

## PENSAMENTO ALGÉBRICO E EQUIVALÊNCIA: ANÁLISE DE UM LIVRO DIDÁTICO DO 5º ANO

## ALGEBRAIC THINKING AND EQUIVALENCE: ANALYSIS OF A 5TH GRADE TEXTBOOK

## PENSAMIENTO ALGEBRAICO Y EQUIVALENCIA: ANÁLISIS DEL LIBRO DE TEXTO DE 5º GRADO

Rebeca Mata Prazeres\*  

Sandra Maria Pinto Magina\*\*  

### RESUMO

O presente artigo tem por objetivo investigar como o pensamento algébrico, com foco na Equivalência, é abordado pelo livro didático do 5º ano. Para tanto foi escolhida a Coleção Desafio Matemática (versão do professor), aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 2023. A escolha dessa coleção deve-se ao fato de ter sido adotada na escola em que foi desenvolvido um estudo de intervenção com estudantes do 5º ano. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de caráter bibliográfico (Fiorentini; Lorenzato, 2012), que utiliza como fontes livros e artigos disponíveis em bibliotecas ou na internet (e-book). Realizou-se uma análise detalhada do livro referido. Para análise dos dados, embasou-se nas categorias atribuídas aos diferentes significados do sinal de igual, conforme proposto por Molina e Castro (2009), das quais foram usadas as categorias de Equivalência Numérica, Equivalência por Definição ou Notação. Os resultados mostram que embora o livro não tenha um capítulo específico sobre Equivalência, aborda gradualmente as habilidades previstas pela BNCC de forma progressiva em suas atividades. A ideia de Equivalência é explorada com recursos concretos e numéricos, como, por exemplo, a balança de dois pratos, e por meio de expressões aritméticas. Observa-se uma organização lógica nas atividades: inicialmente, os alunos equilibram expressões com valores iguais em ambos os lados da balança e, nas etapas seguintes, lidam com valores desconhecidos. Embora não utilize simbologia da algébrica formal, o livro proporciona condições para que os alunos compreendam a ideia de valor desconhecido, preparando-os para a formalização nos anos seguintes.

**Palavras-chave:** Significados do sinal de igual. Equivalência numérica. Equivalência por definição ou notação.

### ABSTRACT

This article aims to investigate how algebraic thinking, with a focus on equivalence, is addressed in the 5th-grade textbook. To this end, the collection Desafio Matemática (teacher's edition), approved by the Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) in 2023, was selected. This collection was chosen

\* Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática-PPGECM pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Bolsista do programa, Ilhéus-BA, Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia Jorge Amado, Km 16, Salobrinho, Ilhéus, Bahia, Brasil, CEP: 45662-900. E-mail: [rmprazeres.ppgecm@uesc.br](mailto:rmprazeres.ppgecm@uesc.br).

\*\* PhD em Educação Matemática pela Universidade de Londres. Professora Titular do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia Jorge Amado, Km 16, Salobrinho, Ilhéus, Bahia, Brasil, CEP: 45662-900. E-mail: [smpmagina@uesc.br](mailto:smpmagina@uesc.br).

because it was adopted in the school where an intervention study with 5th-grade students was conducted. This is a qualitative, bibliographic research study (Fiorentini & Lorenzato, 2012) that uses books and articles available in libraries or online (e-books) as sources. A detailed analysis of the aforementioned textbook was carried out. For data analysis, the study was based on categories assigned to the different meanings of the equal sign, as proposed by Molina and Castro (2009), of which the categories of Numerical Equivalence and Equivalence by Definition or Notation were used. The results show that although the textbook does not have a specific chapter on equivalence, it gradually addresses the skills outlined in the BNCC (National Common Curricular Base) through progressive activities. The idea of equivalence is explored through concrete and numerical resources, such as a two-pan balance, and through arithmetic expressions. A logical organization is observed in the activities: initially, students balance expressions with equal values on both sides of the balance, and in later stages, they work with unknown values. Although it does not use formal algebraic symbols, the textbook provides conditions for students to understand the idea of an unknown value, preparing them for formalization in subsequent years.

**Keywords:** Meanings of the equals sign. Numerical equivalence. Equivalence by definition or notation.

## RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo investigar cómo el pensamiento algebraico, con enfoque en la Equivalencia, es abordado en el libro de texto de 5º año. Para ello, se seleccionó la Colección Desafío Matemática (versión del profesor), aprobada por el Programa Nacional del Libro de Texto (PNLD) en 2023. La elección de esta colección se debe a que fue adoptada en la escuela donde se desarrolló un estudio de intervención con estudiantes de 5º año. Se trata de una investigación cualitativa, de carácter bibliográfico (Fiorentini y Lorenzato, 2012), que utiliza como fuentes libros y artículos disponibles en bibliotecas o en internet (e-book). Se realizó un análisis detallado del libro mencionado. Para el análisis de datos, se basó en las categorías atribuidas a los diferentes significados del signo igual, según lo propuesto por Molina y Castro (2009), de las cuales se utilizaron las categorías de Equivalencia Numérica y Equivalencia por Definición o Notación. Los resultados muestran que, aunque el libro no tiene un capítulo específico sobre Equivalencia, aborda gradualmente las habilidades previstas por el BNCC (Base Nacional Común Curricular) de forma progresiva en sus actividades. La idea de Equivalencia se explora con recursos concretos y numéricos, como, por ejemplo, la balanza de dos platos, y mediante expresiones aritméticas. Se observa una organización lógica en las actividades: inicialmente, los estudiantes equilibran expresiones con valores iguales en ambos lados de la balanza y, en etapas posteriores, trabajan con valores desconocidos. Aunque no utiliza simbología algebraica formal, el libro proporciona las condiciones para que los estudiantes comprendan la idea de valor desconocido, preparándolos para la formalización en los años siguientes.

**Palabras clave:** Significados del signo igual. Equivalencia numérica. Equivalencia por definición o notación.

## 1 INTRODUÇÃO

Os fundamentos da Álgebra envolvem relações matemáticas abstratas, expressas por equações, inequações ou funções, representadas por estruturas de operações ou relações em conjuntos. Desde a década de 1980, intensificaram-se as discussões sobre o ensino da Álgebra na Educação Básica, o que fomentou o interesse dos educadores matemáticos em caracterizar o pensamento algébrico (Ponte; Branco; Matos, 2009).

Assim, o pensamento algébrico tem sido caracterizado como o “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações por meio de discurso argumentativo, e expressam-nas de modo progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (Blanton; Kaput, 2005, p. 413). Dessa forma, pode-se compreender o pensamento algébrico como a capacidade de generalizar ideias matemáticas sem, necessariamente, recorrer a uma linguagem matemática formal ou a símbolos. Espera-se que, gradualmente, os alunos aprimorem seus argumentos com base em suas experiências e conhecimentos prévios.

Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico abrange três vertentes inter-relacionadas: representar, raciocinar e resolver problemas. “Representar” – envolve formas como desenhos e símbolos para expressar raciocínios; “racionar” – diz respeito à habilidade de generalizar e relacionar objetos por suas propriedades; e “resolver problemas” – quando se faz uso de representações e raciocínios para questões matemáticas e de outras naturezas. Essas vertentes se articulam, constituindo a base do pensamento algébrico.

A proposta de desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais tem sido amplamente discutida em diversas pesquisas realizadas ao longo das últimas décadas e em diferentes países. Estudos, como os de Blanton e Kaput (2005), Bastos (2019), Campos (2019), Araújo (2020), Lemos et al. (2023) e Lanes et al. (2023) destacam a importância atribuída aos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra, especialmente no que diz respeito ao conceito de Equivalência.

Dentre os conteúdos algébricos previsto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para os anos iniciais, o tema de Equivalência está previsto para o 4º e o 5º ano do Ensino Fundamental, possibilitando aos alunos o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que explora as propriedades da igualdade e noção de Equivalência (Brasil, 2018).

Apesar dos avanços trazidos pela BNCC (Brasil, 2018) no que tange ao ensino de Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o tema ainda é relativamente novo e emergente nesse nível de ensino (Lemos et al., 2023). Essa característica se acentua ao considerarmos que essa versão final da BNCC foi apenas publicada em dezembro de 2018 e que os anos de 2020 e 2021 foram significativamente comprometidos, em termos escolares, devido à pandemia da Covid-19. Esse contexto faz com que a efetiva implementação da Álgebra em sala de aula dos anos iniciais ainda não tenha ocorrido, permanecendo em debate entre poucos pesquisadores. Destaca-se, portanto, a necessidade de mais estudos e práticas pedagógicas que consolide essa abordagem no cenário educacional brasileiro.

Nesse sentido, torna-se essencial investigar e discutir como os materiais didáticos abordam o conteúdo algébrico (um dos eixos temáticos presente nos anos iniciais do Ensino Fundamental), especialmente no que se refere às diretrizes da BNCC. Considerando que o livro didático seja, talvez, o recurso mais acessível ao professor e aquele mais utilizado como suporte pedagógico, analisar a maneira como esse suporte tem tratado o eixo temático da Álgebra pode oferecer uma visão das práticas pedagógicas e dos caminhos propostos para desenvolver o conceito de Equivalência matemática nos anos iniciais.

Assim, este artigo apresenta um estudo cujo objetivo é investigar como o pensamento algébrico, com foco na Equivalência, é abordado no livro didático do 5º ano. A análise será realizada a partir da *Coleção Desafio Matemática* (versão do professor), escrito por Énio Silveira, publicado pela Editora Moderna e aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) em 2023. A questão norteadora que orienta este estudo é: Como o pensamento algébrico, com foco na Equivalência, é abordado no livro didático do 5º ano da *Coleção Desafio Matemática*? A escolha desse livro específico justifica-se pelo fato de que ele será adotado por uma turma de 5º ano, na qual será desenvolvido um estudo posterior com os estudantes, tendo a Equivalência como foco principal.

Iniciaremos o desenvolvimento deste artigo refletindo sobre o ensino da Álgebra nos anos iniciais (AI), utilizando a BNCC (2018) como documento orientador para se pensar sobre o ensino da Álgebra em geral, e da Equivalência em particular nesses anos. Em seguida, dedicaremos uma seção para discutir o papel do livro didático nos processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos algébricos, especificamente a Equivalência. Posteriormente, apresentaremos a análise das abordagens e atividades que o livro utiliza para introduzir esse tema. Por fim, a última seção será destinada à apresentação e discussão investigativa tendo por foco a relação entre Equivalência e o desenvolvimento do pensamento algébrico, apresentando possibilidades metodológicas para tratar do tema.

## 2 O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA

O ensino de Álgebra nos primeiros anos da Educação Básica recebeu impulso em 2006, durante uma conferência organizada pela Academia Nacional de Ciências dos Estados Unidos, que discutiu os caminhos da ciência e tecnologia no século XXI. Ao final do evento, os pesquisadores Blanton, Schifter, Inge, Lofgren, Willis, Davis e Confrey consolidaram o termo

*Early Algebra* (EA) ao produzirem um relatório visando a abordagem do ensino e da aprendizagem de Álgebra desde as séries iniciais (Katz, 2007).

Com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017, e sua consequente publicação no final de 2018, a Álgebra foi incluída como uma das unidades temáticas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em sintonia com as novas diretrizes da Educação Matemática. O objetivo dessa unidade é desenvolver o pensamento algébrico, essencial para a compreensão de representações matemáticas gráficas e o uso da linguagem matemática por meio de símbolos e letras (Brasil, 2018).

A BNCC enfatiza a importância de se iniciar o trabalho com conceitos como regularidades, generalização de padrões e propriedades da igualdade, desde o início dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse nível, o uso formal de letras e símbolos matemáticos ainda não é necessário. A BNCC estabelece quatro ideias matemáticas a serem exploradas na unidade temática de Álgebra: variação, interdependência, proporcionalidade e Equivalência (Brasil, 2018).

No que concerne especificamente à Equivalência, para o 5º ano do Ensino Fundamental é posto como Objeto de Conhecimento “Propriedades da igualdade e noção de Equivalência” esta que está dissolvida em duas habilidades:

(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência. (EF05MA11) Resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido (Brasil, 2018, p. 291).

Ponte, Branco e Matos (2009) esclarecem que considerando o conceito de Equivalência é inicialmente apresentado aos alunos por meio do sinal de igual, é fundamental que esse primeiro contato demonstre que seu significado vai além do simples resultado em operações. De fato, é importante que o sinal de igual seja entendido como um símbolo que estabelece uma Equivalência entre os termos e/ou expressões.

### **3 O PAPEL DO LIVRO DIDÁTICO**

Consideramos que o livro didático desempenha um papel fundamental em sala de aula, uma vez que ele atua como um dos recursos de mediação no processo de ensino e aprendizagem.

Frequentemente, costuma ser o principal apoio do professor em sua prática pedagógica. Assim, caso almejamos compreender determinadas causas das dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos alunos, ou até a maneira como eles aprendem, o livro didático utilizado torna-se uma fonte essencial de análise (Bittar, 2017).

Embora o livro didático não seja a única fonte de estudo de alunos e professores, sua análise possibilita uma aproximação ao conteúdo ensinado em sala. Portanto, é fundamental conhecer as propostas apresentadas pelos livros didáticos, especialmente para embasar a elaboração de intervenções pedagógicas direcionadas aos alunos (Bittar, 2017).

Nesse contexto, o estudo apresentado neste artigo tem como objetivo investigar como o pensamento algébrico, com foco na Equivalência, é abordado no livro didático do 5º ano da *Coleção Desafio Matemática*.

Com as mudanças propostas pela BNCC (2018), que reforçam a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico já nos anos iniciais, o livro didático passou a assumir um papel ainda mais relevante na promoção dessas habilidades. E, embora a BNCC estabeleça diretrizes para o desenvolvimento de competências específicas em cada ano, o caráter recente dessas propostas nos motivou a analisar como a Equivalência é apresentada e trabalhada no material. Tal análise contribui para uma discussão sobre o uso do livro didático como recurso pedagógico no ensino de matemática, considerando tanto seus potenciais quanto suas limitações no desenvolvimento do pensamento algébrico.

O interesse nos resultados obtidos a partir de nossa análise permite inferências sobre a cultura escolar tal como está estabelecida, especialmente no que se refere ao ensino de conteúdos que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico, com ênfase no conceito de Equivalência. Para aprofundar essa análise, será feita uma identificação e categorização das abordagens de Equivalência presentes no livro, buscando entender de que forma esses conteúdos são estruturados e apresentados aos alunos.

#### **4 EQUIVALÊNCIA E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO**

No que tange à caracterização do Pensamento Algébrico, este pode ser compreendido a partir de duas vertentes: a Aritmética Generalizada e o Pensamento Funcional (Blanton; Kaput, 2005; Carraher; Schliemann 2006).

A Aritmética generalizada revela o caráter algébrico da Aritmética, uma vez que esta possui uma natureza intrinsecamente algébrica. Esse caráter é explorado de forma explícita e sistemática, destacando seu potencial de generalização (Carraher; Schliemann, 2006; Canavarro, 2007). Consiste em analisar as expressões aritméticas considerando suas propriedades estruturais, em vez de focar apenas no valor numérico resultante. Por exemplo, ao observar que  $33 + 8 = 8 + 33$ , a igualdade não é derivada somente pelo fato de ambos os membros resultarem em 41, mas também porque a adição é comutativa, ou seja, a ordem dos termos não altera o valor da expressão (Canavarro, 2007).

Já o Pensamento funcional foca na capacidade de generalizar por meio do conceito de função. Essa abordagem envolve a compreensão das relações entre variáveis e a observação de como certos padrões se repetem e se transformam ao longo de um domínio específico Kaput (2000), Canavarro (2007).

O pensamento funcional pode ser associado à concepção do uso de letras para representar variáveis. Nesse contexto, as letras simbolizam valores que mudam em função de outros, permitindo a formulação de generalizações e a exploração de padrões. Além disso, a ideia que subjaz o enfoque funcional são as operações aritméticas generalizadas, já que elas, em última análise, são expressas como funções (Schliemann; Carraher, 2016; Magina; Molina, 2023). Assim, é possível considerar que a experiência da resolução de problemas aritméticos, com variação de quantidades, pode contribuir para a introdução de letras (ou outros símbolos) para representar variáveis, com foco na estrutura das operações aritméticas.

Ambas as abordagens, embora distintas, contribuem para a construção do pensamento algébrico: enquanto o pensamento funcional explora a ideia de variabilidade e dependência entre variáveis, a aritmética generalizada enfatiza as propriedades operacionais.

No contexto das operações aritméticas, o sinal de igualdade tende a ser entendido como o resultado de uma operação ou como uma expressão de identidade. Segundo Ponte, Branco e Matos (2009), a identidade ocorre quando há uma coincidência completa entre dois objetos, ou seja, o objeto é idêntico apenas a si mesmo, como nos exemplo  $1 = 1$  ou  $2 + 3 = 2 + 3$ .

Por outro lado, quando a igualdade é entendida como uma relação de Equivalência, essencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico, ela busca explorar as propriedades estruturais de determinadas expressões algébricas. Por exemplo, na sentença  $2 + 3 = 3 + 2$ , aplica-se a propriedade comutativa, embora não haja identidade entre os termos ambos representam o mesmo valor.

A relação de Equivalência, nesse caso, permite a generalização da aritmética. No contexto do ensino e aprendizagem, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, essa abordagem é razoável para que os alunos possam generalizar propriedades algébricas a partir de casos específicos. Entre essas propriedades, destacam-se a associatividade, a comutatividade, a distributividade e a existência de um elemento neutro (Ponte; Branco; Matos, 2009).

Quando a relação de igualdade é compreendida como Equivalência, diz-se que o significado atribuído ao sinal é o de Expressão de Equivalência<sup>1</sup>. Esse significado ocorre quando o sinal de igual é empregado para relacionar duas representações de um mesmo objeto matemático (Molina; Castro e Castro, 2009).

Os autores distinguem ainda três tipos de Equivalências, são elas<sup>2</sup>: Equivalência numérica, Equivalência simbólica, Equivalência por definição ou notação:

Equivalência numérica: refere-se à igualdade do valor numérico entre duas expressões aritméticas (por exemplo:  $4 + 5 = 3 + 6$  ou  $3 \cdot (4 + 2) = 3 \cdot 6$ ). Note que o sinal de igualdade estabelece uma conexão entre duas representações do mesmo número. Esse significado é conhecido como o significado relacional do sinal de igualdade, contrastando com o significado operacional/aritmético desse símbolo (Molina; Castro e Castro, 2009).

Equivalência simbólica: refere-se à igualdade do valor numérico entre duas expressões algébricas para todos os valores que as variáveis podem assumir, como, por exemplo,  $x^2 + 2x = x(x + 2)$  (Molina; Castro e Castro, 2009).

Equivalência por definição ou notação: refere-se à igualdade do valor numérico entre duas expressões algébricas ou aritméticas, em concordância com uma relação de Equivalência definida ou com o significado da notação utilizada, por exemplo:  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  as frações,  $1m = 100cm$  (conversão de unidade de medida) (Molina; Castro e Castro, 2009).

Explorar os diferentes significados do sinal de igual pode contribuir para que os alunos desenvolvam o pensamento algébrico ao construir conexões relacionais entre objetos matemáticos e símbolos (Ponte; Branco; Matos, 2009). Para isso, é fundamental criar situações que possibilitem aos alunos a compreenderem a visão ampliada do significado do sinal de igual, especialmente no contexto da relação de Equivalência, uma das vertentes do pensamento algébrico.

---

<sup>1</sup> Um dos significados atribuídos ao sinal de igual por Molina, Castro e Castro (2009).

<sup>2</sup> Grifo nosso para: *Numerical equivalence*, *Symbolic equivalence*, *Equivalence by definition or notation*.

Esse pensamento relacional é desenvolvido a partir de princípios da igualdade, tais como o aditivo e o multiplicativo (Luna; Merlini; Ferreira, 2021). O princípio aditivo da igualdade estabelece que, ao adicionar ou subtrair o mesmo número em ambos os membros de uma igualdade, obtém-se uma nova sentença que permanece verdadeira (Luna; Merlini; Ferreira, 2021). Por exemplo, partindo da igualdade  $5 + 3 = 8$ , ao adicionar 2 em ambos os membros, obtém-se  $5 + 3 + 2 = 8 + 2$ , resultando em  $10 = 10$ , que continua sendo uma igualdade válida. De maneira semelhante, ao subtrair 4 de ambos os membros, a igualdade se mantém, como em  $5 + 3 - 4 = 8 - 4$  que resulta em  $4 = 4$ .

Já o princípio multiplicativo da igualdade afirma que, ao multiplicar ou dividir ambos os membros de uma igualdade por um mesmo número (diferente de zero), a sentença permanece verdadeira (Luna, Merlini e Ferreira, 2021). Por exemplo, na igualdade  $6 = 3 \cdot 2$ , ao multiplicar ambos os membros por 4, obtém-se  $6 \cdot 4 = 3 \cdot 2 \cdot 4$ , que resulta em  $24 = 24$ . Similarmente, ao dividir ambos os membros por 3 tem-se  $\frac{6}{3} = \frac{3 \cdot 2}{3}$ , resultando em  $2 = 2$ , preservando a igualdade.

Esses princípios são fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico, embora não seja necessário que estejam sobre o domínio dos alunos dos anos iniciais, do ensino Fundamental. No entanto, é viável que os professores tenham conhecimento desses conceitos, pois isso lhes possibilita mediar e planejar aulas que oportunizem aos alunos o desenvolvimento do pensamento algébrico.

## 5 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta investigação adota uma abordagem qualitativa e caracteriza-se como uma análise documental (Fiorentini; Lorenzato, 2012), tendo como fonte de dados o livro didático do 5º ano da *Coleção Desafio Matemática* do professor, em formato digital. Para organizar e interpretar os dados, as informações foram categorizadas e sistematizadas, permitindo uma interpretação fundamentada do material analisado.

Inicialmente, observamos a estrutura geral do livro que indica, na lateral de cada página da edição do professor, as habilidades da BNCC contempladas em cada seção. Concomitantemente realizamos uma análise prévia da BNCC, identificando as habilidades relacionadas à unidade temática da Álgebra, com foco específico no conceito de Equivalência para o 5º ano, do Ensino Fundamental. As habilidades identificadas foram a EF05MA10 e EF05MA11, já apresentadas anteriormente neste texto.

As habilidades representam as aprendizagens fundamentais que precisam ser garantidas aos alunos em diversos contextos escolares (Brasil, 2018). Elas são descritas de acordo com uma estrutura específica. Tomando como exemplo as habilidades mencionadas, o primeiro conjunto de letras indica a etapa do Ensino Fundamental. O primeiro par de números representa o ano escolar (variando de 01 a 09), sendo o número 05 correspondente ao 5º ano. O segundo par de letras se refere ao componente curricular, que neste caso é a Matemática, e o último par de números indica a posição da habilidade dentro da numeração sequencial do ano ou bloco de anos.

Utilizamos a ferramenta de busca por palavras, pesquisamos pelos termos “EF05MA10” e “EF05MA11”, a fim de selecionar todas as questões que, segundo o livro, são passíveis de desenvolver o pensamento algébrico relacionado à ideia de Equivalência. Contudo, nossa análise ultrapassa as situações indicadas no livro como potenciais para o desenvolvimento das habilidades de Equivalência algébrica. Propomos, também, investigar as abordagens apresentadas que exploram a relação de Equivalência, adotando uma visão mais ampla para a apresentação desse conceito.

Para tanto, utilizamos descritores específicos para realizar buscas de palavras no corpo do texto do livro, como: Equivalência, balança, equivalente e igualdade. A intenção é identificar se e como o material apresenta atividades ou situações que possam favorecer o desenvolvimento do conceito de Equivalência, ainda que este não seja explicitamente nomeado. Essa estratégia permitiu observar práticas que, de maneira implícita, envolvem a ideia de Equivalência. Os problemas<sup>3</sup> selecionados foram analisados a partir de um indicador pré-estabelecido, sobre as características do pensamento algébrico, com ênfase na ideia de Equivalência associada aos significados atribuídos ao sinal de igual. Optamos por não apresentar todas as questões do livro didático que abordam o conceito de Equivalência, mas sim por selecionar exemplos que ilustram as diferentes abordagens empregadas no material. A escolha desses problemas foi fundamentada no processo de categorização dos dados, visando destacar as estratégias diversificadas, como o uso de representações simbólicas, analogias visuais e contextos aplicados. A síntese das categorias utilizadas e exemplos específicos buscam proporcionar uma explanação mais objetiva, sem prejuízo à abrangência da análise.

---

<sup>3</sup> Neste texto, entende-se por problemas, atividades, exercícios e tarefas tudo o que é apresentado no livro como uma provocação, com o objetivo de estimular uma resposta por parte do aluno.

No Quadro 1, as categorias utilizadas são sintetizadas para analisar os problemas mapeados.

**Quadro 1** - Categorias de análise dos problemas mapeados

Significado atribuído ao sinal de igual para desenvolver a ideia de Equivalência (Molina; Castro e Castro, 2009)	1. Equivalência Numérica 2. Equivalência por Definição ou Notação
--	--

Fonte: Elaboração das autoras (2025).

Embora tenham sido apresentadas as três categorias de Equivalência (numérica, simbólica e por definição ou notação), optamos por utilizar apenas as categorias de Equivalência Numérica e Equivalência por Definição ou Notação para a análise das questões do livro didático. Essa escolha está fundamentada nas habilidades descritas pela BNCC para o 5º ano, do Ensino Fundamental, as quais não contemplam conteúdos relacionados à variância, funções ou ao uso de expressões algébricas generalizadas, características mais associadas à Equivalência Simbólica.

Assim, as categorias selecionadas estão alinhadas às habilidades e expectativas estabelecidas para o ensino da Equivalência nesse ano escolar. O tratamento dos dados envolveu o retorno aos referenciais teóricos, o que possibilitou organizar e destacar as informações relevantes para o estudo, contribuindo para a elaboração das interpretações inferenciais que serão apresentadas a seguir.

## 6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

O livro analisado não apresenta um capítulo específico dedicado ao conceito de Equivalência, embora aborda habilidades relacionadas à Equivalência algébrica ao longo de diferentes momentos. Para o 5º ano do Ensino Fundamental, foram identificadas atividades que envolvem as habilidades EF05MA10 e EF05MA11. No total, há sete questões que segundo o livro estão diretamente vinculadas a essas habilidades. Essas questões estão distribuídas em três unidades: Unidade 2 (Adição e Subtração), Unidade 6 (Divisão) e Unidade 10 (Mais Medidas), além de uma seção inicial intitulada “O que já sei”, que corresponde a uma avaliação diagnóstica. Tal distribuição sugere que essas habilidades devem ter sido trabalhadas em anos anteriores.

A presença dessas habilidades nas unidades correspondentes às operações fundamentais reforça a perspectiva de caracterização do Pensamento Algébrico, entendido a partir da Aritmética Generalizada. Esse enfoque sugere que, ao trabalhar com adição, subtração e

divisão, os alunos estão sendo introduzidos a conceitos algébricos de forma gradual, associando as operações aritméticas a estruturas mais abstratas, como a Equivalência e as propriedades algébricas. Tal abordagem evidencia uma transição do pensamento aritmético para um pensamento mais algébrico, aspecto essencial para o desenvolvimento de habilidades algébricas mais complexas em etapas posteriores da educação matemática.

Todas as questões que, segundo o livro, visam desenvolver a ideia de Equivalência, segundo as habilidades da BNCC, estão inseridas na categoria de Equivalência Numérica, conforme nossa análise.

Esse foco é coerente com as habilidades da BNCC, já que elas trabalham a manutenção da igualdade por meio de operações matemáticas, sem recorrer ao uso de notações algébricas formais. A habilidade EF05MA10 envolve a compreensão de que a relação de igualdade é preservada ao aplicar operações em ambos os membros de uma expressão, e a EF05MA11 trata de resolver problemas com expressões que envolvem um termo desconhecido, enfatizando a ideia de Equivalência.

Além das questões que, segundo o livro, abordam as habilidades EF05MA10 e EF05MA11, também foram identificadas outras atividades que, com base na categorização do estudo adotado neste, podem ser associadas ao conceito de Equivalência, como aquelas que exploram a Equivalência por Definição.

No total, foram identificadas dez questões distribuídas em quatro unidades: Unidade 2 (Adição e Subtração), Unidade 5 (Medidas), Unidade 8 (Números na forma de fração) e Unidade 9 (Números na forma decimal). Em três dessas unidades, não foram encontradas questões diretamente relacionadas às habilidades da BNCC, mas a ocorrência da relação de Equivalência pode ser justificada pelas unidades na qual se encontram na Unidade de Medidas, a Equivalência por Definição fica evidente, pois uma grandeza pode ser representada por diferentes unidades de medida, mantendo o mesmo valor.

Nas unidades que trazem os números na forma de fração e na forma decimal, a Equivalência também se manifesta, pois as diversas representações (como frações, números decimais e porcentagens) são diferentes formas de expressar um mesmo valor numérico. Essas representações por vezes são equivalentes entre si, já que descrevem o mesmo valor de maneiras distintas. Portanto, a variação nas formas de expressar o mesmo número ilustra a Equivalência por Definição, uma vez que essas representações podem ser convertidas entre si, mantendo a igualdade do valor numérico a partir de convenções pré-estabelecidas.

Ademais na Unidade 8, há uma seção específica dedicada à Equivalência de frações. Embora essa seção não esteja diretamente vinculada às habilidades EF05MA10 e EF05MA11, ela foi incluída na análise como uma possibilidade de abordagem do conceito de Equivalência nos anos iniciais. Essa inclusão reflete uma tentativa de ampliar as possibilidades didáticas, mesmo que esses conteúdos não estejam explicitamente sinalizados no livro como relacionadas a essas habilidades.

No que diz respeito à quantidade de atividades categorizadas, não foram incluídos todos os problemas sobre Equivalência do livro no texto final, buscando destacar abordagens variadas.

Aqui serão analisadas sete questões, sendo cinco na categoria de Equivalência numérica e duas na categoria de Equivalência por definição. As questões selecionadas foram organizadas de forma a evidenciar diferentes abordagens no tratamento do conceito de Equivalência, considerando tanto a estrutura dos problemas quanto as habilidades requeridas para sua resolução. Essa análise busca destacar como o livro didático pode promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, ainda que não apresente um capítulo específico dedicado a esse tema.

No caso das questões categorizadas como Equivalência Numérica, o foco está na compreensão das relações entre os números e na capacidade dos alunos de identificar e operar com igualdades matemáticas em contextos concretos ou abstratos. Já as questões classificadas como Equivalência por Definição exploram relações estabelecidas por convenção, como as Equivalências entre unidades de medida ou representações numéricas de uma mesma quantidade. Essa distinção é fundamental para compreender as diversas maneiras pelas quais o conceito de Equivalência é trabalhado e como ele pode ser ampliado no ensino.

## 6.1 Equivalência Algébrica

A *Figura 1* apresenta uma atividade em que os alunos são incentivados a distribuir cinco pesos, de valores diferentes, nos dois pratos de uma balança, de modo a mantê-la em equilíbrio. A questão explora duas variáveis didáticas<sup>4</sup>: a quantidade de pesos e a massa atribuída a cada um deles.

---

<sup>4</sup> Variáveis didáticas são escolhas realizadas com o propósito de provocar transformações, utilizando o desequilíbrio como estratégia para incentivar mudanças nas abordagens e estratégias dos alunos (Almouloud, 2007).

**Figura 1** - Atividades com situações de Equivalência Numérica.

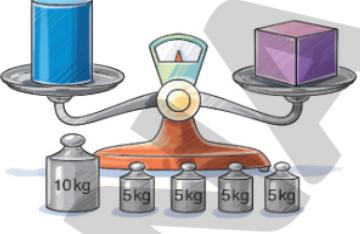
**1** Observe a balança de pratos em equilíbrio. Em qual dos itens a seguir há uma possibilidade de distribuição de todas as peças nessa balança, de modo a mantê-la em equilíbrio?

a)  1 peça de 10 kg e 1 peça de 5 kg no prato da esquerda e 3 peças de 5 kg no prato da direita.

b)  4 peças de 5 kg no prato da esquerda e 1 peça de 10 kg no prato da direita.

c)  2 peças de 5 kg no prato da esquerda e 2 peças de 5 kg e 1 peça de 10 kg no prato da direita.

d)  2 peças de 5 kg no prato da direita e 2 peças de 5 kg e 1 peça de 10 kg no prato da esquerda.



Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 18.

Como a quantidade de pesos é ímpar, isso impede um simples agrupamento em pares em cada um dos lados da balança, o que exige que o aluno analise diferentes combinações para obter o equilíbrio. No que se refere a massa dos pesos, a atividade sugere múltiplas possibilidades de agrupamento que somam 15 quilogramas, como  $15 = 10 + 5$  e  $15 = 5 + 5 + 5$ , além da relação de identidade  $15 = 15$ . Essa variedade de combinações leva o aluno a refletir sobre a contribuição individual de cada peso, até totalizar 15 quilogramas em cada prato para alcançar o equilíbrio, promovendo compreensão do significado relacional da relação de igualdade.

Do ponto de vista teórico, essa questão explora a igualdade como uma relação de Equivalência numérica. O equilíbrio na balança simboliza duas formas distintas de representar o mesmo valor, superando a noção de igualdade como mera identidade numérica ou resultado de uma operação. Além disso, o uso de dois pesos fixos, sem especificação explícita de valores e com representações geométricas distintas, reforça a ideia de Equivalência, incentivando os alunos a compreender que as expressões de quantidade podem ser equivalentes mesmo sem serem idênticas.

A atividade apresentada na *Figura 2* é sugerida para o professor como uma ferramenta potencial para desenvolver habilidades relacionadas às propriedades da adição. De acordo com o livro, espera-se que os estudantes percebam que as expressões em ambos os membros da igualdade devem ter o mesmo valor. No entanto, o livro não aborda essa questão sob a perspectiva da Equivalência, remetendo-se às habilidades da BNCC.

**Figura 2 - Atividades com situações de Equivalência Numérica**

1 Complete as sentenças de modo que fiquem verdadeiras.

a)  $750 + 4138 = \underline{4138} + 750$

b)  $8507 + 0 = 0 + \underline{8507}$

c)  $2357 + 10000 = \underline{10000} + 2357$

d)  $3606 + \underline{0} = 0 + 3606$

Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 59.

Entretanto, essa questão pode ser uma excelente oportunidade para desenvolver os princípios da aritmética generalizada, especialmente no que se refere ao conceito de Equivalência, uma vez que as propriedades das operações aritméticas devem ser inicialmente observadas em situações específicas e, gradualmente, ampliadas. Reconhecer essas propriedades e generalizá-las desde os primeiros anos de escolaridade é fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico (Ponte; Branco; Matos, 2009).

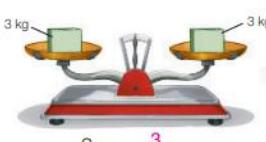
Na Aritmética, por exemplo,  $750 + 4138$  é igual a  $4138 + 750$ . Essa relação, porém, é válida para qualquer par de números naturais, ou seja,  $c + d$  é sempre igual a  $d + c$ , para quaisquer  $c$  e  $d$  pertencente ao conjunto dos números naturais.

A atividade representada pela *Figura 3* está relacionada à habilidade EF05MA10, pois tem como objetivo explorar o comportamento de uma igualdade quando se adiciona, subtrai, multiplica ou divide um mesmo número em ambos os membros dessa igualdade.

**Figura 3 - Atividades com situações de Equivalência Numérica**

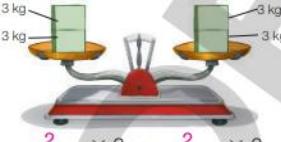
Observe as balanças em equilíbrio e complete as igualdades correspondentes.

a) Situação inicial



$$3 = \underline{3}$$

Situação final

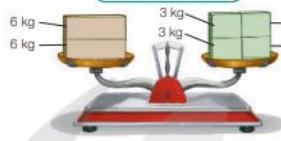


$$\underline{2} \times 3 = \underline{2} \times 3$$

OU

$$6 = 6$$

b) Situação inicial

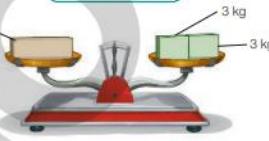


$$6 + 6 = 3 + 3 + 3 + \underline{3}$$

OU

$$12 = 12$$

Situação final



$$12 \div 2 = 12 \div \underline{2}$$

OU

$$\underline{6} = \underline{6}$$

- Compare a balança da situação inicial com a da situação final em cada item e conte o que ocorreu para mantê-la em equilíbrio. Depois, compare as igualdades que foram completadas e conte o que observou em cada item.

Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 123.

Diferentemente da questão anterior, que enfatiza o agrupamento de pesos para manter o equilíbrio da balança, remetendo à operação de adição, esta questão destaca também a compensação por meio da retirada de pesos, visando a preservar o equilíbrio.

Essa compensação não se restringe ao agrupamento ou adição de valores, mas também envolve o desmembramento desses valores, remetendo à operação de divisão. Esse aspecto amplia a compreensão da aritmética generalizada, pois oportuniza ao aluno observar propriedades estruturais da aritmética e desenvolver um raciocínio abstrato, que vai além do cálculo do valor final, uma vez que os fundamentos da Aritmética podem servir como base para construção dos aspectos sintáticos da Álgebra (Canavarro, 2007).

Em contraponto à “Situação Final” apresentada no item b da questão, os alunos podem responder “2” sem ter consciência de que estão realizando uma transformação para manter a relação de Equivalência. Isso ocorre porque podem permanecer presos à ideia de identidade, ou seja, de que algo é igual a si mesmo, como na expressão  $(12 + 2 = 12 + 2)$  sem perceber que o foco está na operação que preserva o equilíbrio entre os dois membros da igualdade. Assim, embora a intenção da questão não seja reforçar essa visão restrita da igualdade, a forma como a expressão foi estruturada pode contribuir para que os alunos desenvolvam esse equívoco.

A atividade representada na *Figura 4* está alinhada com a habilidade EF05MA10 da BNCC, pois essa questão incentiva os alunos a explorarem que a igualdade se mantém ao realizar operações em ambos os membros da igualdade. Esse tipo de atividade promove uma compreensão relacional do sinal de igualdade, mostrando que ele não é apenas um indicativo para calcular um resultado, mas uma afirmação de Equivalência entre duas sentenças.

**Figura 4** - Atividades com situações de Equivalência Numérica

2 Faça o que se pede em cada item e verifique se a igualdade se mantém.

a) Adicione 100 aos dois membros da igualdade:  $800 + 1100 = 1900$   
 $800 + 1100 + 100 = 1900 + 100$  ou  $2000 = 2000$ ; a igualdade se mantém.

b) Subtraia 300 dos dois membros da igualdade:  $2800 = 1500 + 1300$   
 $2800 - 300 = 1500 + 1300 - 300$  ou  $2500 = 2500$ ; a igualdade se mantém.

c) Multiplique por 5 os dois membros da igualdade:  $80 = 50 + 30$   
 $80 \times 5 = 50 \times 5 + 30 \times 5$  ou  $400 = 250 + 150$  ou  $400 = 400$ ; a igualdade se mantém.

d) Divida por 2 os dois membros da igualdade:  $40 + 20 = 60$   
 $40 \div 2 + 20 \div 2 = 60 \div 2$  ou  $20 + 10 = 30$  ou  $30 = 30$ ; a igualdade se mantém.

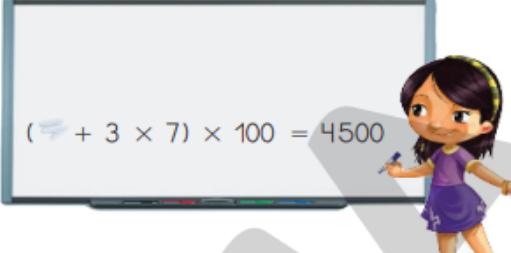
Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 127.

Assim, ao realizar essas operações em ambos os membros da igualdade, os alunos podem internalizar que, independentemente das transformações feitas em cada membro, a relação de igualdade permanece. Esse processo contribui para a consolidação do conceito de Equivalência Numérica, no qual diferentes expressões podem representar o mesmo valor.

A atividade apresentada na *Figura 5* está em conformidade com a habilidade EF05MA11 da BNCC. De acordo com o livro, seu propósito é avaliar a capacidade do estudante de resolver problemas que podem ser traduzidos em sentenças matemáticas expressas como igualdades, envolvendo uma operação na qual um dos termos é desconhecido.

**Figura 5** - Atividades com situações de Equivalência Simbólica

**5** Laci foi a primeira aluna a entrar na sala de aula. Ela observou que no quadro havia uma sentença matemática e notou que um dos números dessa sentença estava apagado, como se vê ao lado. Descubra qual é esse número. 24



Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 252.

Embora a atividade não apresente a imagem de uma balança ou sugira explicitamente a adição ou remoção de valores em ambos os membros da igualdade, espera-se que os alunos, com base nas intervenções propostas pelo livro, estejam aptos a realizar as manipulações necessárias para encontrar o valor desconhecido.

Assim, se em um dos membros da igualdade ocorre uma multiplicação por 100, o outro membro deve refletir o mesmo valor resultante dessa operação. Nesse caso, o valor no segundo membro não é uma expressão que representa um produto entre fatores, mas sim um múltiplo de 100. Assim, 4500 é resultado de um produto no qual um dos fatores é 100 ( $[ \_ + (3 \cdot 7) \cdot 100 ] = 4500$ ), logo recorrendo a operação inversa, tem-se que  $\frac{4500}{100} = 45$ . Portanto, o valor que, multiplicado por 100, resulta em 4500 é 45.

Temos que o valor que multiplicado por 100 resulta em 4500 é  $[ \_ + (3 \cdot 7) ]$ , com isso, o aluno é conduzido a concluir que o valor a ser descoberto, representado por “ $\_$ ”, somado ao produto entre 3 e 7, é equivalente a 45 ( $[ \_ + (3 \cdot 7) ] = 45$ ). Ou seja, o valor desconhecido adicionado a 21 é igual a 45 ( $\_ + 21 = 45$ ). Para resolver, o aluno pode utilizar o seguinte raciocínio: (I) “Qual valor devo somar a 21 para obter 45?” ou (II) “O valor desconhecido é 45 subtraído de 21”. Assim, ao subtrair 21 de 45, o aluno encontrará o valor procurado.

A opção I provavelmente seja a mais escolhida pelos alunos caso o professor ainda não tenha formalizado as propriedades das operações aritméticas, em outras palavras, os aspectos sintáticos da Álgebra (Canavarro, 2007). Isso ocorre porque, se as explicações estiverem limitadas à analogia da balança, nesse contexto, em que um dos pratos conteria um peso de 45 kg (quilograma), os alunos poderiam entender que não é possível retirar 21kg de um peso sólido de 45kg. Nesse caso, eles tenderiam adicionar o peso ao prato oposto que tem 21kg para equilibrar os dois lados da balança.

Portanto, é essencial promover discussões sobre o comportamento das sentenças matemáticas, sejam elas representadas por uma balança de dois pratos ou não. Mesmo a partir de casos particulares, é importante incentivar a análise de recorrências, padrões e características das operações aritméticas. Dessa forma, os estudantes podem compreender e formalizar propriedades como a comutatividade, a associatividade, a distributividade, a existência de elementos neutros e absorventes nas operações, além de explorar a ideia de operação inversa (Ponte; Branco; Matos, 2009). Assim, a igualdade deixa de ser justificada apenas pelo fato de ambos os membros apresentarem o mesmo valor numérico, passando a ser sustentada pelas propriedades matemáticas que a garantem.

## 6.2 Equivalência por Definição ou Notação

A *Figura 6* apresenta uma atividade que se enquadra na categoria de Equivalência por Definição ou Notação, pois utiliza explicitamente a Equivalência entre unidades de medida, como  $1\text{kg} = 1000\text{g}$  (gramas), uma relação definida por convenção.

**Figura 6** - Atividades com situações de Equivalência por Definição ou Notação

Observe que a balança de dois pratos está equilibrada e responda às questões.



- Qual é a massa, em grama, de cada lata azul? 750 g
- Se colocarmos mais uma dessas latas no prato do lado esquerdo, quantos gramas devemos colocar no prato do lado direito para a balança permanecer em equilíbrio? 750 g

Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 106.

A atividade apresenta uma balança de dois pratos como representação concreta do conceito de Equivalência. O equilíbrio da balança reflete a igualdade entre as massas dos dois lados. Para responder às perguntas, os alunos precisam compreender, primeiramente, a relação entre as massas dos objetos ( $1\text{kg} = 1000\text{g}$ ). Em seguida, devem raciocinar sobre como adicionar ou ajustar os pesos para manter o equilíbrio.

Embora a questão também apresente indícios de Equivalência Numérica, por envolver cálculos que asseguram a igualdade dos valores entre os dois lados da balança, o aspecto principal reside na aplicação de uma Equivalência definida, como a conversão de unidades de medida. Esse aspecto a diferencia de atividades que exploram exclusivamente relações numéricas.

A atividade representada pela *Figura 7* explora a ideia de frações equivalentes, ou seja, frações que representam a mesma parte do todo, mas são escritas de formas diferentes (exemplo:  $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{4}{16}$ ).

**Figura 7 - Atividades com situações de Equivalência por Definição ou Notação**

Observe as figuras e, depois, responda às questões.



Figura A



Figura B



Figura C

a) Que fração representa a parte colorida da figura A? E da figura B?

E da figura C?  $\frac{1}{4}; \frac{2}{8}; \frac{4}{16}$

b) As frações que você encontrou no item anterior são **equivalentes**? Justifique sua resposta. **Sim, pois representam a mesma parte do todo.**

Fonte: Coleção Desafio Matemática, Livro do 5º ano, 2023, p. 174.

A Equivalência entre essas frações é estabelecida por meio de uma definição matemática. A relação que determina essa Equivalência é baseada no fato de que multiplicar ou dividir o numerador e o denominador por um mesmo número não altera o valor que representam.

Em algumas situações, a Equivalência de frações é representada sem o uso do sinal de igualdade, sendo expressa por meio da linguagem verbal, como no exemplo " $\frac{2}{4}$  é equivalente a  $\frac{1}{2}$ ". Acreditamos que essa escolha visa favorecer a compreensão de que, embora as frações sejam

diferentes, elas representam a mesma parte do todo. Ou seja, mesmo que as frações sejam numericamente distintas, elas podem representar a mesma proporção ou a mesma quantidade. A Equivalência de frações, nesse contexto, pode ser uma maneira de introduzir a ideia de Equivalência.

Neste trabalho, propomos investigar como o pensamento algébrico, com ênfase no conceito de Equivalência, é abordado pelo livro didático do 5º ano. O pensamento aqui é definido a partir de duas vertentes: a aritmética generalizada e o pensamento funcional. A Equivalência de frações, no entanto, não envolve operações matemáticas diretas nem relações entre variáveis. Dessa forma, com base na definição de aritmética generalizada e pensamento funcional, e consequente caracterização do pensamento algébrico, podemos afirmar que, embora a Equivalência de frações traga uma noção de Equivalência, ela não contribui diretamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Contudo, consideramos relevante incluir essa abordagem nesta pesquisa, pois ela representa uma possibilidade que o livro oferece e pode ser explorada em atividades pedagógicas, sobretudo para dissociar a ideia de que o sinal de igualdade representa apenas identidade entre termos e expressões.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando o objetivo deste estudo, que foi investigar como o pensamento algébrico, com foco na Equivalência, é abordado no livro didático do 5º ano, da Coleção *Desafio Matemática* (versão do professor), escrito por Énio Silveira, publicado pela Editora Moderna e aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), em 2023, vamos pontuar os principais resultados encontrados.

O livro apresenta uma sequência lógica e estruturada que orienta o aluno na construção gradativa da ideia de equilíbrio, elemento central para a compreensão da Equivalência. Ao analisar as páginas em que as questões, aqui apresentadas, estão situadas, percebe-se que as atividades são organizadas de forma progressiva, permitindo ao estudante desenvolver inicialmente a noção de equilíbrio em contextos concretos, como o uso da balança para, posteriormente, avançar para representações mais abstratas.

À medida que o aluno se familiariza com a ideia de equilíbrio, as atividades passam a desafiar sua capacidade de formalizar Equivalências entre expressões, incluindo situações em que um dos valores é desconhecido. Gradualmente, o livro deixa de utilizar a imagem da

balança como apoio visual e convida o aluno a aplicar as ferramentas que adquiriu para descobrir o valor desconhecido por meio das propriedades das operações.

Embora o livro não introduza diretamente o uso de simbologias formais, como  $x$  ou  $y$ , traz a ideia de valor desconhecido, incentivando o aluno a desenvolver habilidades fundamentais para o pensamento algébrico, mesmo sem utilizar uma linguagem algébrica formal. Essa abordagem está alinhada à concepção de que o pensamento algébrico pode ser cultivado a partir de contextos concretos e explorado de maneira gradual, permitindo que os alunos desenvolvam sua compreensão algébrica de acordo com sua idade e experiência escolar (Blanton; Kaput, 2005).

Ademais, o livro apresenta uma predominância da vertente da Aritmética Generalizada, que se relaciona diretamente com a categorização de Equivalência Numérica, por se referir à igualdade de valores numéricos entre expressões aritméticas. No entanto, a Equivalência por Notação ou Definição, conforme analisado, não se associa nem ao Pensamento Funcional nem à Aritmética Generalizada, pois envolve relações de Equivalência entre elementos, e não entre expressões que permitam a identificação das propriedades estruturais das operações ou a análise das relações entre variáveis e padrões.

Portanto, com base na análise realizada, as abordagens do livro sobre Equivalência por Notação ou Definição não apresentam potencial para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Isso ocorre porque essas abordagens se concentram em igualdades específicas entre expressões, sem estimular uma reflexão acerca do comportamento das propriedades das operações, conceitos fundamentais para o avanço do Pensamento Algébrico.

A predominância da Aritmética Generalizada em relação à vertente do Pensamento Funcional pode ser justificada pelo fato de as habilidades descritas pela BNCC para o 5º ano do Ensino Fundamental não envolverem conteúdos diretamente relacionados à variabilidade, funções ou ao uso de expressões algébricas generalizadas, aspectos mais alinhados à Equivalência Simbólica e ao Pensamento Funcional.

O Pensamento Funcional, por sua vez, foca na capacidade de compreender e generalizar relações entre variáveis, identificando padrões e transformações dentro de um domínio específico (Kaput, 2000). Já as habilidades EF05MA10 e EF05MA11, presentes no currículo, abordam a Equivalência Numérica e a resolução de problemas que envolvem igualdades, mas sem envolver diretamente a manipulação de variáveis ou a exploração de funções algébricas.

Essas habilidades estão mais conectadas com a Aritmética Generalizada, que se dedica a exploração das propriedades estruturais das operações, como a comutatividade e a

associatividade, as quais são fundamentais para o desenvolvimento da noção de Equivalência em expressões aritméticas. Nesse sentido, a ênfase no desenvolvimento da Aritmética Generalizada é compatível com os objetivos da BNCC para o 5º ano, uma vez que essas habilidades não envolvem ainda o raciocínio funcional mais abstrato exigido pelo Pensamento Funcional, mas sim a aplicação de propriedades e operações fundamentais que formam um dos alicerces para a construção de noções algébricas em estágios posteriores.

## REFERÊNCIAS

ALMOLOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ARAÚJO, N. **Equação do 1º grau**: a compreensão da equivalência nos anos iniciais. 2020.119 fls. Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020.

BASTOS, L. **Early Algebra**: as estratégias de resolução de estudantes do 4º e 5º ano frente a problemas que aludem à Álgebra. 2019. 174fls. Dissertação de mestrado apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2019.

BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetike**, v. 25, n. 3, p. 364-387, 2017.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes Algebraic reasoning. **Journal for research in mathematics education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. Brasília, DF, SEB/MEC, 2018.

CAMPOS, M. **Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental**. 2019. 206 fls. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2019.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A.; BRIZUELA, B. Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 7, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores associados, 2012.

KAPUT, J. J. **Transforming Álgebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “Álgebrafying” the K-12 curriculum**. US Department of

Education, Office of Educational Research and Improvement, Educational Resources Information Center, 2000.

KATZ, V. J. **Álgebra**: Gateway to a Technological Future. Columbia: MAA Reports, 2007.

LANES, P.; MONTOITO, R.; VIEIRA DA CUNHA, A. Estado do conhecimento de pesquisas brasileiras sobre Álgebra nos anos iniciais: estratégias de ensino e aprendizagem e teorias que embasam as discussões. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 108-132, 2023. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.28.108-132. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6810>. Acesso em: 22 abr. 2024.

LEMOS, R. C; PAULA, M.; MAGINA, S. Early Algebra: um mapa teórico a partir de estudos publicados no grupo de pesquisa RePARe. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 10, n. 30, p. 01-21, 2023. DOI: 10.30938/bocehm.v10i30.10759. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/10759>. Acesso em: 22 abr. 2024.

LUNA, A.V.; MERLINI, V.; FERREIRA, Â. A igualdade na aula de Matemática da Educação Infantil: por que devemos ficar atentos ao usar esse sinal? **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – EM TEIA**. v. 12, n. 3, p. 23, 2021.

MAGINA, S.; MOLINA, M. Enfoque funcional en early algebra en las aulas brasileñas: ¿De donde partimos? **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – RIPEM**. v. 13, n. 4, p. 1-17, 2023.

MOLINA, M. C. E.; CASTRO, E. Elementary students understanding of the equal sign in number sentences. **Electronic journal of Research of Educational Psychology**. v. 7, n. 17, p. 341-368, 2009.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W. **O lugar da Álgebra no Ensino Fundamental 1**. Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: Contribuições da Psicologia da Educação Matemática. Editora Autografia. Rio de Janeiro, RJ, 2016.

SILVEIRA, É. **Coleção Desafio Matemática: 5º ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2023.

---

## APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

### AGRADECIMENTOS

À Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática–PPGECM. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq pelo apoio fornecido ao longo da realização deste trabalho e incentivo à pesquisa

### FINANCIAMENTO

Não se aplica

### CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina

Introdução: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina

Referencial teórico: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina  
Análise de dados: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina  
Discussão dos resultados: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina  
Conclusão e considerações finais: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina  
Referências: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina  
Revisão do manuscrito: Ana Paula de Amorim  
Aprovação da versão final publicada: Rebeca Mata Prazeres e Sandra Maria Pinto Magina

#### **CONFLITOS DE INTERESSE**

As autoras declaram não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmico, político e financeiro referente a este manuscrito.

#### **DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA**

Os dados da pesquisa não foram publicados em repositórios de dados ou outra plataforma.

#### **PREPRINT**

Não publicado.

#### **CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM**

Não se aplica.

#### **APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA**

Não se aplica.

#### **COMO CITAR - ABNT**

MATA, Rebeca Prazeres; MAGINA, Sandra Maria Pinto. Pensamento Algébrico e Equivalência: análise de um livro didático do 5º Ano. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 13, e25071, jan./dez., 2025. <https://doi.org/10.26571/reamec.v12.19298>

#### **COMO CITAR - APA**

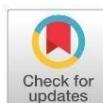
Mata, R. P; Magina, S. M. P. (2025). Pensamento Algébrico e Equivalência: análise de um livro didático do 5º Ano. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 13, e25071. <https://doi.org/10.26571/reamec.v12.19298>

#### **DIREITOS AUTORAIS**

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

#### **POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSMARK/CROSSREF**

Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao>



#### **OPEN ACCESS**

Este manuscrito é de acesso aberto ([Open Access](#)) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (*Article Processing Charges – APCs*). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la - ou seja, quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.



## LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](#). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



## VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE

Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto [iTThenticate](#) da Turnitin, através do serviço [Similarity Check](#) da [Crossref](#).  **iThenticate**

## PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.



## EDITOR

Dailson Evangelista Costa  

## AVALIADORES

Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este manuscrito e não autorizaram a divulgação dos seus nomes.

## HISTÓRICO

Submetido: 10 de março de 2025.

Aprovado: 17 de maio de 2025.

Publicado: 29 de dezembro de 2025.

---