorado de Brousseau de 1986, intitulada “Théorisation des phénomènes des Dénseignement des mathématiques” (Teorização de fenômenos da educação matemática). O jogo foi apresentado por ele mesmo, Brousseau, junto a G. Vinrich e N. Brousseau em 1972 em forma de artigo em um periódico da Universidade onde estudavam, a “Unité de formation de mathématiques et interactions” (Unidade de treinamento de matemática e interações), IREM 1 de Bordeaux. O artigo de nome simples “Division Euclidienne” (Divisão Euclidiana) de oito páginas é destinado a professores que costumam utilizar experimentações e aplicações em sala de aula [...] (Chalita, 2023, p. 23).

Essas leituras indicam a atualidade da discussão sobre as potencialidades do jogo no processo de aprendizagem matemática e as possibilidades de mobilizar conceitos matemáticos para uma análise sistemática dos jogos.

3 METODOLOGIA

Entende-se que o grupo é um espaço de aprendizagem, e o estudo em grupo pode ocorrer antes do início da constituição de uma comunidade de pesquisa ou durante o desenvolvimento de uma pesquisa. Dessa forma, a metodologia adotada neste trabalho foi uma sistemática de estudo coletivo sobre as potencialidades do jogo Corrida ao Vinte (Brousseau, 1996), na perspectiva de explorar formas de ampliação desse jogo. A proposta de constituir um grupo para estudar o jogo iniciou-se a partir de uma observação empírica e seguiu com uma sistemática de estudo, envolvendo revisão teórica, experimentações com três participantes, representação matemática das possíveis jogadas e exploração de conceitos matemáticos, como os que foram identificados e analisados em outros trabalhos. No caso, preservou-se a denominação de corrida a um determinado número, e, além disso, modificou-se o número de jogadores de dois para três.

As análises desenvolvidas neste trabalho concentraram-se em três abordagens: a análise geométrica, que, com base na noção de árvore de possibilidades apresentada, objetivou mostrar visualmente os caminhos e decisões possíveis durante o jogo. Essa estrutura permitiu representar a estratégia dinâmica do jogo de maneira clara e intuitiva; a abordagem algébrica, que possibilitou a identificação e a exploração de alguns conceitos fundamentais de análise combinatória, aritmética e probabilidade, tais como: combinações completas, permutações com elementos repetidos, equações diofantinas, congruência linear e probabilidade de Laplace. Por fim, a abordagem computacional, que foi utilizada a partir da linguagem de programação

Python para testar as combinações possíveis de jogadas e visualizar os resultados de forma automatizada.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, apresenta-se uma versão modificada do jogo Corrida ao Vinte, adaptada para um cenário de Corrida ao Dez com três participantes. A proposta busca explorar as dinâmicas e estratégias que surgem quando o jogo é estendido para mais de dois jogadores, ampliando suas possibilidades pedagógicas. As análises algébrica, geométrica e computacional são agora aprofundadas, com maior profundidade de detalhes nesta seção.

Assim, as principais questões exploradas e que nortearam esta pesquisa são: é possível estender as conclusões da análise do jogo Corrida ao Vinte para uma versão com três jogadores? Pode-se afirmar que existe uma sequência vencedora nesse novo contexto? A partir dessas indagações, desdobram-se outras perguntas investigativas: i) seria possível identificar uma sequência vencedora na nova configuração? ii) Caso afirmativo, o que mudaria na estrutura do jogo original? iii) E, por fim, quais conceitos matemáticos seriam exigidos para compreender e elaborar estratégias eficazes nesse cenário ampliado?

4.1 Representação geométrica

Os jogos são frequentemente utilizados para explorar conceitos de estratégia com o intuito de resolver problemas computacionais e matemáticos, tais como lógica, estruturas combinatórias, resolução de problemas analíticos, entre outros. No jogo Corrida ao Dez, da mesma forma como no Corrida ao Vinte, cada jogador faz uma escolha (entre 1 e 2) e adiciona à soma anterior; quem ganha é o jogador que conseguir chegar ao dez primeiro, podendo apresentar estratégias diversas que podem ser analisadas em diferentes áreas da matemática.

A versão com dois jogadores já foi inteiramente classificada, com estratégias bem definidas para garantir a vitória do primeiro jogador sempre, independentemente das estratégias do segundo jogador. Caso o segundo jogador chegue ao 7, o primeiro jogador soma 1 ou 2 e obtém 8 ou 9, e o segundo consegue vencer somando 1 ou 2. Ao adicionar um terceiro jogador, o jogo fica mais complexo, perdendo a garantia da existência de uma sequência vencedora e exigindo que cada participante não apenas maximize suas chances de vitória, mas também controle as jogadas adversárias.

Para facilitar a compreensão geométrica, vamos estabelecer a seguinte notação (s, J_i) , com $i \in \{1, 2, 3\}$, onde:

- s representa a soma de todas as jogadas até a vez do jogador J_i , inclusive;
- i indica qual jogador realizou a jogada.

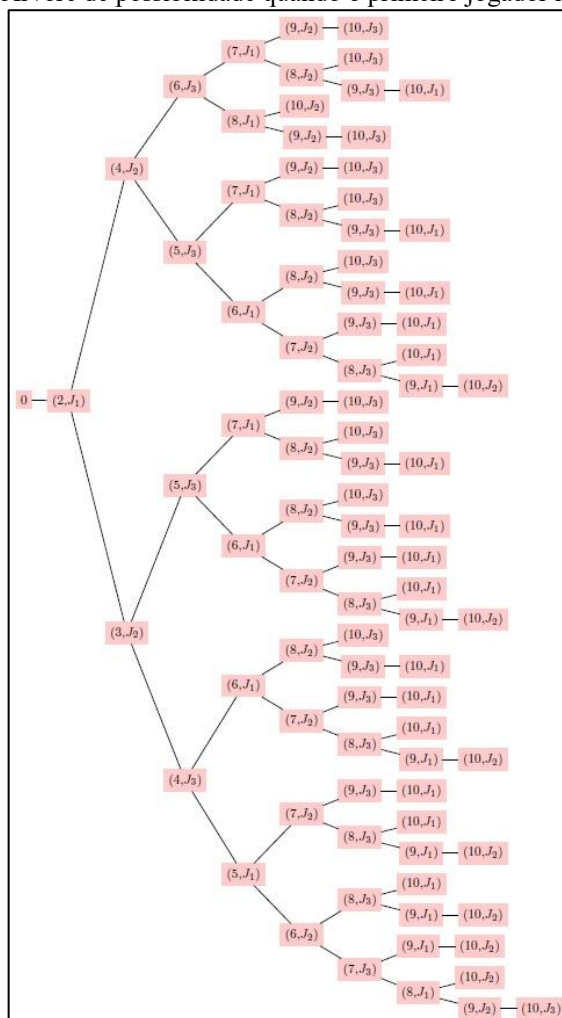
A soma começa com $s = 0$ e progride com incrementos de 1 ou 2 até $s = 10$. O primeiro jogador que atingir $s = 10$ vence o jogo.

A fim de simplificar as ilustrações, consideraremos um caso específico, em que o primeiro jogador inicie a sequência escolhendo o número 2, o que leva a configuração inicial:

$$0 \rightarrow (2, J_1),$$

e a árvore geométrica pode ser construída conforme a Figura 1. A partir desse ponto, o jogo segue conforme as regras estabelecidas anteriormente. O caso em que o primeiro jogador escolhe 1 é análogo, por isso deixamos a análise a cargo do leitor interessado.

Figura 1 – Árvore de possibilidade quando o primeiro jogador iniciar com 2.



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

A análise geométrica do jogo Corrida ao Dez para três jogadores revelou a complexidade adicional gerada pela interação entre os participantes, exigindo um planejamento mais sofisticado. Isso pode ilustrar as potencialidades de um mesmo jogo ser explorado em diferentes anos escolares, diversificando o nível de complexidade, como reafirmado em Muniz (2022). Segundo o autor, o jogo deve se configurar como uma proposta de ação para o estudante ao desafiar, fazer pensar, levantar hipóteses, elaborar, testar estratégias, validar ações e resultados.

A seguir, apresentamos uma situação em que, independentemente das estratégias adotadas por um determinado jogador, sua derrota pode ser inevitável.

Se o jogador J_1 inicia com 2, após a primeira rodada ele pode alcançar 5, 6, 7 ou 8. Caso chegue em 8, sua derrota é inevitável. Restam, portanto, as possibilidades de atingir 5, 6 ou 7.

- Se J_1 parar em 5, J_2 poderá alcançar 7, J_1 vence: Se J_3 alcançar 8, J_1 alcança 10. Se J_3 alcançar 9, J_1 alcança 10;
- Se J_1 parar em 6, J_2 define quem ganha: Se J_2 alcançar 7, J_1 ganha. Se J_2 alcançar 8, ganha J_3 ;
- Se J_1 chegar a 7, o jogador J_2 avançará para 8 ou 9, podendo garantir a vitória de J_3 .

Esse cenário evidencia a complexidade estratégica do jogo, em que cada movimento influencia diretamente as chances de vitória dos adversários.

A partir da análise geométrica do jogo, considerando que J_1 inicia com 2, podemos traçar uma estratégia para J_1 com o objetivo de maximizar suas chances de vitória. A posição ao longo das rodadas influencia diretamente o desfecho do jogo.

4.2 Representação algébrica

A representação em forma de árvore de possibilidades torna-se mais empírica, mais próxima de ser adotada e compreendida pelos estudantes. Porém, é interessante instigá-los a experimentar outra forma de analisar as jogadas, adotando uma linguagem algébrica. Assim, pode-se considerar que sejam $m, n \in \mathbb{Z}$ a quantidade total de vezes que o grupo de jogadores escolheu o número 1 e o número 2, respectivamente. Então, a fim de calcular a quantidade de possibilidades de encerrar o jogo, resolveremos a seguinte equação diofantina:

$$1 \cdot m + 2 \cdot n = 10 \quad (1)$$

Note que m é par, pois 10 e $2n$ são pares. Logo, a quantidade de soluções inteiras e não negativas da equação (1) é exatamente igual a quantidade de soluções inteiras e não-negativas da equação $x + n = 5$ onde $x = m/2$, que pode facilmente ser calculada usando o conceito de combinações completas (combinações com elementos repetidos). Representando por CR_2^5 o número de combinações completas de classe 2 e de 5 objetos temos que o número de soluções inteiras e não negativas da equação (1) é $CR_2^5 = C_{2+5-1}^5 = C_6^5 = 6$.

Podemos encontrar cada uma dessas soluções utilizando a teoria de equações diofantinas ou tomando a congruência módulo 2 na equação (1), resolvendo a congruência linear $m \equiv 0 \pmod{2}$ e calculando, para cada valor viável de m , o n correspondente. Na primeira opção, por inspeção (tentativa e erro ou “adivinhação inteligente”), podemos encontrar uma solução particular, por exemplo: $m = 0$ e $n = 5$, e depois, adicionando 2 ao m e subtraindo 1 do n , obtemos todos os pares de soluções, quais sejam: $(0,5); (2,4); (4,3); (6,2); (8,1)$ e $(10,0)$.

Cada uma das soluções (m,n) pode ocorrer de $P_{m+n}^{m,n}$ modos distintos, em que $P_{m+n}^{m,n}$ representa o número de permutações com elementos repetidos de $m+n$ objetos com m e n objetos repetidos. Logo, o total de possibilidades de encerrar o jogo é de:

$$P_{0+5}^{0,5} + P_{2+4}^{2,4} + P_{4+3}^{4,3} + P_{6+2}^{6,2} + P_{8+1}^{8,1} + P_{10+0}^{10,0} = 1 + 15 + 35 + 28 + 9 + 1 = 89$$

Para determinar o número de vezes em que o jogador $i \in \{1,2,3\}$ ganha o jogo, precisamos considerar duas equações diofantinas:

$$1 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \quad (2)$$

cujas soluções são $(0,4); (2,3); (4,2); (6,1)$ e $(8,0)$. E também a equação

$$1 \cdot m + 2 \cdot n = 9 \quad (3)$$

cujas soluções são $(1,4); (3,3); (5,2); (7,1)$ e $(9,0)$.

As equações (2) e (3) representam as duas possibilidades de um jogador $i \in \{1,2,3\}$ ganhar o jogo: quando a soma parcial é 8 e ele escolhe 2 ou quando a soma é 9 e ele escolhe 1.

Note que, a fim de garantir a vitória do jogador $i \in \{1,2,3\}$, precisamos adicionar a ambas as equações a restrição de que $m+n$ deve ser congruente a $i-1$ módulo 3. Desta forma, somos capazes de contabilizar o número de possibilidades de cada jogador vencer o jogo. Vamos analisar cada caso!

- 1) $i = 1$. Neste caso, as únicas soluções que atendem a restrição são $(4,2); (3,3)$ e $(9,0)$.

Logo, o número total de possibilidades do jogador 1 vencer é de:

$$P_{4+2}^{4,2} + P_{3+3}^{3,3} + P_{9+0}^{9,0} = 15 + 20 + 1 = 36$$

$i = 2$. Neste caso, as únicas soluções que atendem a restrição são (0,4); (6,1) e (5,2).

Portanto, o número total de possibilidades do jogador 2 vencer é de:

$$P_{0+4}^{0,4} + P_{6+1}^{6,1} + P_{5+2}^{5,2} = 1 + 7 + 21 = 29$$

2) $i = 3$. Neste caso, as únicas soluções que atendem a restrição são (2,3); (8,0); (1,4) e (5,2). Então, o número total de possibilidades do jogador 3 vencer é de:

$$P_{2+3}^{2,3} + P_{8+0}^{8,0} + P_{1+4}^{1,4} + P_{7+1}^{7,1} = 10 + 1 + 5 + 8 = 24$$

Desta forma, considerando que os jogadores fazem jogadas aleatórias e desprovidas de qualquer estratégia, temos que as probabilidades dos jogadores 1, 2 e 3 vencerem são de, respectivamente, 36/89, 29/89, e 24/89 ou 40,45% ; 32,58% e 26,97%, aproximadamente.

Observa-se que nessa análise realizada, com auxílio da Álgebra, foram mobilizados conceitos fundamentais de análise combinatória, aritmética e probabilidade, tais como: combinações completas, permutações com elementos repetidos, equações diofantinas, congruência linear e probabilidade de Laplace, além de números racionais na forma fracionária, porcentagens.

Pode-se reafirmar, com base em Muniz (2010), que existem relações entre jogo e matemática implicadas em questões epistemológicas. Parece existir uma similaridade entre a natureza da atividade considerada jogo e a construção do conhecimento matemático mobilizado durante o jogo. Essas relações necessitam ser melhor investigadas em um próximo estudo.

4.3 Estrutura do jogo e representação computacional

Conforme discutido nas seções anteriores, o jogo Corrida ao Dez pode ser analisado sob diferentes perspectivas matemáticas. Na Seção 4.1, foi explorada uma análise geométrica, representando suas possibilidades por meio de uma estrutura em árvore. Essa visualização facilita a compreensão das decisões estratégicas, permitindo que os participantes identifiquem os melhores caminhos e antecipem os movimentos dos adversários. Já na Seção 4.2, foi apresentada uma formulação algébrica, detalhando os princípios e etapas que garantem uma versão analítica final das diferentes sequências no jogo. Dando continuidade a essas discussões, esta seção introduz uma abordagem computacional do jogo, um outro registro de representação, ampliando as possibilidades de análise e aprofundando a compreensão sobre as estratégias.

Destaca-se que habilidades como resolução de problemas, raciocínio algébrico e pensamento algorítmico são comuns tanto ao pensamento matemático quanto ao

computacional, evidenciando a interseção entre programação e matemática. Assim, aprender a programar pode contribuir para a compreensão de conceitos matemáticos (Morais; Basso; Fagundes, 2017).

Tendo como base a discussão sobre pensamento analítico e criativo, relacionada ao pensamento computacional e ao pensamento matemático, apresenta-se na Tabela 1 uma versão em pseudocódigo do jogo Corrida ao Dez. O pseudocódigo, assim como um fluxograma, permite direcionar o usuário por um caminho detalhado, apresentando passo a passo para a construção completa da estrutura do jogo. Nesta versão apresentada, foi desenvolvida uma função de repetição (linha 3) em que os usuários podem alterar, conforme desejem, o número final que se pretende alcançar na corrida ($\text{corrida} < 10$). No caso em tela, a corrida possui 10 rodadas, sendo as rodadas numeradas de 0 a 9. Além disso, o pseudocódigo é apresentado de forma generalizada, permitindo que o usuário altere a quantidade de jogadores ($\text{jogadores} \leftarrow 3$), como mostrado na linha 5.

Tabela 1 – Pseudocódigo para o jogo da corrida dos 3 aos 10.

```
1. Início
2.  $\text{corrida} \leftarrow 2$ 
3. Enquanto  $\text{corrida} < 10$  faça:
4.    $\text{corrida} \leftarrow \text{corrida} + 1$ 
5.    $\text{jogadores} \leftarrow 3$ 
6.   Função  $\text{corrida\_aos\_n}(\text{jogador})$ :
7.      $\text{vitória} \leftarrow 0$ 
8.     Para tamanho de 1 até  $\text{corrida}$  Faça:
9.       Para jogadas de 1 e 2, Faça:
10.        Se  $\text{soma}(\text{jogadas}) \neq \text{corrida}$  então:
11.          continuar para próxima sequência
12.         $\text{total\_acumulado} \leftarrow 0$ 
13.         $\text{vencedor} \leftarrow \text{nulo}$ 
14.        Para cada jogada em jogadas faça:
15.           $\text{jogador\_atual} \leftarrow (\text{índice} \% \text{jogadores}) + 1$ 
16.           $\text{total\_acumulado} \leftarrow \text{total\_acumulado} + \text{jogada}$ 
17.          Se  $\text{total\_acumulado} = \text{corrida}$  então:
18.             $\text{vencedor} \leftarrow \text{jogador\_atual}$ 
19.            sair do loop interno
20.          Senão se  $\text{total\_acumulado} > \text{corrida}$  então:
21.            sair do loop interno
22.          Se  $\text{vencedor} = \text{jogador}$  então:
23.            imprimir jogadas
24.             $\text{vitória} \leftarrow \text{vitória} + 1$ 
25. Retornar vitória
26. Fim
```

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Na versão do pseudocódigo apresentada na Tabela 1, a implementação do algoritmo computacional resulta na impressão de todas as possíveis sequências completas, conforme

ilustrado na Tabela 2. No caso analisado, foram geradas todas as combinações em que os jogadores 1, 2 e 3 podem vencer o jogo, considerando que o jogador 1 inicia a partida, seguido pelo jogador 2 e, em seguida, pelo jogador 3. Esse ciclo de turnos se repete até que um vencedor seja definido.

Conforme discutido na Seção 4.2, na parte de representação algébrica do jogo, esse exemplo específico resultou na identificação de um total de 89 sequências distintas. Dentre elas, 36 correspondem à vitória do jogador 1, 29 à vitória do jogador 2 e 24 à vitória do jogador 3. Dessa forma, a Tabela 2 é apresentada como um complemento e uma validação dos resultados discutidos na Seção 4.2, bem como da árvore apresentada na Seção 4.1.

Tabela 2 – Sequências de vitória para os jogadores 1, 2 e 3 no jogo da corrida dos 3 ao 10, com turnos na ordem: jogador 1, jogador 2 e jogador 3.

Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3
(1,1,1,1,2,2,2)		
(1,1,1,2,1,2,2)		
(1,1,1,2,2,1,2)		
(1,1,1,2,2,2,1)	(2,2,2,2,2)	
(1,1,2,1,1,2,2)	(1,1,1,1,1,1,2,2)	
(1,1,2,1,2,1,2)	(1,1,1,1,1,2,1,2)	(1,1,2,2,2,2)
(1,1,2,1,2,2,1)	(1,1,1,1,1,2,2,1)	(1,2,1,2,2,2)
(1,1,2,2,1,1,2)	(1,1,1,1,2,1,1,2)	(1,2,2,1,2,2)
(1,1,2,2,1,2,1)	(1,1,1,1,2,1,2,1)	(1,2,2,2,1,2)
(1,1,2,2,2,1,1)	(1,1,1,1,2,2,1,1)	(1,2,2,2,2,1)
(1,2,1,1,1,2,2)	(1,1,1,2,1,1,1,2)	(2,1,1,2,2,2)
(1,2,1,1,2,1,2)	(1,1,1,2,1,1,2,1)	(2,1,2,1,2,2)
(1,2,1,1,2,2,1)	(1,1,1,2,1,2,1,1)	(2,1,2,2,1,2)
(1,2,1,2,1,1,2)	(1,1,1,2,2,1,1,1)	(2,1,2,2,2,1)
(1,2,1,2,1,2,1)	(1,1,2,1,1,1,1,2)	(2,2,1,1,2,2)
(1,2,1,2,2,1,1)	(1,1,2,1,1,1,2,1)	(2,2,1,2,1,2)
(1,2,2,1,1,1,2)	(1,1,2,1,1,2,1,1)	(2,2,1,2,2,1)
(1,2,2,1,1,2,1)	(1,1,2,1,2,1,1,1)	(2,2,2,1,1,2)
(1,2,2,1,2,1,1)	(1,1,2,2,1,1,1,2)	(2,2,2,1,2,1)
(1,2,2,2,1,1,1)	(1,2,1,1,1,1,2,1)	(2,2,2,2,1,1)
(2,1,1,1,1,2,2)	(1,2,1,1,1,2,1,1)	(1,1,1,1,1,1,1,1,2)
(2,1,1,1,2,1,2)	(1,2,1,1,2,1,1,1)	(1,1,1,1,1,1,1,2,1)
(2,1,1,1,2,2,1)	(1,2,1,2,1,1,1,1)	(1,1,1,1,1,1,2,1,1)
(2,1,1,2,1,1,2)	(1,2,2,1,1,1,1,1)	(1,1,1,1,1,2,1,1,1)
(2,1,1,2,2,1,1)	(2,1,1,1,1,1,1,2)	(1,1,1,2,1,1,1,1,1)
(2,1,2,1,1,1,2)	(2,1,1,1,1,1,2,1)	(1,1,2,1,1,1,1,1,1)
(2,1,2,1,1,2,1)	(2,1,1,1,1,2,1,1)	(1,2,1,1,1,1,1,1,1)
(2,1,2,1,2,1,1)	(2,1,1,1,2,1,1,1)	(2,1,1,1,1,1,1,1,1)
(2,1,2,2,1,1,1)	(2,1,1,2,1,1,1,1)	
(2,2,1,1,1,1,2)	(2,1,2,1,1,1,1,1)	
(2,2,1,1,1,2,1)	(2,2,1,1,1,1,1,1)	
(2,2,1,1,2,1,1)		
(2,2,1,2,1,1,1)		
(2,2,2,1,1,1,1)		
(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1)		
36 possibilidades	29 possibilidades	24 possibilidades

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

A partir dos dados apresentados na Tabela 2, é possível promover uma discussão sobre as probabilidades de vitória para cada jogador. A Tabela 3 expande essa análise ao exibir a porcentagem de sucesso para cada jogador. Nela é feita uma ampliação dos resultados, mostrando o percentual de vitória para corrida dos 3 ao 3, dos 3 ao 4, até a sequência da corrida dos 3 ao 10. Essa ampliação dos resultados permite uma visão mais clara da distribuição das vitórias ao longo das diferentes sequências do jogo.

Tabela 3 – Diferentes porcentagens de vitórias e sequências.

Corrida dos 3 aos	Jogador 1	Jogador 2	Jogador 3
3	0 0,0%	2 66,6%	1 33,3%
4	1 20%	1 20%	3 60%
5	5 50%	1 12,5%	3 37,5
6	6 46,15%	5 38,46%	2 15,38%
7	5 23,80%	10 47,61%	6 28,57%
8	8 23,52%	11 32,65%	15 44,11%
9	21 38,18%	13 23,63	21 38,18%
10	36 40,44%	29 32,58%	24 26,96%

Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

A análise dos dados apresentados na Tabela 3 revela que, no jogo corrida dos 3, não há um padrão claro que determine qual jogador possui maior ou menor probabilidade de vitória. Por exemplo, na corrida dos 3 ao 3, o jogador 1 tem 0% de chances de vencer, enquanto na corrida dos 3 ao 5, sua taxa de vitória sobe para 50%, equivalente à soma das probabilidades dos outros dois jogadores. Já na corrida dos 3 ao 9, o jogador 1 apresenta o mesmo percentual de vitória que o jogador 3. Essa variação nos resultados indica que as chances de cada participante dependem diretamente do valor final estabelecido para a corrida, tornando a distribuição das probabilidades indefinida e sensível às regras do jogo.

Com os resultados computacionais obtidos, fica clara a conexão entre matemática e programação, uma vez que ambas compartilham a necessidade da precisão lógica e rigor analítico. Os dados apresentados na Tabela 2 ilustram bem essa relação, pois convergem perfeitamente com os resultados obtidos na seção 4.2, referentes à análise algébrica do jogo.

Essa convergência evidencia não apenas a validade dos cálculos, mas também o potencial da computação como aliada no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o uso de linguagens de programação, neste caso em estudo, utilizadas para representação das possíveis jogadas, configura-se como um importante suporte tanto para o desenvolvimento do pensamento matemático quanto para a construção de competências tecnológicas nos estudantes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo propôs uma análise modificada e exploratória do jogo Corrida ao Vinte, considerando sua execução por três participantes. A investigação teve como objetivo compreender como a dinâmica do jogo se altera com a introdução de um terceiro jogador, especialmente no que diz respeito às estratégias vencedoras tradicionalmente consolidadas na versão com dois jogadores. No caso, como explicado ao longo do texto, pela limitação de páginas do artigo, adotou-se a representação considerando uma corrida ao dez, para diminuir a quantidade de registros dos cálculos.

Observa-se que foram utilizados registros de representação geométrica, algébrica e computacional. A análise geométrica do jogo Corrida ao Dez, por meio da construção e leitura da árvore de possibilidades, possibilitou uma maior visualização das estratégias possíveis e a identificação de posições vantajosas para cada jogador. Essa representação pode favorecer o desenvolvimento do pensamento lógico e a visualização de estruturas complexas, aspectos fundamentais na formação matemática. Na representação algébrica, apresentou-se um estudo analítico das possibilidades de vitórias gerais e específicas para cada jogador, oportunizando o uso contextualizado da linguagem algébrica. A representação computacional, por sua vez, evidenciou como o uso de linguagens de programação contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático.

De modo geral, as três formas de representação das possíveis jogadas evidenciaram como os conceitos matemáticos podem ser explorados quando se propõe realizar uma análise sistemática de um jogo. Considerando o que os pesquisadores indicam sobre o uso educacional do jogo, inicialmente, deve-se oportunizar que o estudante jogue o jogo, experimente-o diversas vezes e, em seguida, após o entendimento do jogo, o professor deve convidá-lo a uma atividade metacognitiva, uma reflexão sobre a ação durante o jogo. Nesse momento, espera-se que o estudante consiga visualizar as jogadas, analisar diferentes estratégias e representá-las por meio da linguagem matemática.

É nessa ação metacognitiva que o pensamento se desloca de uma ação material para uma ação mental, fazendo-se o exercício de representação das possíveis jogadas, como analisado nas seções 4.1, 4.2 e 4.3. Essa transição da ação concreta para a ação mental, por meio da reflexão e da representação, potencializa a aprendizagem. É nesse processo metacognitivo que se desenvolvem competências como a argumentação, a formulação de hipóteses e a criação de estratégias. O professor, ao fazer a mediação, pode instigar o grupo a representar as jogadas de formas diferentes e discutir as possibilidades de representação geométrica, algébrica e computacional, como apresentado neste artigo. Em termos pedagógicos, essa versão modificada pode ampliar o potencial do jogo como recurso didático, pois estimula o pensamento estratégico, a tomada de decisão e o raciocínio lógico diante de múltiplas possibilidades. Essa abordagem vai ao encontro do que foi apresentado por Soares *et al.* (2024), que também destacou o uso do jogo como ferramenta eficaz no ensino de matemática.

Os resultados indicaram que, ao se adicionar um terceiro participante, as estratégias conhecidas e eficazes na versão tradicional do jogo deixam de ser aplicáveis. Isso ocorre porque o controle estratégico individual perde sua eficácia, e a vitória, nesse novo contexto, passa a depender não apenas das decisões do próprio jogador, mas também das interações e respostas dos demais participantes, tornando o jogo mais complexo.

Salienta-se que as conclusões e/ou posições do autor frente aos resultados do estudo geralmente são elaboradas por meio da exploração dos objetivos alcançados e da discussão do problema abordado.

REFERÊNCIAS

BROUGÈRE, G. **Brinquedo e Cultura**. São Paulo: Cortez, 1995.

BROUSSEAU, G. **Ingénierie didactique. D'un problème à l'étude a priori d'une situation didactique**. Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques, Olivet, 1982.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques (Revue)**, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. *In*: BRUN, Jean (Org.). **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

CAVALCANTI, L. B. **O uso de material concreto com representações retangulares na construção do conceito de recomposição multiplicativa**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, PE, 2006. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4417>>. Acesso em: 04 mar. 2025.

CHALITA, D. D. **Busca de padrões algébricos no Ensino Fundamental:** uma proposta com o jogo Corrida ao Vinte. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2023. Disponível em: <https://tede.pucsp.br/handle/handle/40078>. Acesso em: 04 mar. 2025.

COSTA, L. D. **O que os jogos de entretenimento têm que os jogos com fins pedagógicos não têm.** Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <https://www.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0610428_08_pretextual.pdf>. Acesso em: 15 fev. 2025.

DUARTE, E. M.; ALLEVATO, N. S. G. Jogos Educacionais: estado da arte das comunicações do Encontro Nacional de Educação Matemática. **Revista @mbienteeducação**, v. 11, n. 1, p. 78-89, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.26843/AE19828632V11N12018P78A89>>. Acesso em: 20 fev. 2025.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

ELKONNIN, D. **Psicologia do Jogo.** São Paulo: Martins Fontes, 1998.

GRANDO, R C. Recursos didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**. ISSN: 2236-2150, v. 5, n. 02, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.36524/dect.v5i02.117>>. Acesso em: 10 fev. 2025.

GRANDO, R C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula.** 2000. 224p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <20.500.12733/1590391>. Acesso em: 05 jun. 2025.

HUIZINGA, J. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura.** Tradução: J. P. Monteiro. 8. ed. São Paulo: Perspectiva, 2014.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens.** São Paulo: Perspectiva, 1991.

KIMURA, C. F. K. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos:** um estudo sob a perspectiva da Epistemologia Genética de Jean Piaget. 2005. 262f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. São Paulo, 2005. Disponível em: <<https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10928>>. Acesso em: 23 mai. 2025.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 14. ed. São Paulo: Cortez, 2017.

MORAIS, A. D.; BASSO, M. V. A.; FAGUNDES, L. C. Educação Matemática & Ciência da Computação na escola: aprender a programar fomenta a aprendizagem de matemática? **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 23, n. 2, p. 455-473, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1516-731320170020011>>. Acesso em: 12 fev. 2025.

MOURA, M. O. **A séria busca no jogo: do lúdico na matemática**. In: Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. 2009. São Paulo: Cortez. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001740956>. Acesso em: 15 fev. 2025.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

MUNIZ, C. A. O Professor e a Autoria de Jogos como Recursos Pedagógicos para a Aprendizagem Matemática. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA)**, v. 7, n. 1, p. 14-34, jun. 2022. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/hipatia/article/view/1973>. Acesso em: 10 fev. 2025.

PALOMO ALVES, Á. M. A história dos jogos e a constituição da cultura lúdica. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 4, n. 1, 2007. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/1203>. Acesso em: 14 mar. 2025.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. 2º ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PONTES, M. M. A. V. **Jogos: uma abordagem matemática**. 2018. 50 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/40445>. Acesso em: 15 mai. 2025.

POMMER, W. M. **Brousseau e a idéia de Situação Didática**. SEMA – Seminários de Ensino de Matemática/FEUSP, 2008. Disponível em: <https://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2025.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema: Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 6º a 9º ano**. Artmed Editora, 2007.

SOARES, L. F. M.; ARAÚJO, G. L.; BARBOSA, M. G.; MELO, R. J. S. Jogos como recurso didático para o ensino de matemática: uma revisão de literatura nos anais do sipem. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 12, p. e24025, 2024. DOI: 10.26571/reamec.v12.16773. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/16773>. Acesso em: 17 out. 2025.

TEIXEIRA, A.; SILVA, J. N. Histórias de jogos matemáticos: o caso do Metromachia, para o ensino da Geometria. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 2, n. 2, 2016. Disponível em: <https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/91>. Acesso em: 16 fev. 2025.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1984.

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS

Não se aplica

FINANCIAMENTO

Não houve financiamento

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Introdução: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Referencial teórico: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Análise de dados: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Discussão dos resultados: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Conclusão e considerações finais: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Referências: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Revisão do manuscrito: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

Aprovação da versão final publicada: Ilton Ferreira de Menezes, Edvaldo Elias de Almeida Batista, Jailson França dos Santos, Ana Maria Porto Nascimento

CONFLITOS DE INTERESSE

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política e financeira referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados da pesquisa foi publicado no próprio artigo.

PREPRINT

Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

COMO CITAR - ABNT

MENEZES, Ilton Ferreira de; BATISTA, Edvaldo Elias de Almeida; SANTOS, Jailson França dos; NASCIMENTO, Ana Maria Porto. Ampliando o jogo corrido ao vinte: perspectivas geométricas, algébricas e computacionais. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 13, e25083, jan./dez., 2025. <https://doi.org/10.26571/reamec.v13.20005>

COMO CITAR - APA

Menezes, I. F. de, Batista, E. E. de A., Santos, J. F. dos, Nascimento, A. M. P. (2025). Ampliando o jogo corrido ao vinte: perspectivas geométricas, algébricas e computacionais. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 13, e25083. <https://doi.org/10.26571/reamec.v13.20005>

DIREITOS AUTORAIS

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão

remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF

Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao>



OPEN ACCESS

Este manuscrito é de acesso aberto ([Open Access](#)) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (*Article Processing Charges – APCs*). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la - ou seja, quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.



LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](#). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE

Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto [iThenticate](#) da Turnitin, através do serviço [Similarity Check](#) da [Crossref](#).



PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.



EDITOR

Dailson Evangelista Costa  

AVALIADORES

Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra  

Avaliador 2: não autorizou a divulgação do seu nome.

HISTÓRICO

Submetido: 03 de abril de 2025.

Aprovado: 30 de junho de 2025.

Publicado: 29 de dezembro de 2025.