

## USO DA ANÁLISE DE CONCENTRAÇÃO NA PESQUISA QUANTITATIVA EM ENSINO

### THE USE OF CONCENTRATION ANALYSIS IN QUANTITATIVE RESEARCH IN TEACHING

### EL USO DEL ANÁLISIS DE CONCENTRACIÓN EN INVESTIGACIONES CUANTITATIVAS EN LA ENSEÑANZA

José Uibson\*  

Fernando Frei\*\*  

#### RESUMO

Os alunos chegam à sala de aula com concepções e conhecimentos prévios que frequentemente divergem do consenso científico, o que pode representar obstáculos epistemológicos à aprendizagem. Identificar e compreender esses saberes prévios é essencial para aprimorar estratégias de ensino e promover uma aprendizagem mais efetiva. Entre os instrumentos avaliativos utilizados na educação, as provas objetivas — especialmente as de múltipla escolha — destacam-se pela praticidade e possibilidade de aplicação em larga escala. Neste ensaio teórico, discutimos o potencial da Análise de Concentração como ferramenta complementar na interpretação de resultados de testes objetivos, principalmente na aplicação de pesquisas com abordagem quantitativa, pois possibilita investigar como as respostas dos alunos se distribuem entre as alternativas, oferecendo indícios sobre a natureza do seu conhecimento e das dificuldades conceituais envolvidas. Argumenta-se que, ao incorporar essa ferramenta na prática pedagógica, professores e pesquisadores podem obter subsídios mais refinados para diagnosticar aprendizagens, reorientar estratégias didáticas e avaliar a eficácia de intervenções educativas.

**Palavras-chave:** Análise de Concentração. Pesquisa Quantitativa. Ensino de Física.

#### ABSTRACT

Students arrive in the classroom with prior conceptions and knowledge that frequently diverge from the scientific consensus, which can represent epistemological obstacles to learning. Identifying and understanding this prior knowledge is essential for improving teaching strategies and promoting more effective learning. Among the assessment instruments used in education, objective tests — especially multiple-choice ones — stand out for their practicality and possibility of large-scale application. In this theoretical essay, we discuss the potential of Concentration Analysis as a complementary tool in the interpretation of objective test results, particularly in the application of research with a quantitative approach, as it makes it possible to investigate how students' responses are distributed among the alternatives, offering evidence about the nature of their knowledge and the conceptual difficulties involved. It is argued that, by incorporating this tool into pedagogical practice, teachers and researchers

\* Doutor em Ensino (RENOEN-UFS). Professor da Licenciatura em Física do Instituto Federal de Sergipe (IFS), Aracaju, Sergipe, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Augusto Franco, 3553 – Condomínio Recanto dos Pássaros. Bloco A – Ap. 302, Bairro Ponto Novo, Aracaju, Sergipe, CEP: 49047-040. E-mail: [jose.moraes@ifs.edu.br](mailto:jose.moraes@ifs.edu.br).

\*\* Doutor em Saúde Pública. Professor do Departamento de Ciências Biológicas da Universidade Estadual Paulista (Unesp), São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua João Ramalho, 937, Bairro Vila Santa Cecília, Assis, São Paulo, CEP: 198061-81. E-mail: [fernando.frei@unesp.br](mailto:fernando.frei@unesp.br).

can obtain more refined subsidies to diagnose learning, reorient didactic strategies, and evaluate the effectiveness of educational interventions.

**Keywords:** Concentration Analysis. Quantitative Research. Physics Teaching.

## RESUMEN

Los alumnos llegan al aula con concepciones y conocimientos previos que frecuentemente divergen del consenso científico, lo que puede representar obstáculos epistemológicos para el aprendizaje. Identificar y comprender estos saberes previos es esencial para mejorar las estrategias de enseñanza y promover un aprendizaje más efectivo. Entre los instrumentos evaluativos utilizados en la educación, las pruebas objetivas —especialmente las de opción múltiple— se destacan por su practicidad y posibilidad de aplicación a gran escala. En este ensayo teórico, discutimos el potencial del Análisis de Concentración como herramienta complementaria en la interpretación de resultados de pruebas objetivas, principalmente en la aplicación de investigaciones con enfoque cuantitativo, ya que posibilita investigar cómo las respuestas de los alumnos se distribuyen entre las alternativas, ofreciendo indicios sobre la naturaleza de su conocimiento y de las dificultades conceptuales involucradas. Se argumenta que, al incorporar esta herramienta en la práctica pedagógica, profesores e investigadores pueden obtener subsidios más refinados para diagnosticar aprendizajes, reorientar estrategias didácticas y evaluar la eficacia de intervenciones educativas.

**Palabras clave:** Análisis de Concentración. Investigación Cuantitativa. Enseñanza de la Física.

## 1 INTRODUÇÃO

Um marco na análise quantitativa em testes de múltipla escolha foi o desenvolvimento de duas ferramentas analíticas na tese doutoral de Bao (1999), que publicou depois na forma de artigos (Bao; Redish, 2001; Bao; Redish, 2006). O presente trabalho trata da primeira dessas ferramentas, a Análise de Concentração, que auxilia na compreensão de como as respostas dos alunos se distribuem quando respondem a um teste. Essa nova abordagem supera e muito as análises tradicionais, que se limitam em avaliar apenas as pontuações dos alunos nos testes. Na Análise de Concentração, as informações obtidas “podem ser usadas para estudar se os alunos têm modelos incorretos comuns ou se a questão é eficaz na detecção de modelos de alunos” (Bao; Redish, 2001, p. 45).

A partir de então, internacionalmente, muitas pesquisas com abordagem quantitativa e que fizeram uso de testes de múltipla escolha aplicaram a Análise de Concentração (Barbosa, 2021; Cevik; Kurnaz, 2019; Ferrarelli; Iocchi, 2021; Gutiérrez *et al.*, 2022; Santana-Fajardo, 2018). Fato que ampliou os horizontes para compreender melhor o estado do conhecimento dos alunos, algo crucial no processo de ensino-aprendizagem, que leve em consideração seus conhecimentos prévios.

No âmbito nacional, observa-se grande lacuna no uso desta importante ferramenta

analítica, tendo em vista a produção encontrada. Destaca-se, inicialmente, a Tese de Simone Aparecida Fernandes que fez uso da Análise de Concentração com o objetivo de “avaliar a consistência no uso de modelos mentais relativos a conceitos fundamentais de Mecânica pelos estudantes do Ensino Médio (Fernandes, 2011, p. 7)”. De forma semelhante, cita-se o trabalho de Bahia, Ortega e Arruda (2013), que também utilizou este instrumento analítico em alunos do Ensino Médio submetidos a um teste de múltipla escolha.

Diante das potencialidades desta ferramenta expressa nos parágrafos anteriores e da escassez de trabalhos na literatura nacional, este ensaio teórico tem o objetivo de apresentar e discutir as possibilidades de utilização da Análise de Concentração. Para tanto, trata-se de uma investigação de cunho bibliográfico, embasada em trabalhos publicados que fizeram uso da análise citada. Este tipo de abordagem apresenta adequação na produção de muitos ensaios na área de ensino (Carvalho; Mafra; Ghedin, 2024; Moro; Romanatto, 2024).

A importância da pesquisa bibliográfica está relacionada ao fato de se buscar novas descobertas a partir de conhecimentos já elaborados e produzidos. Isso se dá ao passo que a pesquisa bibliográfica se coloca como impulsionadora do aprendizado, do amadurecimento, levando em conta em suas dimensões os avanços e as novas descobertas nas diferentes áreas do conhecimento (Brito; Oliveira; Silva, 2021, p. 8).

Nesse sentido, justifica-se esse ensaio, inicialmente, devido a lacuna existente no âmbito nacional em relação a pesquisas que fizeram uso da Análise de Concentração. De forma complementar, como será apresentado nas seções seguintes, trata-se de uma ferramenta robusta na compreensão da organização dos modelos mentais dos alunos. Assim, espera-se que esta investigação possa contribuir para a pesquisa quantitativa em ensino, apresentando esta ferramenta analítica e discutindo suas possíveis formas de utilização.

Desta forma, o ensaio está dividido em 3 partes. Na primeira parte, é apresentada a Análise de Concentração, sendo abordados o fator de concentração ( $C$ ) e sua associação com o escore ( $E$ ), que mede os acertos dos alunos, o gráfico  $E \times C$  e  $\Gamma \times C$ , além da concentração das respostas incorretas ( $\Gamma$ ). Em seguida, na segunda parte, abordam-se as aplicações desta análise de acordo com a literatura, além de reflexões adicionais dessas aplicações. Por fim, finaliza-se este ensaio com as considerações e implicações desta análise para a pesquisa em ensino.

## 2 A ANÁLISE DE CONCENTRAÇÃO

É consenso que os alunos trazem para o ambiente de sala de aula vários conhecimentos (concepções), sejam científicos ou não, sobre diferentes temas. Dentro de uma perspectiva ausubeliana, tais concepções refletem os conhecimentos prévios dos alunos. De acordo com o próprio Ausubel (2003), alguns conhecimentos (os *subsunçores*) podem servir de âncora para os novos conhecimentos, outros, porém, podem servir de obstáculos à aprendizagem de novos conceitos (Bachelard, 1996). Isso porque as concepções não científicas, enraizadas em modelos mentais intuitivos dos alunos, dificultam a aprendizagem científica. Assim, superar esses obstáculos, ligados aos modelos mentais preexistentes mal estruturados, é essencial para um ensino de Ciências que busque a promoção de uma efetiva mudança no pensamento dos estudantes em direção ao conhecimento científico.

Nesse percurso, vários testes foram desenvolvidos a fim de verificar tais concepções e possibilitar análises também de cunho quantitativo. A título de exemplo, um dos principais testes criados e utilizados na pesquisa em ensino de Física foi o *Force Concept Inventory* (FCI), desenvolvido por Hestenes, Wells e Swackhamer (1992), que possibilita avaliar concepções sobre as leis de Newton, especialmente no que diz respeito aos conceitos de Força e Movimento. Considera-se que as concepções têm sua origem no ambiente cotidiano dos alunos, porém, podem também se originar ou serem reforçadas na escola (Silva; Mazzotti, 2009), sendo influenciadas, obviamente, pelos diversos contextos que estes alunos estão inseridos. Assim, compreender as concepções dos estudantes e como elas se relacionam com os conceitos científicos é fundamental para o ensino eficaz da Física.

Quando os alunos respondem a um determinado teste (o FCI, por exemplo), ocorre que a maneira como “selecionam as respostas erradas em tais testes contém uma grande quantidade de informações valiosas sobre a compreensão do aluno. As análises tradicionais de exames de múltipla escolha concentram-se nas pontuações” (Bao; Redish, 2001, p. 45). Assim, pouca informação é obtida em relação a como os alunos produziram as respostas incorretas. Nesse sentido, os autores enfatizam que:

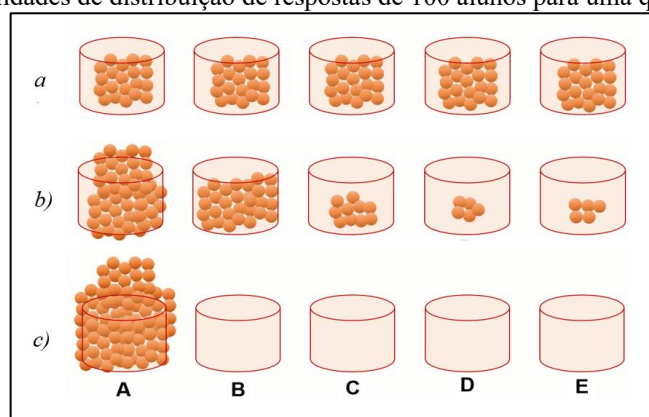
À medida que aprendemos com a pesquisa qualitativa sobre a aprendizagem dos alunos, as respostas dos alunos a problemas em muitos contextos físicos podem ser consideradas como o resultado da aplicação de um pequeno número de modelos mentais [...]. Portanto, a forma como as respostas dos alunos é distribuída pode fornecer informações sobre o estado dos alunos (Bao; Redish, 2001, p. 46).

Com o intuito de avançar no conhecimento sobre esses estados dos alunos, Bao e Redish (2001) propõem a Análise de Concentração, que “permite identificar se os estudantes de uma determinada série ou turma se concentram ou se distribuem pelas alternativas de resposta apresentadas pelas questões” (Fernandes, 2011, p. 32). Essa análise vai além da verificação das pontuações dos alunos no teste, permite ao professor ou pesquisador conhecer se a turma como um todo compartilha algum modelo em específico ou quais modelos se fazem presentes na turma. Para tanto, será apresentado a seguir o Fator de Concentração, que permitirá calcular a distribuição das respostas dos alunos nos itens de um teste.

## 2.1 O Fator de Concentração (C)

A essência deste fator está em quantificar as possibilidades de distribuição das respostas dos alunos nas questões de um teste, ou seja, a concentração destas respostas. A título de exemplo, vamos supor que 100 alunos responderam a um teste de múltipla escolha com 30 questões, em que cada questão apresenta 5 alternativas. Utilizaremos de exemplo uma questão do teste, porém, o raciocínio vale para as demais. A seguir, na Figura 1, serão mostradas três possibilidades que caracterizam formas diferentes de como as respostas dos alunos podem se distribuir nas alternativas de uma questão.

**Figura 1** – Três possibilidades de distribuição de respostas de 100 alunos para uma questão com 5 alternativas.



Fonte: Elaboração própria, baseada em Bao e Redish (2001).

De acordo com a Figura 1, observa-se inicialmente a distribuição do Tipo I, exposta na imagem em a). Nela, ocorre que as respostas dos 100 alunos estão igualmente distribuídas nas 5 alternativas da questão. Fato que contrapõe com c), em que todas as respostas foram em apenas uma única alternativa, sendo caracterizada assim a distribuição Tipo III. Por fim, é

apresentado em *b*), os casos intermediários, em que ocorre uma distribuição aleatória das respostas, caracterizada como sendo do Tipo II (Bao; Redish, 2001). De acordo com os referidos autores, este é o tipo mais comum de distribuição das respostas dos alunos.

Essas respostas resultam da aplicação dos modelos mentais dos alunos na variedade de contextos físicos oferecidos em um teste. Quando os alunos apresentam consistência em seus modelos, significa que suas respostas devem se concentrar nas alternativas referentes a esses respectivos modelos. Porém, a inconsistência indica uma aleatoriedade na distribuição de suas respostas, significando modelos incompletos ou misturados (Bao, 1999).

A maneira de quantificar o que foi exposto através da Figura 1 é o cálculo do Fator de Concentração (*C*), representando uma medida das possíveis concentrações das respostas dos alunos. Este fator, varia entre 0 (distribuição uniforme das respostas dos alunos nos itens – Tipo I) e 1 (todos os alunos selecionam o mesmo item – Tipo III). De acordo com Bao e Redish (2001), o fator *C* pode ser expresso pela seguinte equação:

$$C = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-1} \times \left( \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m n_i^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{m}} \right) \quad (1)$$

Na equação (1), *C* é o fator de concentração, *m* é o número de itens da questão (no exemplo dado, *m* = 5), *N* é o número total de respondentes e *n<sub>i</sub>* é o número de alunos que selecionaram a opção *i*. A partir da equação (1), é possível calcular os diferentes valores de *C* para cada questão em um teste, essa medida traz informações se a “escolha das alternativas de resposta pelos estudantes está concentrada naquela referente ao modelo cientificamente aceito ou a um modelo intuitivo; se está concentrada em uma única alternativa (correta ou não) ou se está distribuída por elas” (Fernandes, 2011, p. 32).

Para interpretar os valores gerados com o fator *C*, Bao e Redish (2001) sugerem associá-lo a pontuação (score) do aluno no teste, que representa o número de alunos que acertaram determinada questão pela quantidade total de alunos, que varia também entre 0 e 1, conforme pode ser observado na Tabela 1 a seguir.

**Tabela 1** – Relação entre o Fator de Concentração (*C*) e o Escore (*E*).

Escore ( <i>E</i> )	Nível	Fator ( <i>C</i> )	Nível
0 – 0,4	B	0 – 0,2	B
0,4 – 0,7	M	0,2 – 0,5	M
0,7 – 1,0	A	0,5 – 1,0	A

Nota: B = baixo; M = médio; A = alto.

Fonte: Adaptado de Bao e Redish (2001).

De acordo com Bao e Redish (2001), combinando o escore com o fator de concentração gera-se uma codificação de resposta para cada questão do teste, em três categorias ou modelos, a saber: *i) um modelo*, situação em que a maioria das respostas dos alunos centra-se em uma alternativa, mesmo que não seja a correta; *ii) dois modelos*, em que geralmente as respostas centram-se em duas alternativas, podendo ser uma correta e outra incorreta; e, *iii) não-modelo*, que representa a situação de uma distribuição quase que uniforme em três ou mais alternativas.

A Tabela 2, a seguir, resume a codificação desses três modelos quando se combina os escores com o fator de concentração, assim como suas implicações.

**Tabela 2** – Relação entre o Fator de Concentração (C) e o Escore (E).

Modelos	Tipo	Implicações
Um modelo	AA	Um modelo correto
	BA	Um modelo incorreto dominante
Dois modelos	BM	Dois possíveis modelos incorretos
	MM	Dois modelos populares
Não-modelo	BB	Situação quase aleatória

Fonte: Adaptado de Bao e Redish (2001).

Conforme mostrado na Tabela 2, percebe-se a possibilidade de várias combinações resultantes entre o escore e o fator de concentração. É preciso estar atento a algumas situações particulares: 1) *BA*, revela a situação de alunos com baixa pontuação (escore) que tiveram suas respostas concentradas fortemente em uma alternativa incorreta. Uma vez identificado este tipo, é preciso compreender o que revela esta alternativa, que concepção está explícita nela; 2) *BM*, representa o caso de ocorrência de dois possíveis modelos incorretos que são dominantes. Algumas questões apresentam alternativas com estas características, cabendo neste caso, a correta identificação para posterior tratamento das concepções ali envolvidas; 3) *BB*, esta é a situação típica da não consistência dos modelos dos alunos, trata-se do que Moreira (1996) chamou de modelos confusos, ‘bagunçados’, incompletos, instáveis... A observação do tipo BB na análise dos dados de um teste, pode indicar caminhos que revelem onde está a maior criticidade nas concepções não científicas dos alunos.

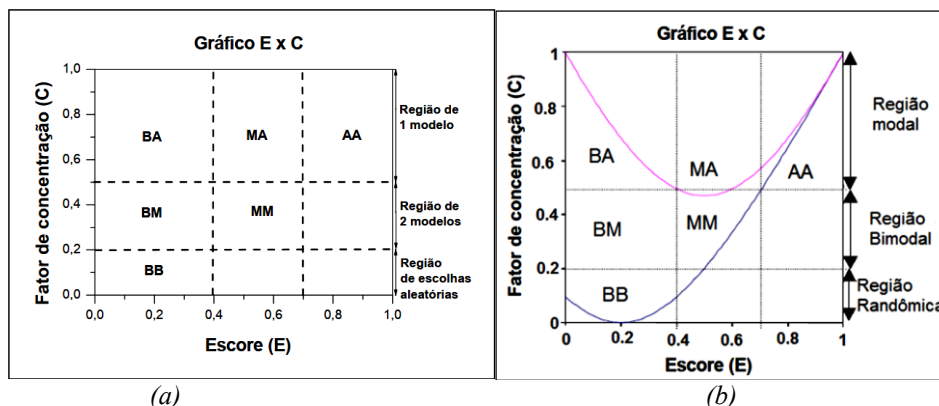
## 2.2 O Gráfico $E \times C$

Uma sugestão dos criadores da Análise de Concentração (Bao, 1999; Bao; Redish, 2001), é a construção do gráfico  $E \times C$ , que é realizada a partir das informações do escore (eixo das abscissas) com o fator de concentração (eixo das ordenadas). Neste tipo de gráfico (Figura



2) estão representadas as regiões dos possíveis tipos de modelos formados pelos alunos, conforme mostrados na Tabela II, além das regiões limites para esses modelos, devido às restrições de valores máximos e mínimos impostas pela equação (1).

**Figura 2** – Gráfico  $E \times C$ .



Fonte: Adaptado de Bao e Redish (2001) e Fernandes (2011).

A partir deste tipo de gráfico é possível visualizar de maneira explícita como os modelos dos alunos estão distribuídos de acordo com as regiões de concentração (em *a*)). Conforme definido por Bao e Redish (2001) esta distribuição só pode ocorrer dentro de regiões limítrofes (em *b*)). A partir deste gráfico verifica-se de forma direta, por exemplo, que “se a aprendizagem evolui, espera-se que mais questões passem a ocupar a região de alto escore e alta concentração” (Fernandes, 2011, p. 36). Inclusive, é oportuno em uma situação que envolva pré-teste e pós-teste, traçar o que se chama de “vetores de Bao”, que ligam um ponto do gráfico na situação de pré-teste (que representa o escore e a concentração de uma questão do teste de mesma natureza), com os valores obtidos no pós-teste. Além disso, outra possibilidade é a visualização das concentrações de alunos com baixo, médio e alto desempenho de forma particularizada.

O passo seguinte na Análise de Concentração está em compreender como as respostas dos alunos estão distribuídas, considerando apenas as alternativas incorretas. Isso será tratado a seguir.

### 2.3 A concentração das respostas incorretas ( $\Gamma$ )

Para analisar a distribuição das respostas incorretas, Bao e Redish (2001) sugerem o cálculo do Fator  $\Gamma$ , que é semelhante a  $C$  com a diferença que é subtraído da equação (1) o



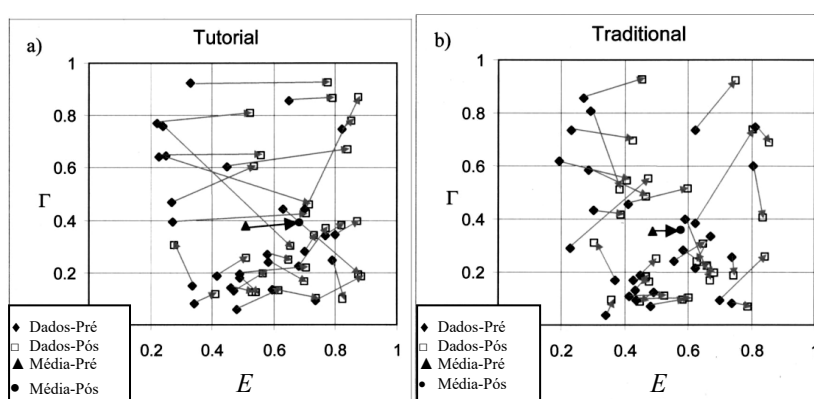
número de alunos que responderam a alternativa correta ( $E$ ), além de ser reduzida em uma unidade o número de alternativas. Assim, esse fator é calculado através da seguinte expressão:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{m-1}}{\sqrt{m-1}-1} \times \left( \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m n_i^2 - E^2}{(N-E)}}}{\sqrt{m-1}} - \frac{1}{\sqrt{m-1}} \right) \quad (2)$$

Com a equação (2), calcula-se o fator  $\Gamma$ , que varia de 0 (distribuição uniforme das respostas entre os distratores) a 1 (todos os alunos responderam no mesmo distrator), da mesma forma que  $C$ . Para avaliar a condição geral do modelo, “embora  $\Gamma$  tenha a vantagem de ser independente da pontuação e também fornecer informações diretas sobre as respostas incorretas, a medida da concentração total ainda é importante” (Bao; Redish, 2001, p. 48). Nesse sentido, para uma compreensão mais completa sobre o comportamento dos modelos apresentados pelos alunos, orienta-se o cálculo e análises dos fatores  $C$  e  $\Gamma$ .

Em complemento, a partir dos valores dos escores com os valores de  $\Gamma$ , é possível realizar a construção do gráfico  $E \times \Gamma$ . A título de exemplo, será mostrado (Figura 3) um gráfico  $E \times \Gamma$  na forma original como está em Bao e Redish (2001), que comparou processos instrucionais distintos: método ativo, chamado de Tutorial com o método tradicional.

**Figura 3** – Gráfico  $E \times \Gamma$ .



Fonte: Bao e Redish (2001).

Conforme apresentado nos gráficos da Figura 3, é notória a alta concentração de respostas incorretas nas questões em que os alunos tiveram baixo desempenho, independentemente do tipo de instrução (tradicional ou ativa) e se foi no pré-teste ou pós-teste. De acordo com Bao e Redish (2001), isso pode indicar a presença de modelos alternativos fortes nas situações abordadas nessas questões, mesmo após o processo instrucional. É perceptível

também a dispersão das respostas incorretas dos alunos, antes e após a instrução, o que implica em uma variação dessas respostas incorretas após a instrução. Assim, é importante notar que por  $\Gamma$  não ser afetado por  $E$  em seu cálculo, “os alunos que dão respostas incorretas (não necessariamente as mesmas) se comportam de forma bastante semelhante antes e depois da instrução” (Bao; Redish, 2001, p. 48).

Assim, com a Análise de Concentração amplia-se a compreensão dos modelos mentais dos alunos quando esses são submetidos a responderem testes que avaliam, por exemplo, eficácia de determinado método instrucional. Nesse sentido, o fator de concentração  $C$  e a concentração das respostas incorretas  $\Gamma$ , trazem informações bastante abrangentes sobre as concepções dos alunos.

O passo seguinte é apresentar as possibilidades de aplicação da Análise de Concentração para a pesquisa quantitativa em ensino. Isso será feito na seção a seguir, que trará dados de pesquisas recentes na área de ensino de Física que fizeram uso desta análise.

### **3 APLICAÇÕES DA ANÁLISE DE CONCENTRAÇÃO NA PESQUISA EM ENSINO**

Nesta seção serão apresentadas possibilidades de aplicação da Análise de Concentração expressas na literatura, além de complementos realizados pelos autores deste ensaio.

#### **3.1 Identificação dos padrões de respostas dos alunos**

A primeira aplicação para esta técnica de análise está relacionada com a identificação dos padrões de respostas dos alunos. Para tanto, é preciso ressaltar que esta técnica pode ser aplicada em pesquisas quantitativas que envolvam a utilização de testes de múltipla escolha e que tais testes apresentem bons distratores, a fim de tornar possível uma melhor identificação dos modelos dos alunos. Sugere-se que sejam utilizados testes padronizados e já validados, a exemplo do FCI citado nas seções anteriores.

Após a aplicação de determinado teste, de posse das respostas dos alunos (de uma turma, por exemplo), o pesquisador procede com a tabulação dos dados, em que pode fazer uso de planilhas eletrônicas. Nesse processo, além do número total de alunos ( $N$ ) que responderam ao teste, é preciso quantificar para cada item do teste (A, B, C, D e E), o número de respondentes do respectivo item ( $n_i$ ), isto será necessário para o cálculo do fator de concentração ( $C$ ), conforme equação (1). O passo seguinte é calcular o escore ( $E$ ) para cada questão do teste,

bastando dividir o número de alunos que acertaram determinada questão, pelo número total de respondentes. Assim, a partir dessas duas informações ( $C$  e  $E$ ) é possível determinar o padrão de respostas dos alunos conforme expresso nas Tabelas 1 e 2.

Essa identificação se mostra útil quando o pesquisador pretende testar os efeitos de um tratamento e faz uso de grupos controle e experimental, pois permite identificar o ponto de partida de cada grupo e comparar qual foi a tendência de evolução após o tratamento proposto.

Nas pesquisas em ensino de Física (Bao; Redish, 2001; Barbosa, 2021; Cevik; Kurnaz, 2019; Fernandes, 2011; Ferrarelli; Iocchi, 2021; Gutiérrez *et al.*, 2022; Santana-Fajardo, 2018), a aplicação da análise de concentração revela predominância do modelo BB (Tabela 2), mesmo em testes relacionados a conteúdos de áreas diferentes da Física. De acordo com Moreira (1996), isso reflete os modelos confusos, ‘bagunçados’, incompletos, instáveis dos alunos, fato que pode ser considerado dentro da normalidade, no caso de os alunos serem avaliados antes (pré-teste) do processo instrucional em relação ao conteúdo do teste.

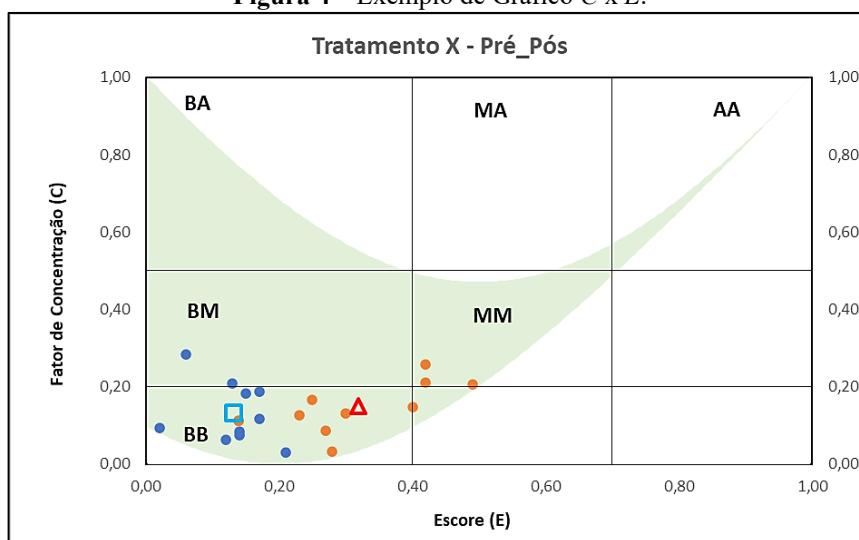
O tipo BB pode ser observado, inclusive, mesmo após o processo instrucional e com respondentes em níveis mais elevados de ensino, conforme verificado por Bao e Redish (2001) e Cevik e Kurnaz (2019), com alunos do primeiro ano da graduação. Nestes casos, o padrão aleatório nas respostas dos alunos pode estar relacionado as seguintes causas: “1) os alunos não sabem realmente a resposta (o que implica uma má formação, seja por responsabilidade do professor, do aluno ou de ambos); 2) que respondem sem raciocínio (o que implica falta de interesse do aluno em responder a prova)” (Santana-Fajardo, 2018, p. 72-73). Porém, tal comportamento não é o esperado, tendo em vista que com o processo de escolarização, espera-se à construção de modelos mentais eficazes (Moreira, 1996). Fato verificado nas pesquisas de Barbosa (2021), Ferrarelli e Iocchi (2021) e Gutiérrez *et al.* (2022), que no pós-teste observou predominância dos modelos AA para o grupo experimental e MM para o grupo controle.

Por fim, é preciso destacar que em uma pesquisa com o delineamento quase-experimental, que faz uso de grupos controle e experimental, o cálculo dos valores de  $C$  nas questões do teste e, por conseguinte, a identificação dos padrões de respostas dos alunos, permite ao pesquisador realizar comparações dentro de um próprio grupo, para saber em que medida mudanças nos modelos mentais dos alunos ocorreram, além de comparações entre os grupos distintos. O passo seguinte pode ser dado com a visualização gráfica deste processo.

### 3.2 Construção do gráfico $E \times C$

De posse dos dados do fator de concentração ( $C$ ) e do escore ( $E$ ) é viável a construção do gráfico  $E \times C$ , que permite uma melhor visualização dos padrões de respostas dos alunos. De início, é desenvolvida a representação gráfica de todas as questões do teste, em relação aos dados do pré-teste e pós-teste, além de indicar os valores médios para  $C$  e  $E$ . Este gráfico está representado na figura a seguir (Figura 4), em que os pontos azuis representam os dados do pré-teste e em laranja do pós-teste, já os valores médios são representados pelo quadrado e triângulo, respectivamente.

**Figura 4** – Exemplo de Gráfico  $C \times E$ .



Fonte: Elaboração própria.

Além de construir o gráfico  $E \times C$  para as questões que englobam o teste é possível ampliar a construção desse gráfico. Uma forma utilizada por Bao e Redish (2001), é construí-lo de acordo com o nível, em termos de desempenho no teste, dos alunos. Assim, permite-se a criação de três gráficos referentes a cada nível (baixo, médio e alto), sendo visualizada de forma direta os modelos dos alunos de acordo com seu respectivo nível. De forma complementar, esse procedimento é realizado para os grupos controle e experimental.

Outra representação gráfica possível na Análise de Concentração, é a construção do gráfico  $E \times C$  pelo agrupamento de questões (Fernandes, 2011). Tal procedimento é indicado quando se deseja analisar um conceito específico a que determinado agrupamento de questões se refere. No caso do FCI, é salutar realizar este processo por esse teste ser estruturado em blocos, sendo que seus autores o dividiram em seis dimensões (Hestenes; Wells; Swackhamer,

1992), porém, outros estudos atualizaram esta divisão na forma de fatores, em que consideram cinco dimensões (fatores) serem suficientes (Eaton; Willoughby, 2018; Eaton; Willoughby, 2020; Eaton, 2021). Esta divisão, denominada modelo EW5M, está apresentada no Quadro 1.

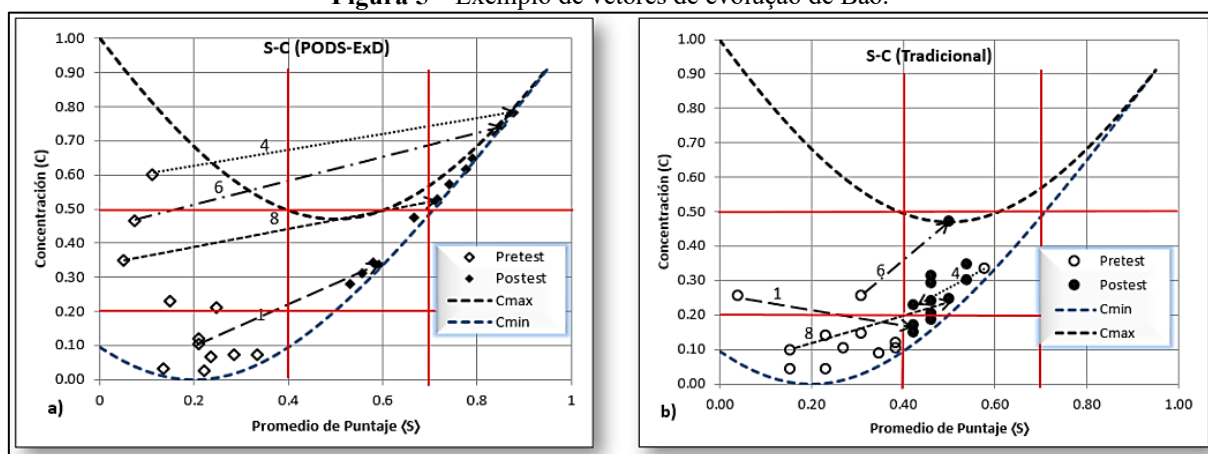
**Quadro 1** – Modelo de cinco fatores (EW5M) do FCI.

Fator	Dimensões	Questões do FCI
F1	1ª Lei de Newton + Cinemática	6, 7, 8, 10, 20, 23, 24
F2	2ª Lei de Newton + Cinemática	1, 2, 3, 9, 12, 14, 19, 21, 22, 27
F3	3ª Lei de Newton	4, 15, 16, 28
F4	Identificação de forças	5, 11, 13, 18, 29, 30
F5	Superposição	17, 25, 26

Fonte: Adaptado de Eaton (2021).

Assim, de acordo com o Quadro 1, o pesquisador poderá construir o gráfico com foco apenas nas questões referentes a 3ª lei de Newton, por exemplo (Bao; Redish, 2001; Ferrarelli; Locchi, 2021). Além dessas formas de uso envolvendo a representação gráfica, outra bastante relevante é a que faz a construção dos vetores de evolução de Bao (Barbosa, 2021), como podem ser visualizados na Figura 5 a seguir.

**Figura 5** – Exemplo de vetores de evolução de Bao.



Fonte: Barbosa (2021, p. 156).

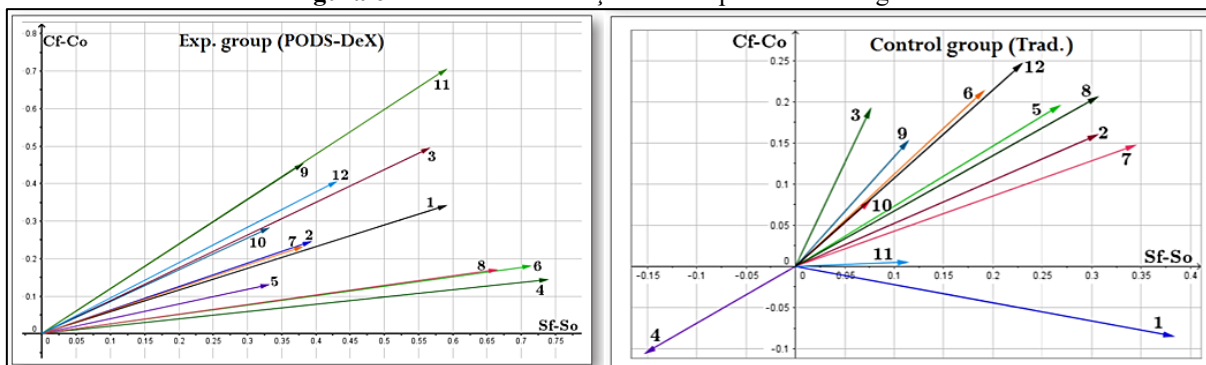
Conforme a Figura 5, o gráfico  $E \times C$  da esquerda se refere ao grupo experimental cujo tratamento foi uma metodologia ativa, já o gráfico da direita relaciona-se ao grupo controle, que recebeu a metodologia tradicional. Estão representados os vetores de evolução de Bao, que são segmentos orientados por questão do teste (numeradas), em que foram utilizadas as mesmas questões tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Nesse tipo de gráfico, é preciso considerar que “o comprimento do vetor e a inclinação no primeiro quadrante podem representar a evolução

do raciocínio do aluno” (Barbosa, 2021, p. 156). Esta evolução é observada quando se considera o grupo de alunos em análise.

Como pode ser observado na Figura 5, o tratamento aplicado (metodologia ativa) surtiu mais efeitos nos modelos mentais dos alunos em comparação com aqueles que receberam o método tradicional. Com a representação vetorial, este comportamento fica mais evidente de ser observado, sendo possível identificar a região inicial dos modelos dos alunos e a final, inclusive casos que pode ocorrer o uma “anomalia” no comportamento evolutivo dos modelos, que é o caso da questão 4 no grupo controle (gráfico da direita). Em que foi observado um vetor decrescente em sentido contrário aos demais. Nesses casos, Barbosa (2021) sugere que se faça uma análise maior da questão específica, identificando que distrator atraiu mais as respostas dos alunos no pós-teste e a que concepção ele se refere.

Outra forma de representar o que foi descrito anteriormente é mostrar os vetores de evolução de Bao partindo da origem dos eixos cartesianos. Para isso, um ponto no gráfico  $E \times C$  será formado pela diferença entre os valores de  $C$  de determinada questão e seus respectivos valores de  $E$  (Ver figura a seguir).

**Figura 6 – Vetores de evolução de Bao partindo da origem.**



Fonte: Barbosa (2021, p. 158).

Conforme pode ser visualizado na Figura 6, os vetores de evolução de Bao para o grupo experimental apresentam comprimentos maiores do que os vetores do grupo controle, demonstrando novamente que este último grupo evoluiu menos em seus modelos mentais. Inclusive, pode ser observado de forma bastante nítida a “anomalia” da questão 4, assim como um comportamento diferente da questão 1, em que ocorreu um aumento do escore no pós-teste e redução do fator  $C$ , algo que pode indicar um enfraquecimento de determinado distrator e uma atração para a alternativa correta.

O passo seguinte na Análise de Concentração envolve compreender, de maneira mais profunda, as respostas incorretas dos alunos. Para tanto, é preciso calcular o fator  $\Gamma$ , assim como o gráfico  $E \times \Gamma$ . A seção a seguir irá abordar esses elementos.

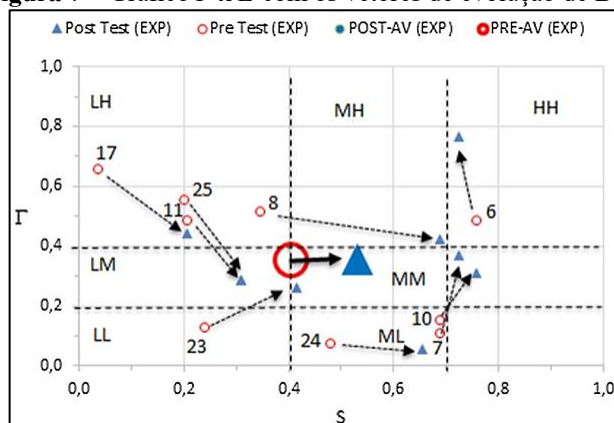
### 3.3 Compreensão das respostas incorretas dos alunos

O passo seguinte na Análise da Concentração é o cálculo do fator  $\Gamma$ , pois permite avançar ainda mais na compreensão dos modelos mentais dos alunos, pois este fator está centrado apenas nas respostas incorretas e sinaliza como elas estão distribuídas. Após o cálculo de  $\Gamma$  é possível fazer uma associação com os valores de  $E$ , assim como ocorreu com o fator  $C$ , permitindo também que se gere uma codificação semelhante à mostrada nas Tabelas 1 e 2, conforme encontra-se em Ferrarelli e Iocchi (2021).

Esse procedimento permite identificar o padrão de modelos dos alunos em relação às respostas incorretas, e se existe, inclusive, algum distrator dominante na questão analisada. Nesse sentido, com aplicação de pré-teste e pós-teste, torna-se possível acompanhar a evolução dos alunos em relação as suas concepções, percebendo qual o direcionamento desta evolução, se para modelos mais corretos e estruturados ou não, enriquecendo a compreensão dessas concepções tanto para o grupo controle quanto para o experimental.

Assim como ocorreu em relação ao fator  $C$ , a construção do gráfico  $E \times \Gamma$  oferece uma visualização direta da distribuição das respostas incorretas dos alunos. Além de serem expressas no gráfico o total de questões do teste, independente de grupos, este gráfico também pode ser construído a partir de diferentes particularidades: i) levando-se em conta apenas os grupos controle e experimental; ii) de acordo com os desempenhos dos alunos (baixo, médio e alto); iii) por agrupamento de questões. A título de exemplo, é apresentado o gráfico a seguir.

**Figura 7** – Gráfico  $\Gamma \times E$  com os vetores de evolução de Bao.



Fonte: Ferrarelli e Iocchi (2021, p. 817).



Conforme pode ser observado na Figura 7, esta representação gráfica é bastante útil para auxiliar o pesquisador em uma melhor compreensão dos modelos mentais dos alunos em relação às suas respostas incorretas. Como exemplo, as questões 11 e 25 do gráfico evoluíram da região BA para BM, fato que indica que os alunos mudaram para o modelo correto (Ferrarelli; Iocchi, 2021). Essa melhora também está indicada no gráfico quando se observa os valores médios (círculo – para o pré-teste; triângulo – para o pós-teste), com o vetor partindo da região BM para a MM.

Por fim, ressalta-se a importância do cálculo do fator  $\Gamma$ , pois “as informações sobre como a maioria dos alunos erra uma questão não podem ser analisadas usando apenas as pontuações. Esta informação pode ser uma pista importante para os instrutores para ajudá-los a melhorar seu ensino” (Bao; Redish, 2001, p. 53). Assim, com maior compreensão dos modelos mentais dos alunos, abre-se a possibilidade de melhor avaliar como determinado tratamento (metodologia ativa, por exemplo) afetou tais modelos, permitindo assim, possíveis correções nas intervenções propostas, a fim de proporcionar um aprendizado mais eficaz aos alunos.

#### **4 CONSIDERAÇÕES**

Este ensaio teórico teve o objetivo de apresentar e discutir as possibilidades de utilização da Análise de Concentração para a pesquisa quantitativa em ensino, tendo em vista a relevância deste método analítico na compreensão dos estados de conhecimento dos alunos, em que esses estados refletem seus modelos mentais, ou seja, suas formas de compreender o mundo que os cerca e, no caso específico deste trabalho, compreender fenômenos físicos.

Na busca por informações mais profundas dos modelos mentais dos alunos, foi apresentada a Análise de Concentração e suas possibilidades de uso. Assim, quando é feito uso de um teste de múltipla escolha para avaliar o conhecimento dos alunos, calcula-se primeiramente o fator de concentração (fator  $C$ ), assim como suas pontuações (scores) no teste. Com essas informações é possível traçar relações entre essas grandezas que revelam como os alunos estão organizados em seus modelos mentais.

Nesse sentido, o professor (ou pesquisador) terá uma compreensão mais sistematizada dos conceitos considerados mais críticos, ou seja, aqueles distratores dominantes e que revelam concepções que não condizem com o que é aceito cientificamente. De forma complementar, foi apresentado o cálculo da concentração das respostas incorretas (fator  $\Gamma$ ), que por serem desvinculadas do score, podem trazer mais informações sobre as concepções, permitindo

identificar como elas estão distribuídas. Por fim, para ambos os fatores, foi sugerido uma representação gráfica das concentrações, possibilitando assim, de maneira mais direta uma visibilidade sobre a concentração das respostas dos alunos.

Como foi visto e discutido na seção anterior, a Análise de Concentração pode ser utilizada de três maneiras distintas, porém complementares: i) identificação dos padrões de respostas dos alunos; ii) construção do gráfico  $E \times C$ ; iii) compreensão das respostas incorretas dos alunos. Conforme discutido, essas possibilidades de aplicação aliadas em um desenho de pesquisa quase-experimental, pode trazer mais informações sobre a eficácia de determinado método de ensino (tratamento) quando se compara grupo experimental e controle, por exemplo.

Porém, embora a Análise de Concentração seja uma ferramenta valiosa para analisar respostas de múltipla escolha e identificar padrões de pensamento dos alunos, ela possui limitações. Primeiramente, sua eficácia depende diretamente da qualidade do teste aplicado, em que se exige uma construção cuidadosa do teste de modo a refletir um entendimento prévio dos modelos mentais dos alunos. Além disso, a análise quantitativa por si só não fornece detalhes aprofundados sobre a natureza desses modelos, indica apenas a presença de concepções não científicas comuns. Nesse sentido, é preciso cautela na interpretação dos resultados, pois fatores como a inadequação das questões ou a ausência de opções de resposta que capturem o pensamento dos alunos podem levar a conclusões equivocadas. Portanto, os criadores da Análise de Concentração enfatizam a necessidade de complementação com métodos de pesquisa qualitativa, como entrevistas, para obter uma compreensão mais rica e precisa do raciocínio e das dificuldades dos alunos.

Por fim, espera-se que este ensaio possa contribuir para a pesquisa quantitativa em ensino, ampliando as possibilidades de análise em pesquisas que envolvam a aplicação de testes de múltipla escolha. De forma complementar, diante da lacuna na literatura nacional no uso desta análise, espera-se que pesquisas futuras possam se beneficiar do que foi apresentado neste ensaio teórico, aplicando a referida análise nos mais variados temas da Física. Por fim, que mais pesquisas possam ser realizadas visando aumentar a compreensão dos estados de conhecimento dos alunos, além de melhorar as análises que verifiquem a eficácia dos métodos adotados em sala de aula.

## REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. 1ª Ed. Lisboa-PT: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto Editora Ltda., 1996.
- BAHIA, M. T.; ORTEGA, G. L.; ARRUDA, L. C. DA S. T. Análise de Concentração: acessando os modelos mentais dos estudantes. **Revista Técnico-Científica do IFSC**, v. 2, n. 2, p. 524-533, 2013. Disponível em: <https://ojs.ifsc.edu.br/index.php/rte/article/view/1127>. Acesso em: 16 out. 2024.
- BAO, L. Dynamics of student modeling: the theory, algorithms and application to Quantum Mechanics. **Dissertation** University of Maryland, 1999.
- BAO L.; REDISH, E. F. Model analysis: Representing and assessing the dynamics of student learning. **Physical Review Special Topics – Physics Education research**. v. 2, p. 1-16, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.2.010103>.
- BAO, L.; REDISH, E. F. Concentration analysis: A quantitative assessment of student states. **American Journal of Physics**, v. 69, S45–S53, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.1371253>.
- BARBOSA, L. H. Superación de dificultades en el aprendizaje de la ecuación de Bernoulli con experimentos discrepantes. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 39, n. 2, p. 143-162, 2021. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3237>.
- BRITO, A. P. G.; OLIVEIRA, G. S. de; SILVA, B. A. da. A importância da pesquisa bibliográfica no desenvolvimento de pesquisas qualitativas na área de educação. **Cadernos da FUCAMP**, v. 20, n. 44, 2021.
- CARVALHO, H. C.; MAFRA, J. R. e S.; GHEDIN, E. L. Formação inicial de professores: cinco aprendizagens docentes essenciais. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, Brasil, v. 12, p. e24046, 2024. DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.v12.16947>.
- CEVIK, E. E.; KURNAZ, M. A. Analysis of the Responses of Science Teacher Candidates to Force Concept Inventory by Concentration Factor. **Universal Journal of Educational Research**, v. 7, n. 1, p. 111-117, 2019. DOI: <https://doi.org/10.13189/ujer.2019.070115>.
- EATON, P. Evidence of measurement invariance across gender for the Force Concept Inventory. **Physical Review Physics Education Research**, v. 17, n. 1, 010130, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.17.010130>.
- EATON, P.; WILLOUGHBY, S. D. Identifying a preinstruction to postinstruction factor model for the Force Concept Inventory within a multitrait item response theory framework. **Physical Review Physics Education Research**, v. 16, n. 1, 010106, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.16.010106>.

EATON, P.; WILLOUGHBY, S. D. Confirmatory factor analysis applied to the Force Concept Inventory. **Physical Review Physics Education Research**, v. 14, n. 1, 010124, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.14.010124>.

FERNANDES, S. A. **Um estudo sobre a consistência de modelos mentais sobre mecânica de estudantes de ensino médio**. 2011. 212 f. (Tese de Doutorado). Universidade Federal de Minas Gerais - MG, 2011.

FERRARELLI, P.; IOCCHI, L. Learning Newtonian Physics through Programming Robot Experiments. **Technology, Knowledge and Learning**, v. 26, p. 789-824, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10758-021-09508-3>.

GUTIÉRREZ, O. A. *et al.* Assisted Discovery Based Learning of the Electric Force with Scaffolding for Novice Students. **Education Science**, v. 12, n. 4, 1-16, 2022. DOI: <https://doi.org/10.3390/educsci12040269>.

HESTENES, D.; WELLS, M.; SWACKHAMER, G. Force concept inventory. **The Physics Teacher**, v. 30, p. 141-158, 1992. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.2343497>.

MOREIRA, M. A. Modelos Mentais. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 1, n. 3, p. 193-232, 1996.

MORO, J. de B.; ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas como metodologia de ensino: uma aproximação a partir do filme “nenhum a menos”. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, Brasil, v. 12, p. e24072, 2024. DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.v12.17322>.

SANTANA-FAJARDO, J. L. Ganancia en el aprendizaje del concepto de fuerza y cambio en las actitudes hacia la física en estudiantes de la Escuela Preparatoria de Tonalá. **CienciaUAT**, v. 13, n. 1, p. 65-80, 2018. DOI: <https://doi.org/10.29059/cienciauat.v13i1.974>.

SILVA, A. M. T. B.; MAZZOTTI, T. B. A Física pelos professores de física: A Contribuição da Teoria das Representações Sociais. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 15, n. 3, p. 515-528, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132009000300005>.

---

## APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

### AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

### FINANCIAMENTO

Não se aplica.

### CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: José Uibson e Fernando Frei

Introdução: José Uibson e Fernando Frei

Referencial teórico: José Uibson

Análise de dados: José Uibson e Fernando Frei

Discussão dos resultados: José Uibson e Fernando Frei

Conclusão e considerações finais: José Uibson e Fernando Frei

Referências: José Uibson e Fernando Frei

Revisão do manuscrito: Fernando Frei

Aprovação da versão final publicada: José Uibson e Fernando Frei

#### CONFLITOS DE INTERESSE

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política e financeira referente a este manuscrito.

#### DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

Os dados desta pesquisa não foram publicados em Repositório de Dados, mas os autores se comprometem a socializá-los caso o leitor tenha interesse, mantendo o comprometimento com o compromisso assumido com o comitê de ética.

#### PREPRINT

Não publicado.

#### CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

#### APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

#### COMO CITAR - ABNT

UIBSON, José; FREI, Fernando. Uso da Análise de Concentração na pesquisa quantitativa em ensino. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 13, e25052, jan./dez., 2025. <https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18821>

#### COMO CITAR - APA

UIBSON, José; FREI, Fernando. (2025). Uso da Análise de Concentração na pesquisa quantitativa em ensino. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 13, e25052. <https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18821>

#### DIREITOS AUTORAIS

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

#### POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF

Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao>



#### OPEN ACCESS

Este manuscrito é de acesso aberto (*Open Access*) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (*Article Processing Charges – APCs*). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la - ou seja, quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.



## LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](#). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



## VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE

Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto [iThenticate](#) da Turnitin, através do serviço [Similarity Check](#) da [Crossref](#).



## PUBLISHER



Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.





## EDITOR

Dailson Evangelista Costa  

## AVALIADORES

Vinícius Munhoz Fraga  

Frederico Ayres de Oliveira Neto  

## HISTÓRICO

Submetido: 10 de dezembro de 2024.

Aprovado: 26 de maio de 2025.

Publicado: 29 de dezembro de 2025.