REAMEC
REVISTA DA REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO POR ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

TEACHING TRIGONOMETRY IN THE TRIANGLE USING EXPERIMENTAL ACTIVITIES

ENSEÑANZA DE LA TRIGONOMETRÍA EN EL TRIÁNGULO MEDIANTE ACTIVIDADES EXPERIMENTALES

Cláudio Lima da Silva[*] Ana Kely Martins da Silva[**]

Pedro Franco de Sá[***] Francisco Hermes Santos da Silva[****]

RESUMO

Este trabalho apresenta os resultados de uma dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), intencionando responder à seguinte questão: quais os possíveis efeitos da aplicação de um conjunto de atividades experimentais para o ensino de relações trigonométricas no triângulo retângulo quando desenvolvidas junto a alunos do 2º ano do ensino médio? O objetivo que norteou o processo investigativo foi: analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais sobre o processo de ensino e aprendizagem e do desempenho na resolução de problemas trigonométricos no triângulo retângulo de uma turma do 2º ano do Ensino Médio. A experimentação foi realizada numa escola da rede estadual de ensino do município de Parauapebas, PA, com 40 discentes. Os resultados revelaram que, inicialmente, os alunos apresentaram um desempenho insatisfatório, com uma média de acertos muito baixa no pré-teste. Após a aplicação das atividades, a média de acertos subiu para 85,71%, evidenciando efeito favorável da abordagem experimental. A análise estatística confirmou que a intervenção não apenas melhorou o desempenho acadêmico, mas também reduziu a influência de fatores externos, como condições socioeconômicas, na aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Trigonometria no triângulo. Atividades experimentais. Sequência didática.

ABSTRACT

[*] Mestrado em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). Professor Efetivo da Rede Estadual de Ensino do Pará (SEDUC), Parauapebas, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua A19, Quadra 61, Lote 21, bairro Residencial Amazônia, Parauapebas, Pará, Brasil, CEP: 68515-000. E-mail: claudiolimabrasil@hotmail.com.

[**] Doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ). Professora Adjunta da Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua do Una, n° 156, bairro Telégrafo, Belém, Pará, Brasil, CEP 66050-540. E-mail: ana.kely@uepa.br.

[***] Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Titular da Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua do Una, n° 156, bairro Telégrafo, Belém, Pará, Brasil, CEP 66050-540. E-mail: pedro.sa@uepa.br.

[****] Doutorado em Educação Matemática pela Universidade de Campinas (UNICAMP). Docente colaborador do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Endereço para correspondência: Av. Generalíssimo Deodoro, 1380, ap. 1101- Bairro Nazaré- Belém-Pará- CEP: 66035-090. E-mail: fhermes@ufpa.br.

This paper presents the results of a master's thesis from the Postgraduate Program in Mathematics Teaching at the State University of Pará (UEPA), with the aim of answering the following question: what are the possible effects of applying a set of experimental activities for teaching trigonometric relations in the right triangle when developed with 2nd-year high school students? The objective guiding the research process was to analyze the possible effects of applying a didactic sequence based on experimental activities on the teaching and learning process and on performance in solving trigonometric problems in the right triangle in a 2nd-year high school class. The experiment was carried out in a state school in the municipality of Parauapebas, PA, with 40 students. The results showed that the students initially performed unsatisfactorily, with a very low average number of correct answers in the pre-test. After applying the activities, the average number of correct answers rose to 85.71%, showing a favorable effect of the experimental approach. The statistical analysis confirmed that the intervention not only improved academic performance, but also reduced the influence of external factors, such as socio-economic conditions, on learning.

Keywords: Mathematics teaching. Trigonometry in the triangle. Experimental activities. Didactic sequence.

RESUMEN

Este trabajo presenta los resultados de una tesis de maestría del Programa de Posgrado en Enseñanza de la Matemática de la Universidad Estatal de Pará (UEPA), con el objetivo de responder a la siguiente pregunta: ¿cuáles son los posibles efectos de la aplicación de un conjunto de actividades experimentales para la enseñanza de las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo cuando se desarrolla con alumnos de 2º año de enseñanza media? El objetivo que guió el proceso de investigación fue analizar los posibles efectos de la aplicación de una secuencia didáctica basada en actividades experimentales sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje y el rendimiento en la resolución de problemas trigonométricos en el triángulo rectángulo en una clase de 2º de bachillerato. El experimento se realizó en una escuela pública del municipio de Parauapebas, PA, con 40 alumnos. Los resultados mostraron que los alumnos inicialmente tuvieron un desempeño insatisfactorio, con un promedio muy bajo de respuestas correctas en el pre-test. Tras la aplicación de las actividades, el promedio de respuestas correctas aumentó al 85,71%, lo que demuestra un efecto favorable del enfoque experimental. El análisis estadístico confirmó que la intervención no sólo mejoró el rendimiento académico, sino que también redujo la influencia de factores externos, como las condiciones socioeconómicas, en el aprendizaje.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas. Trigonometría en el triángulo. Actividades experimentales. Secuencia didáctica.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de matemática tem sido um desafio constante no cenário educacional, enfrentando dificuldades que variam desde a compreensão dos conceitos básicos até a aplicação prática dos conteúdos. Além disso, a matemática é amplamente considerada uma das disciplinas mais desafiadoras, o que contribui significativamente para os elevados índices de reprovação entre os estudantes, conforme apontado por Damasceno, Oliveira e Cardoso (2018).

Como docentes, observamos que essas dificuldades frequentemente decorrem da falta de habilidades fundamentais, como cálculos aritméticos e leitura e compreensão dos enunciados

dos problemas matemáticos. A deficiência nessas áreas básicas impede os estudantes de desenvolverem uma compreensão sólida dos conceitos matemáticos, comprometendo seu desempenho e engajamento nas aulas. Esse cenário demanda novas abordagens pedagógicas que tornem o aprendizado mais acessível e significativo para os alunos, permitindo que superem as barreiras iniciais e desenvolvam um entendimento mais profundo e aplicado da matemática.

Neste sentido, este artigo apresenta os resultados da dissertação de mestrado de Silva (2023), apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGEM/UEPA). A dissertação aborda o tema "Ensino de trigonometria no triângulo por atividades experimentais" e explora como abordagens pedagógicas baseadas em experimentação podem melhorar o aprendizado da trigonometria, um conteúdo essencial e desafiador para os alunos do ensino básico. A pesquisa busca demonstrar a eficácia dessa abordagem inovadora em comparação com os métodos tradicionais, contribuindo para um ensino mais dinâmico e significativo.

Estudos experimentais sobre o ensino da trigonometria evidenciam tanto os desafios do ensino tradicional quanto as oportunidades das abordagens inovadoras. Gomes (2013), Sousa (2014), Ferreira (2018), Medeiros (2018) e Lucena (2020) criticam o ensino tradicional e destacam a eficácia do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais no desempenho dos alunos. Os resultados desses estudos convergem na necessidade de novas estratégias para superar as limitações do ensino tradicional e melhorar o aprendizado em matemática.

Em face desta situação, a presente pesquisa buscou responder à seguinte questão: quais os possíveis efeitos da aplicação de um conjunto de atividades experimentais para o ensino de relações trigonométricas no triângulo retângulo quando desenvolvidas junto a alunos do 2º ano do ensino médio? Para responder ao referido problema investigativo, traçamos como objetivo: analisar os possíveis efeitos da aplicação de uma sequência didática baseada em atividades experimentais sobre o processo de ensino e aprendizagem e do desempenho na resolução de problemas trigonométricos no triângulo retângulo de uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

Assim, este artigo está estruturado em seções que abordam, inicialmente, o referencial teórico sobre o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais, seguido pela descrição da metodologia aplicada no estudo. Posteriormente, são apresentadas as análises e resultados, acompanhados de uma discussão crítica sobre os achados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

2.1 O Ensino de Matemática por Atividades Experimentais

A experimentação desempenha um papel fundamental no ensino de matemática, contribuindo para a motivação e o engajamento dos alunos. Malacarne e Strieder (2009) enfatizam a importância de criar um ambiente de aprendizagem estimulante e dinâmico que promova a participação ativa dos estudantes. Ao incorporar atividades experimentais no ensino de matemática, os professores conseguem despertar a curiosidade dos alunos e incentivá-los a explorar conceitos matemáticos de maneira prática e significativa.

Janisch e Jelinek (2023) destacam que a experimentação matemática é fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico e da argumentação. Segundo as autoras, as atividades experimentais devem estimular questionamentos, observações e hipóteses, colocando os alunos como protagonistas de sua aprendizagem. Além disso, Janisch e Jelinek (2023) argumentam que essa prática auxilia os professores a mediar de forma eficaz, promovendo não apenas a compreensão dos conceitos, mas também o desenvolvimento de habilidades cognitivas, como análise crítica e resolução de problemas.

Estudos de Sá (1999, 2019, 2020), Sá, Mafra e Fossa (2022) e Mafra e Sá (2023) têm ampliado a compreensão teórica do Ensino de Matemática por Atividades Experimentais (EMAE). Além disso, pesquisas empíricas têm enriquecido esse campo de conhecimento. Gomes (2013), Sousa (2014), Ferreira (2018), Medeiros (2018) e Lucena (2020) contribuíram para essa discussão ao explorar diferentes metodologias e ferramentas para melhorar o ensino e a aprendizagem da trigonometria.

Segundo Sá (2019), as atividades experimentais podem ser classificadas em dois tipos principais: conceituação e redescoberta. As atividades de conceituação visam guiar os alunos na identificação de situações ou objetos matemáticos, levando-os à definição de conceitos-chave. Já as atividades de redescoberta têm como foco explorar conexões ou propriedades de um objeto ou operação matemática, preparando os estudantes para uma compreensão mais profunda e futura demonstração.

2.2 Características do Ensino de Matemática por Atividades

O EMAE, delineado por Sá (2020), apresenta um conjunto de características distintivas que o tornam uma abordagem pedagógica distinta das demais Tendências em Educação Matemática. Essa metodologia oferece uma estrutura organizada e direcionada que promove tanto o aprendizado de conteúdos específicos quanto o desenvolvimento de habilidades essenciais para além do currículo formal.

Quadro 1 - Características do Ensino de Matemática por Atividades

Característica	Descrição
É diretivo	O papel do professor é guiar os alunos através do processo de aprendizagem, fornecendo orientações claras e estabelecendo objetivos específicos.
Tem compromisso com o conteúdo	Essa abordagem tem um compromisso claro com o conteúdo, assegurando que os alunos adquiram conhecimentos fundamentais na disciplina.
Tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades para além do conteúdo	Compromete-se com o desenvolvimento de habilidades que transcendem o conteúdo, como: habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e competências sociais que são cruciais para o desenvolvimento integral dos alunos.
É estruturado e sequencial	É cuidadosamente planejado e sequencial, permitindo uma progressão lógica do conhecimento e das habilidades. Essa sequência organizada facilita a compreensão dos conceitos e a aplicação prática do conhecimento adquirido.
Não está necessariamente associado à resolução de problemas	Embora a resolução de problemas seja uma parte importante da educação escolar, esta abordagem enfatiza outras formas de aprendizagem ativa e experimental que podem ser igualmente eficazes.
Leva em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes	Ao levar em consideração o conhecimento prévio dos estudantes, o ensino por atividades constrói novas aprendizagens de maneira mais relevante e conectada à realidade dos alunos, facilitando a compreensão e a retenção de novos conteúdos.
Os resultados são institucionalizados ao final da atividade	A institucionalização dos resultados assegura que o aprendizado adquirido seja consolidado e valorizado no contexto educacional.
Não dispensa a participação do professor	O professor orienta e participa ativamente do processo de aprendizagem, facilitando, motivando e intervindo quando necessário para garantir que os objetivos educacionais sejam alcançados.
É adequado para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos	Fornece um ambiente estruturado onde os alunos podem experimentar, explorar e consolidar seus conhecimentos de maneira prática e eficaz.
É iterativo entre estudantes e professor	A interação contínua e dinâmica entre docentes e estudantes é fundamental para o sucesso da aprendizagem, promovendo um ambiente colaborativo onde o retorno constante e a comunicação são fundamentais.

Fonte: Elaborado pelos autores, segundo Sá (2019).

Assim, o EMAE, descrito por Sá (2020), representa uma abordagem que visa o desenvolvimento de habilidades essenciais, promove a participação ativa e reconhece a importância da orientação e da interação contínua entre professores e alunos. Essa metodologia oferece um modelo de ensino que pode ser adaptado a diversas realidades educacionais, contribuindo significativamente para a formação integral dos estudantes.

3 METODOLOGIA

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

A parte experimental do estudo foi realizada numa turma de 2º ano do ensino médio de uma escola da rede estadual de ensino do município de Parauapebas, Pará, com 40 estudantes. A pesquisa foi realizada por meio das seguintes etapas: *diagnóstico inicial*, *elaboração das atividades*, *realização das atividades*, *diagnóstico final*, *sistematização* e *análise*.

No diagnóstico inicial, foi aplicado um questionário socioeducacional aos alunos, juntamente com um pré-teste sobre as relações trigonométricas no triângulo retângulo, contendo 7 questões discursivas. O objetivo foi coletar informações sobre aspectos relativos ao perfil social e avaliar os conhecimentos prévios dos participantes sobre o tema a ser desenvolvido na turma.

Durante a elaboração da Sequência Didática (SD), foram formuladas quatro atividades experimentais (conceituação e redescoberta) seguindo as orientações de Sá (2019, 2020), Sá, Mafra e Fossa (2022), e Mafra e Sá (2023). No Quadro 2, é apresentado o Roteiro da Atividade 1, que aborda o conceito de Teorema de Pitágoras:

Quadro 2 - Roteiro da Atividade 1

Título: Teorema de Pitágoras
Objetivo: Descobrir uma relação entre os lados de um triângulo retângulo.
Materiais necessários: Quadro de triângulos, papel, caneta ou lápis.
Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos: considere como "a" o maior lado em cada triângulo; considere como "b" e "c" os demais lados; com os dados obtidos, preencha o quadro a seguir:

Triângulo	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$b^2 + c^2$	O triângulo é retângulo?		$a^2 = b^2 + c^2$	
								Sim	Não	Sim	Não
1											
2											
3											
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10											

Observação:
Conclusão:

Fonte: Silva (2023).

O Quadro 3 apresenta as previsões das conclusões para a Atividade 1:

Quadro 3 - Quadro de previsões para Atividade 1

Conclusão	Classificação
Em alguns triângulos, o lado a^2 é igual aos lados $b^2 + c^2$.	Válida e desejada
Se o lado a^2 for igual aos lados $b^2 + c^2$ o triângulo é retângulo.	Válida e desejada
O lado maior do triângulo é a hipotenusa e os lados menores são os catetos.	Válida e desejada
Todos os triângulos são retângulos.	Inválida e não desejada

Fonte: Silva (2023).

No Quadro 4, é apresentado o Roteiro da Atividade 2, que aborda o conceito de seno:

Quadro 4 - Roteiro da Atividade 2

Título: Seno de um ângulo no triângulo retângulo
Objetivo: Descobrir uma relação entre o cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa em um triângulo retângulo.
Materiais necessários: Quadro de triângulos retângulos, roteiro de atividade, lápis ou caneta, papel e calculadora (opcional).
Procedimentos: Para cada triângulo do quadro de triângulos retângulos, faça o seguinte: Determine a medida do cateto oposto ao ângulo indicado (C.O) e a medida da hipotenusa (h) do triângulo; com os dados obtidos, preencha o quadro a seguir:

Triângulo	Ângulo	Medida do cateto oposto (C.O)	Medida da hipotenusa (h)	$\frac{(C.O)}{(h)}$
1				
2				
3				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12				

Observação:
Conclusão:

Fonte: Silva (2023).

O Quadro 5 apresenta as previsões das conclusões a que os estudantes podem chegar na Atividade 2.

Quadro 5 - Previsões para a Atividade 2

Conclusão	**Classificação**
A razão entre o cateto oposto de um dado ângulo e a hipotenusa do triângulo será sempre um valor constante (igual).	Válida e desejada
A razão entre o cateto oposto de um ângulo e a hipotenusa do triângulo é igual ao seno do ângulo.	Válida e desejável
A razão entre o cateto oposto e a hipotenusa de qualquer ângulo é sempre igual.	Parcialmente válida e não desejada
A divisão do cateto oposto de um ângulo pela hipotenusa do triângulo é igual à divisão da hipotenusa pelo cateto oposto.	Inválida e não desejada

Fonte: Silva (2023).

Ressaltamos que o roteiro das atividades 3 e 4 segue o mesmo formato da atividade 2, que poderá ser visualizado na seção de Análises e Resultados. Esse formato foi mantido com o intuito de garantir a consistência metodológica ao longo das diferentes atividades, facilitando a compreensão e a comparação dos resultados obtidos em cada uma delas.

A aplicação das atividades foi planejada e executada seguindo os seis momentos, conforme descritos por Sá (2020): *organização*, *apresentação*, *execução*, *registro*, *análise* e *institucionalização*. Essas etapas estão detalhadas na seção Análise e Resultados.

O diagnóstico final foi realizado por meio do pós-teste, que utilizou o mesmo conjunto de questões do pré-teste aplicado no início da sequência didática. A sistematização dos dados foi organizada em quadros, tabelas e gráficos, o que permitiu uma visualização clara e detalhada das informações. Além disso, a análise se deu por meio da comparação da evolução do desempenho dos alunos após a aplicação da sequência didática. Conforme Almouloud e

Coutinho (2008), essa fase visa relacionar observações aos objetivos iniciais, avaliando a eficácia didática.

Utilizou-se uma abordagem qualitativa para explorar percepções dos alunos por meio de questionários e observações, analisando atitudes e experiências em relação à matemática. Paralelamente, a abordagem quantitativa aplicou testes estatísticos, como o Teste Exato de Fisher, para validar os resultados e avaliar de forma objetiva os efeitos da metodologia, verificando associações entre variáveis socioeconômicas e o desempenho dos alunos no pós-teste.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

Esta seção apresenta os principais resultados da pesquisa e a análise dos dados coletados. Com base nos tópicos abordados, busca-se compreender os efeitos da metodologia experimental aplicada, evidenciando padrões e identificando áreas para o desenvolvimento e melhoria do ensino de matemática.

4.1 Perfil dos Estudantes

Para traçar o perfil dos estudantes, foi aplicado um questionário contendo perguntas sobre o perfil social e acadêmico dos alunos. Quanto ao gênero, tivemos 55% dos estudantes do sexo feminino, e 87,5% têm entre 16 e 17 anos, o que demonstra que a maioria está na idade apropriada para o ano escolar.

Apesar do baixo índice de distorção idade/série, a turma apresentava uma taxa de reprovação escolar de 17,5%, na disciplina de matemática. Isso pode ser reflexo de um desinteresse geral pela matéria, já que 45% dos alunos informaram não gostar da disciplina. Além disso, o desconforto era evidente quando 62,5% dos estudantes expressaram ansiedade em avaliações de matemática e 40% admitiram sentir medo durante as provas.

Sobre os instrumentos avaliativos, 67,5% dos estudantes afirmaram que seus professores utilizavam provas e simulados como principal ferramenta de avaliação, um método que, embora válido, não deve ser exclusivo, sob pena de tornar a avaliação apenas classificatória e excludente. Além disso, 70% dos alunos indicaram que os professores iniciavam o conteúdo com definições seguidas de exemplos e exercícios.

Em relação ao acesso à internet, 92,5% dos estudantes possuíam algum tipo de acesso,

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

majoritariamente pelo celular, mas utilizam pouco esse meio para comunicação com os professores. O hábito de estudo fora da escola é baixo, com apenas 5% dos alunos afirmando estudar diariamente e 25% não estudando fora da escola.

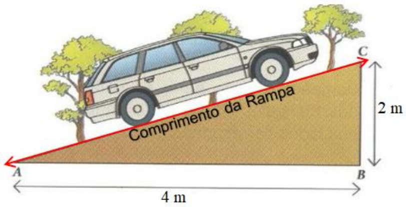
Apenas 32,5% dos alunos afirmaram demonstrar interesse nas aulas de matemática e 30% conseguiam relacionar os conteúdos matemáticos com situações do dia a dia, destacando a necessidade de metodologias que promovam a aplicação prática do conhecimento.

4.2 Análise das Atividades

A primeira atividade, realizada em 10 de abril de 2023, começou às 14h com a *organização* dos estudantes em grupos de até quatro integrantes. Segundo Sá (2020), o professor deve orientar a formação das equipes de forma flexível e evitar que os alunos se distraiam durante a organização. Em seguida, realizamos a *apresentação* da atividade, com a distribuição de uma questão inicial, conforme o Quadro 6, que serviu como ponto de partida para a exploração do conteúdo.

Quadro 6 - Questão inicial da Atividade 1

Ao subir uma rampa, um veículo eleva-se a uma altura máxima de 2 m, conforme ilustrado na figura a seguir:



Neste sentido, qual a distância AC percorrida pelo veículo ao subir completamente esta rampa?

Fonte: Silva (2023).

Além da questão inicial, os alunos receberam um quadro contendo dez triângulos retângulos e um roteiro detalhado da atividade, explicando o objetivo e os procedimentos a serem seguidos. Durante a *execução*, os grupos, inicialmente, tentaram resolver a questão proposta, mas após os 5 minutos estipulados, nenhuma equipe chegou à solução. Em seguida, os alunos passaram a realizar a atividade principal.

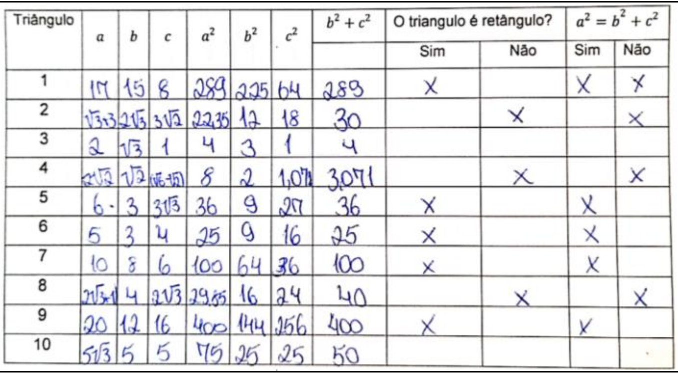
Na etapa de *registro*, sistematizaram as informações no roteiro da atividade.

O Quadro 7 apresenta o registro da atividade 1 do Grupo G7.

Quadro 7 - Registro da atividade 1 pelo grupo G7

Grupo (G)	Resposta do Grupo

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

G7 A_{10}, A_{19}, A_{38} e A_{39}	

Triângulo	a	b	c	a^2	b^2	c^2	$b^2 + c^2$	O triangulo é retângulo?		$a^2 = b^2 + c^2$	
								Sim	Não	Sim	Não
1	17	15	8	289	225	64	289	X		X	X
2	√3+3	2√3	3√2	22,35	12	18	30		X		X
3	2	√3	1	4	3	1	4				
4	2√2	√2	(√6+√2)	8	2	1,071	3,071		X		X
5	6	3	3√3	36	9	27	36	X		X	
6	5	3	4	25	9	16	25	X		X	
7	10	8	6	100	64	36	100	X		X	
8	2√3+1	4	2√3	29,85	16	24	40		X		X
9	20	12	16	400	144	256	400	X		X	
10	5√3	5	5	75	25	25	50				

Fonte: Silva (2023).

Após o registro, os alunos iniciaram a *análise* das informações, buscando identificar a relação entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos. Essa fase foi fundamental para o entendimento do Teorema de Pitágoras. Assim, a maioria dos grupos conseguiu identificar corretamente o padrão, confirmando que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

No Quadro 8, estão transcritas as conclusões apresentadas por cada grupo e suas respectivas validades, conforme as previsões para a atividade.

Quadro 8 - Conclusões dos alunos sobre a Atividade 1

Grupo (G)	Conclusões	Validade
G1 A_7, A_{12}, A_{28} e A_{32}	Transcrição: *"O triângulo é retângulo quando o lado maior ao quadrado for igual aos lados menores ao quadrado somados."*	Válida, prevista e desejada
G2 A_5, A_{30}, A_{36} e A_{37}	Transcrição: *"é uma forma criativa para saber triângulo retângulo."*	Inválida, não prevista e não desejada
G3 A_{11}, A_{13}, A_{25} e A_{40}	Transcrição: *"Para saber se um triângulo é retângulo, o resultado do de $b^2 + c^2$ precisar ser igual a a^2."*	Válida, prevista e desejada
G4 A_2, A_6, A_{26} e A_{27}	Transcrição: *"Alguns triângulos são retângulos pois o a^2 é igual a soma do $b^2 + c^2$."*	Válida, prevista e desejada
G5 A_{18}, A_{33} e A_{35}	Transcrição: *"Minha observação foi que a raiz quadrada se encaixa duas vezes para somar."*	Inválida, não prevista e não desejada
G6 A_1, A_3 e A_{14}	Transcrição: *"Os triângulos 1, 3, 5, 6, 7, 10 são todos retângulos."*	Válida, não prevista e não desejada
G7 A_{10}, A_{19}, A_{38} e A_{39}	Transcrição: *"O triângulo é retângulo quando obedecer a fórmula $a^2 = b^2 + c^2$."*	Válida, prevista e desejada
G8 A_{17}, A_{29} e A_{31}	Transcrição: *"Alguns triângulos são retângulos outros não são retângulos."*	Válida, não prevista e não desejada
G9 A_4, A_8 e A_{21}	Transcrição: *"Difícil e um pouco complicada."*	Inválida, não prevista e não desejada
G10 A_{16}, A_{23} e A_{34}	Transcrição: *"O triângulo é retângulo quando $a^2 = b^2 + c^2$."*	Válida, prevista e desejada

Fonte: Silva (2023).

A análise do Quadro 8 revela que 50% dos alunos atingiram os objetivos esperados, apresentando conclusões válidas. Outros 20% chegaram a conclusões válidas, porém não previstas, o que aponta para o uso de abordagens alternativas. No entanto, 30% dos alunos apresentaram conclusões inválidas, evidenciando dificuldades na compreensão ou aplicação dos conceitos trabalhados na atividade.

Durante a fase de *institucionalização*, denominada por Mafra e Sá (2023) como resultado, cada grupo expôs suas conclusões, que foram debatidas coletivamente. O professor guiou a turma na busca por maior clareza e precisão, culminando na formulação conjunta do conceito do Teorema de Pitágoras: "um triângulo é retângulo quando as medidas de seus lados satisfazem ao Teorema de Pitágoras, ou seja, o maior lado (hipotenusa) elevado ao quadrado é igual à soma dos quadrados dos dois lados menores (catetos), $a^2 = b^2 + c^2$". Assim, a atividade foi concluída em 50 minutos.

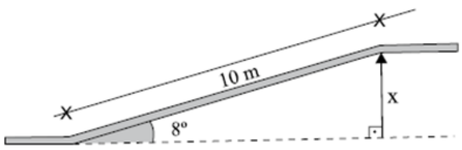
Para finalizar, discutiram-se as aplicações do Teorema de Pitágoras no cotidiano e os alunos revisitaram a questão inicial, com 80% resolvendo a questão corretamente, enquanto 20% apresentaram uma solução parcial. Nos dois grupos com solução parcial, os alunos somaram os quadrados dos catetos, mas não calcularam a raiz quadrada para determinar o valor do lado desconhecido (o comprimento da rampa) do triângulo.

A segunda atividade, realizada no dia 17 de abril, iniciou-se às 15h com a *organização* dos estudantes em grupos de até quatro integrantes. Essa formação em pequenos grupos foi cuidadosamente orientada pelo professor para promover uma interação colaborativa entre os alunos.

Em seguida, foi realizada a *apresentação* da atividade a ser desenvolvida na aula. Nesta fase, segundo Sá (2020), o professor distribui o material necessário para a realização das tarefas, incluindo seu roteiro. Deste modo, inicialmente, cada equipe recebeu uma questão inicial relacionada à relação trigonométrica do seno, expressa no Quadro 9, com um tempo estimado de 5 minutos para resolução.

Quadro 9 - Questão inicial da Atividade 2

Para ter acesso à sala de aula, um estudante cadeirante sobe uma rampa lisa com 10 m de comprimento, que faz um ângulo de 8° com o plano horizontal. Qual é a altura do topo da rampa em relação ao ponto de partida, indicada por *x* na figura?



Fonte: Silva (2023).

Os alunos receberam o roteiro da atividade, explicando o objetivo e os procedimentos que deveriam ser seguidos na realização da tarefa. Durante a *execução* da atividade, os grupos de estudantes se dedicaram, inicialmente, à resolução da questão inicial. No entanto, nenhuma equipe conseguiu apresentar uma solução para o problema. Essa dificuldade preliminar levou o professor a recolher as folhas e adiar a discussão da resolução para o final da aula.

Em seguida, foi proposta a atividade 2 que objetiva a descoberta de que em um triângulo retângulo a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa é uma constante. Durante a execução, os participantes realizaram o procedimento previsto sem dificuldades. No momento do *registro*, os grupos sistematizaram as informações produzidas ao longo da execução. Segundo Sá (2020), o docente deve supervisionar essas ações e esclarecer eventuais dúvidas que surgirem.

O Quadro 10 apresenta o registro da Atividade 2 pelo grupo G4.

Quadro 10 - Registro da Atividade 2 pelo grupo G4

Grupo (G)	**Resposta do Grupo**				
	Triângulo	Ângulo	Medida do cateto oposto (C.O)	Medida da hipotenusa (h)	$\frac{(C.O)}{(h)}$
G4 A_2, A_6, A_{26} e A_{27}	1	β- 30°	2	4	0,5
	2	β=30°	6	12	0,5
	3	β-30°	5	10	0,5
	4	β=30°	4	8	0,5
	5	β=45°	$2\sqrt{3}$	$2\sqrt{6}$	0,707
	6	β=45°	3	$3\sqrt{2}$	0,707
	7	β-45°	7	$7\sqrt{2}$	0,707
	8	β=45°	$5\sqrt{2}$	10	0,707
	9	β-60°	$2\sqrt{6}$	$4\sqrt{2}$	0,866
	10	β-60°	$5\sqrt{3}$	10	0,866
	11	β=60	$\sqrt{3}$	2	0,866
	12	β=60	$10\sqrt{3}$	20	0,866

Fonte: Silva (2023).

Durante a realização da atividade, foi observado que a maioria dos estudantes identificou com facilidade as medidas do cateto oposto ao ângulo indicado e da hipotenusa do triângulo. Assim, todos os grupos efetuaram os cálculos corretamente e preencheram o quadro de resultados com os dados obtidos, conforme solicitado nos procedimentos da atividade.

Na fase de *análise*, os alunos revisaram os dados coletados para identificar padrões e relações significativas (Sá, 2020). A principal descoberta feita pelos grupos foi a constância da razão entre o cateto oposto e a hipotenusa em triângulos retângulos com ângulos iguais.

No Quadro 11 estão transcritas as conclusões apresentadas por cada grupo, bem como suas respectivas validades, conforme as previsões para a atividade.

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

Quadro 11 - Conclusões dos alunos sobre a Atividade 2

Grupo (G)	Conclusões	Validade
G1 A_7, A_{12}, A_{28} e A_{32}	Transcrição: *“Todo seno de 30º é 0,5. 45º é 0,707 e 60º é 0,866.”*	Válida, prevista e desejada
G2 A_5, A_{30}, A_{36} e A_{37}	Transcrição: *“A divisão entre o cateto oposto (C.O) com a hipotenusa (h) de acordo com o ângulo irão dar o mesmo valor.”*	Válida, prevista e desejada
G3 A_{11}, A_{13}, A_{25} e A_{40}	Transcrição: *“Os ângulos que possuem a mesma medida obtiveram o mesmo resultado.”*	Válida, não prevista e não desejada
G4 A_2, A_6, A_{26} e A_{27}	Transcrição: *“Os ângulos que possuíam as mesmas medidas, obtinham os mesmos resultados.”*	Válida, não prevista e não desejada
G5 A_{18}, A_{33} e A_{35}	Transcrição: *“Todos os ângulos de 30º graus dão o mesmo resultado. Todos os ângulos de 60º, 45º etc... também deram o mesmo resultado, é tipo uma “pegadinha”. (caso) todos eles deram o mesmo resultado.”*	Válida, não prevista e não desejada
G6 A_1, A_3 e A_{14}	Transcrição: *“Os triângulos que possuem os ângulos iguais, obtém o mesmo resultado, independente do C.O e h.”*	Válida, não prevista e não desejada
G7 A_{10}, A_{38} e A_{39}	Transcrição: *“O ângulo que possui as mesmas medidas possui o mesmo resultado.”*	Válida, não prevista e não desejada
G8 A_{17}, A_{24}, A_{29} e A_{31}	Transcrição: *“Concluímos sobre o seno dos ângulos 30º, 45º, 60º são consecutivamente 0,5, – 0,707 – 0,866 independente das medidas cateto e hip.”*	Válida, prevista e desejada
G9 A_4, A_8 e A_{21}	Transcrição: *“De acordo com o ângulo a medida do C.O/Hipotenusa é o mesmo valor.”*	Válida, prevista e desejada
G10 A_{15}, A_{16} e A_{23}	Transcrição: *“Os ângulos que tem o mesmo tamanho vai ter o mesmo resultado.”*	Válida, não prevista e não desejada

Fonte: Silva (2023).

A análise das conclusões referentes à Atividade 2 indica que, embora os alunos demonstrem certa “imaturidade” na expressão escrita, todas as conclusões são consideradas válidas. Destaca-se que 4 conclusões correspondem às expectativas previstas e desejadas, enquanto as outras 6, apesar de válidas, não foram inicialmente previstas ou desejadas.

A *institucionalização* foi o momento em que cada grupo apresentou suas conclusões, que foram discutidas coletivamente. O professor guiou a turma na reflexão sobre como tornar as conclusões mais claras e precisas, resultando em uma definição compreensível e correta do conceito de seno de um ângulo agudo de um triângulo retângulo: a razão entre a medida do cateto oposto a um ângulo e a hipotenusa de um triângulo retângulo é sempre um valor constante, denominado seno, ou seja, senβ = (C.O) /Hipotenusa. Assim, a atividade foi concluída às 15h44min., com um tempo de 44 minutos.

Além disso, apresentamos à turma situações do cotidiano nas quais a relação trigonométrica seno é aplicada. Após essa contextualização, revisitar a questão inicial apresentada no início da aula permitiu que a maioria dos grupos encontrasse a solução correta para o problema. No entanto, 20% dos estudantes não conseguiram resolver a questão inicial.

A terceira atividade, realizada no dia 19 de abril, iniciou às 15h com a *organização* da turma em grupos de até quatro alunos. Após a formação dos grupos, o professor realizou a *apresentação* do material necessário para o desenvolvimento da atividade, que incluiu uma questão inicial, apresentada no Quadro 12, e um roteiro para guiar o experimento.

Quadro 12 - Questão inicial da Atividade 3

Um cabo de aço foi fixado no topo de uma torre até certo ponto do solo, formando um ângulo de 60º com o plano horizontal. Sabendo que a distância entre a torre e a extremidade do cabo no solo é de 60 m, qual é o tamanho do cabo de aço?

Fonte: Silva (2023).

Durante a *execução* da atividade, os grupos foram desafiados a resolver a questão inicial, que exigia a aplicação da relação trigonométrica do cosseno para calcular o comprimento de um cabo de aço em um triângulo retângulo. Embora o tempo estimado para a resolução do problema fosse de 5 minutos, nenhum dos grupos conseguiu chegar à solução correta dentro desse período. Observamos que algumas equipes tentaram resolver a questão utilizando a relação trigonométrica do seno, que havia sido estudada no encontro anterior (Atividade 2), mas não obtiveram sucesso.

Diante dessa dificuldade, recolhemos a questão inicial e informamos aos alunos que iniciaríamos o estudo de uma nova relação trigonométrica no triângulo retângulo. Em seguida, cada grupo recebeu uma cópia da Atividade 3 para realizar.

Na etapa seguinte, os grupos sistematizaram as informações coletadas durante a atividade, registrando as medidas do cateto adjacente e da hipotenusa, além do cálculo da razão entre essas medidas para diferentes ângulos. O roteiro da atividade foi organizado de forma a oferecer espaço adequado para o *registro* dos dados, conforme orientado por Sá (2020), o que facilitou o trabalho dos estudantes e evitou perda de tempo com a organização adicional. A seguir, apresentamos o registro da atividade dos participantes da pesquisa que integravam o Grupo 10:

Quadro 13 - Registro da Atividade 3 pelo grupo G10

Grupo (G)	**Resposta do Grupo**				
	Triângulo	Ângulo	Medida do cateto adjacente (C.A)	Medida da hipotenusa (h)	$\frac{(C.A)}{(h)}$
G10 A_{15}, A_{16}, A_{23} e A_{34}	1	30°	$2\sqrt{3}$	4	0,866
	2	30°	$6\sqrt{3}$	12	0,866
	3	30°	$5\sqrt{3}$	10	0,866
	4	30°	$4\sqrt{3}$	8	0,866
	5	45°	$2\sqrt{3}$	$2\sqrt{6}$	0,707
	6	45°	3	$3\sqrt{2}$	0,707
	7	45°	7	$7\sqrt{2}$	0,707
	8	45°	$5\sqrt{2}$	10	0,707
	9	60°	$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$	0,5
	10	60°	3	10	0,5
	11	60°	1	2	0,5
	12	60°	10	20	0,5

Fonte: Silva (2023).

Com os dados registrados, os alunos passaram para a *análise* das informações, buscando identificar relações significativas entre os ângulos e as razões calculadas. Essa etapa foi fundamental para o entendimento do conceito de cosseno. A maioria dos grupos conseguiu identificar corretamente o padrão de regularidade, percebendo que a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa é constante para ângulos específicos, como 30º, 45º e 60º.

Quadro 14 - Conclusões dos alunos sobre a Atividade 3

Grupo (G)	Conclusões	Validade
G1 A_7, A_{12}, A_{28} e A_{32}	Transcrição: *"Todo cosseno de 30º é 0,5, 45º é de 0,707 e de 60º é 0,866."*	Válida, prevista e desejada
G2 A_{30}, A_{36} e A_{37}	Transcrição: *"A divisão entre o cateto adjacente (C.A) com a hipotenusa (h) de acordo com o ângulo irão dar o mesmo resultado."*	Válida, prevista e desejada
G3 A_{11}, A_{13}, A_{25} e A_{40}	Transcrição: *"Os ângulos que possuem o mesmo tamanho tiveram o mesmo resultado."*	Válida, não prevista e não desejada
G4 A_2, A_6, A_{26} e A_{27}	Transcrição: *"Os ângulos com mesmo tamanho, obtém o mesmo resultado."*	Válida, prevista e desejada
G5 A_9, A_{18}, A_{33} e A_{35}	Transcrição: *"Todos do ângulos de 30º graus dão mesmo resultado, os ângulos de 60º, 45º etc... também deram o mesmo resultado, é tipo uma "pegadinha", quase todos eles deram o mesmo resultado."*	Válida, prevista e desejada
G6 A_1, A_3, A_{14} e A_{22}	Transcrição: *"Os triângulos que possuem medidas iguais sempre obtém os resultados iguais."*	Inválida, não prevista e não desejada
G7 A_{10}, A_{19}, A_{38} e A_{39}	Transcrição: *"O triângulo que possui o mesmo ângulo tem o mesmo resultado."*	Válida, não prevista e não desejada
G8 A_{17}, A_{24}, A_{29} e A_{31}	Transcrição: *"Concluímos sobre o cosseno que ele apenas muda a ordem dos ângulos de 30º e 60º (a ordem do 0,866 e do 0,5 = resultado)."*	Inválida, não prevista e não desejada
G9 A_4, A_8 e A_{21}	Transcrição: *"A medida do C.A sobre a hipotenusa tem o mesmo valor de acordo com o ângulo."*	Válida, prevista e desejada
G10 A_{15}, A_{16}, A_{23} e A_{34}	Transcrição: *"O ângulo que possuem a mesmas medida vai possui o mesmo resultado."*	Válida, não prevista e não desejada

Fonte: Silva (2023).

A análise das conclusões apresentadas pelas equipes revelou uma variedade em termos de validade e alinhamento com as expectativas iniciais. Das oito conclusões válidas, cinco foram consideradas válidas, previstas e desejadas, demonstrando que muitos alunos atingiram as metas estabelecidas, aplicando corretamente os conceitos e métodos esperados na atividade. Três conclusões foram válidas, mas não previstas ou desejadas, indicando abordagens alternativas que, embora válidas, não estavam dentro das expectativas iniciais. Além disso, duas conclusões foram consideradas inválidas, sugerindo dificuldades conceituais na aplicação do conhecimento matemático.

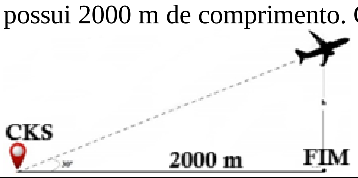
Na última fase, chamada de *institucionalização*, um representante de cada grupo foi convidado a ir ao quadro para compartilhar a conclusão da equipe, permitindo que a turma discutisse as diferentes formulações. Segundo Sá (2020), o docente deve garantir que, independentemente do formato das conclusões, cada equipe tenha a oportunidade de compartilhar suas ideias com a turma. Assim, o processo culminou em uma conclusão consensual e formal, que refletiu uma compreensão compartilhada por todos os estudantes sobre o cosseno de um ângulo agudo de um triângulo retângulo: a razão entre a medida do cateto adjacente a um ângulo e a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo é sempre constante, denominada cosseno, ou seja, $\cos\beta = (C.A)/Hipotenusa$.

Assim, a terceira atividade foi concluída com êxito em 36 minutos. Para encerrar o encontro, foram apresentadas situações do cotidiano em que a relação trigonométrica do cosseno é aplicada. Posteriormente, os alunos foram solicitados a resolver o problema inicial da atividade, e todas as equipes (100%) conseguiram solucionar a questão com sucesso.

A aplicação da quarta atividade ocorreu no dia 24 de abril, com início às 15h. Assim como nas atividades anteriores, a *organização* da turma foi cuidadosamente planejada, assegurando uma distribuição eficiente dos alunos em equipes de até quatro estudantes. Após a formação dos grupos, prosseguimos com a *apresentação* da atividade, onde os alunos receberam os materiais necessários para a execução da tarefa. Esses materiais incluíam uma folha contendo a questão inicial, uma folha com a atividade experimental e um quadro de triângulos, todos essenciais para a condução da atividade.

Quadro 15 - Questão inicial da Atividade 4

Ao levantar voo no aeroporto de Carajás (CKS), um avião forma um ângulo de 30° em relação à pista, que possui 2000 m de comprimento. Qual será a altura deste avião quando estiver sobrevoando o FIM da pista?



Fonte: Silva (2023).

Durante a *execução* da atividade, os alunos enfrentaram dificuldades na resolução da questão proposta, aplicando equivocadamente as relações trigonométricas seno ou cosseno, que haviam sido estudadas nas atividades anteriores. Passados os 5 minutos destinados à resolução dessa questão, nenhum grupo conseguiu chegar à solução correta. Diante disso, recolhemos as folhas contendo o problema inicial e distribuímos as folhas da atividade experimental.

Assim, à medida que a atividade avançava, a maioria dos grupos demonstrou progresso significativo, conseguindo identificar as medidas dos catetos e realizar os cálculos corretamente. Na fase de *registro*, os alunos tiveram a oportunidade de organizar e sistematizar

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 ISSN 2318-6674

cuidadosamente os resultados obtidos durante a atividade, além de refletirem sobre suas conclusões. No Quadro 16, apresentamos o registro da atividade dos integrantes do Grupo 2:

Quadro 16 - Registro da Atividade 4 pelo grupo G2

<table>
<tr><th>Grupo (G)</th><th>Resposta do Grupo</th></tr>
<tr><td>G2
A_5, A_{30} e A_{37}</td><td>
<table>
<tr><th>Triângulo</th><th>Ângulo</th><th>Medida do cateto oposto (C.O)</th><th>Medida do cateto adjacente (C.A)</th><th>$\frac{(C.O)}{(C.A)}$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>30°</td><td>2</td><td>$2\sqrt{3}$</td><td>0,577</td></tr>
<tr><td>2</td><td>30°</td><td>6</td><td>$6\sqrt{3}$</td><td>0,577</td></tr>
<tr><td>3</td><td>30°</td><td>5</td><td>$5\sqrt{3}$</td><td>0,577</td></tr>
<tr><td>4</td><td>30°</td><td>4</td><td>$4\sqrt{3}$</td><td>0,577</td></tr>
<tr><td>5</td><td>45°</td><td>$2\sqrt{3}$</td><td>$2\sqrt{3}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6</td><td>45°</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td></tr>
<tr><td>7</td><td>45°</td><td>7</td><td>7</td><td>1</td></tr>
<tr><td>8</td><td>45°</td><td>$5\sqrt{2}$</td><td>$5\sqrt{2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>9</td><td>60°</td><td>$2\sqrt{6}$</td><td>$2\sqrt{2}$</td><td>1,732</td></tr>
<tr><td>10</td><td>60°</td><td>$5\sqrt{3}$</td><td>5</td><td>1,732</td></tr>
<tr><td>11</td><td>60°</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>1</td><td>1,732</td></tr>
<tr><td>12</td><td>60°</td><td>$10\sqrt{3}$</td><td>10</td><td>1,732</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Fonte: Silva (2023).

Após concluírem o registro dos dados coletados, os alunos avançaram para a etapa de análise dos resultados obtidos, dando continuidade ao processo investigativo. Nesse contexto, Mafra e Sá (2023) destacam que as atividades experimentais são fundamentais, pois permitem aos estudantes descobrir propriedades e padrões nos registros. Dessa forma, as conclusões apresentadas pelos grupos revelaram que a maioria dos alunos conseguiu identificar o padrão desejado, reconhecendo a repetição de resultados para os diferentes ângulos estudados (30º, 45º e 60º). No Quadro 17, estão detalhadas as conclusões de todos os grupos que participaram da atividade:

Quadro 17 - Conclusões dos alunos sobre a Atividade 4

Grupo (G)	Conclusões	Validade
G1 A_7, A_{12}, A_{28} e A_{32}	Transcrição: *“Por mais que o cateto oposto e o cateto adjacente tenham valores diferentes se o ângulo for o mesmo o resultado será sempre igual.”*	Válida, prevista e não desejada
G2 A_5, A_{30} e A_{37}	Transcrição: *“Quando o ângulo for o mesmo, a divisão de C.O sobre o C.A sempre será o mesmo resultado.”*	Válida, prevista e desejada
G3 A_{11}, A_{13}, A_{25} e A_{40}	Transcrição: *“Independente das medidas dos catetos, quando o ângulo é igual, os resultados sempre serão os mesmos.”*	Válida, prevista e não desejada
G4 A_2, A_6, A_{26} e A_{27}	Transcrição: *“Resultado igual para os ângulos iguais.”*	Válida, prevista e não desejada
G5 A_{18}, A_{33} e A_{35}	Transcrição: *“Independente do tamanho do triângulo os resultados serão iguais.”*	Válida, prevista e não desejada
G6 A_3, A_{14} e A_{22}	Transcrição: *“Quando os ângulos tiverem a mesma medida o resultado sempre será o mesmo.”*	Válida, prevista e não desejada
G7 A_{10}, A_{19}, A_{38} e A_{39}	Transcrição: *“Não depende do ângulo, e sim dos catetos dessa vez.”*	Inválida, não prevista e não desejada
G8 A_{17}, A_{29} e A_{31}	Transcrição: *“Não depende do angulo, e sim dos catetos dessa vez.”*	Inválida, não prevista e não desejada
G9 A_4, A_8 e A_{21}	Transcrição: *“Por mais que o cateto oposto e o cateto adjacente tenham valores diferentes se o ângulo for o mesmo o resultado será sempre igual.”*	Válida, prevista e não desejada

G10 A_{16}, A_{23} e A_{34}	Transcrição: *"Os valores serão o mesmo por conta do ângulo."*	Válida, prevista e não desejada

Fonte: Silva (2023).

A análise das conclusões mostrou que, embora a maioria dos grupos tenha chegado a conclusões válidas, somente uma conclusão foi considerada válida, prevista e desejada. Esse achado sugere que, apesar do entendimento correto dos conceitos, as respostas não foram inteiramente alinhadas com as expectativas levantadas inicialmente. Além disso, a observação de que dois grupos apresentaram conclusões inválidas e semelhantes entre si, devido à comunicação entre eles, destaca a necessidade de maior vigilância durante a execução das atividades para evitar colaborações inadequadas.

Na fase de *institucionalização*, o conceito de tangente foi formalizado junto aos alunos, consolidando o entendimento de que: a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente para ângulos agudos em um triângulo retângulo resulta em valores constantes, denominado tangente, ou seja, tgβ = (C.O)/(C.A). Assim, a atividade foi concluída em um tempo total de 22 minutos.

Após a formalização do conceito de tangente, realizamos uma demonstração, por meio de resoluções de problemas, para mostrar como esse conhecimento pode ser aplicado em situações do dia a dia. Deste modo, ao devolvermos a questão inicial, todos os grupos conseguiram solucioná-la corretamente.

4.3 Análise do desempenho nos diagnósticos

Os dados obtidos no pré-teste revelaram que todos os alunos entregaram o teste em branco, demonstrando uma compreensão limitada ou inexistente dos conteúdos que seriam abordados. Ao final da SD, os estudantes foram submetidos a um pós-teste, cujos percentuais de acertos, erros e respostas em branco por questão estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Desempenho dos estudantes no Pré-Teste e Pós-Teste

Questão	Acerto (%)		Erro (%)		Em branco (%)	
	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste
Q1	0%	100%	0%	0%	100%	0%
Q2	0%	83,78%	0%	13,52%	100%	2,70%
Q3	0%	72,97%	0%	24,33%	100%	2,70%
Q4	0%	83,78%	0%	10,82%	100%	5,40%
Q5	0%	91,89%	0%	8,11%	100%	0%
Q6	0%	78,38%	0%	18,92%	100%	2,70%
Q7	0%	89,19%	0%	8,11%	100%	2,70%

Fonte: Silva (2023).

A análise das informações da Tabela 1, revela uma melhora no desempenho dos alunos após a aplicação da sequência didática, com percentuais de acerto que variam entre 72,97% e 100% em todas as questões. O baixo percentual de erros e respostas em branco no pós-teste confirma que os alunos não apenas adquiriram os conhecimentos necessários, mas também ganharam confiança para resolver as questões. Deste modo, os resultados indicam que a SD foi eficaz em sanar as lacunas de conhecimento e promover uma sólida compreensão dos conceitos de trigonometria no triângulo retângulo.

A Tabela 2 oferece uma visão individual da relação entre a frequência dos alunos nas atividades e seus resultados no pós-teste, sendo P para os alunos presentes e F para os ausentes. Na última coluna, são apresentados os percentuais da diferença de acertos nos testes. A tabela não inclui os resultados dos alunos A_{20}, A_{22}, e A_{34}, pois eles se ausentaram em um dos testes.

Tabela 2 – Frequência dos alunos e o percentual de acertos no pós-teste

Alunos	Atividades				Frequência (%)	Diferença de Notas (%)
	Ativ. 1	Ativ. 2	Ativ. 3	Ativ. 4 e 5		
A_1	P	P	P	F	75%	71,43%
A_2	P	P	P	P	100%	85,71%
A_3	P	P	P	P	100%	71,43%
A_4	P	P	P	P	100%	71,43%
A_5	P	P	F	P	75%	100%
A_6	P	P	P	P	100%	100%
A_7	P	P	P	P	100%	100%
A_8	P	P	P	P	100%	100%
A_9	F	F	P	F	25%	35,71
A_{10}	P	P	P	P	100%	100%
A_{11}	P	P	P	P	100%	100%
A_{12}	P	P	P	P	100%	100%
A_{13}	P	P	P	P	100%	100%
A_{14}	P	P	P	P	100%	57,14%
A_{15}	F	P	P	F	50%	42,86
A_{16}	P	P	P	P	100%	100%
A_{17}	P	P	P	P	100%	100%
A_{18}	P	P	P	P	100%	100%
A_{19}	P	F	P	P	75%	100%
A_{21}	P	P	P	P	100%	100%
A_{23}	P	P	P	P	100%	71,43%
A_{24}	F	P	P	F	50%	50,00
A_{25}	P	P	P	P	100%	100%
A_{26}	P	P	P	P	100%	85,71%
A_{27}	P	P	P	P	100%	100%
A_{28}	P	P	P	P	100%	100%
A_{29}	P	P	P	P	100%	85,71%
A_{30}	P	P	P	P	100%	100%
A_{31}	P	P	P	P	100%	85,71%
A_{32}	P	P	P	P	100%	100%
A_{33}	P	P	P	P	100%	42,86%
A_{35}	P	P	P	P	100%	71,43%
A_{36}	P	P	P	F	75%	100%

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

A_{37}	P	P	P	P	100%	100%
A_{38}	F	P	P	P	75%	100%
A_{39}	P	P	P	P	100%	85,71%
A_{40}	P	P	P	P	100%	85,71%

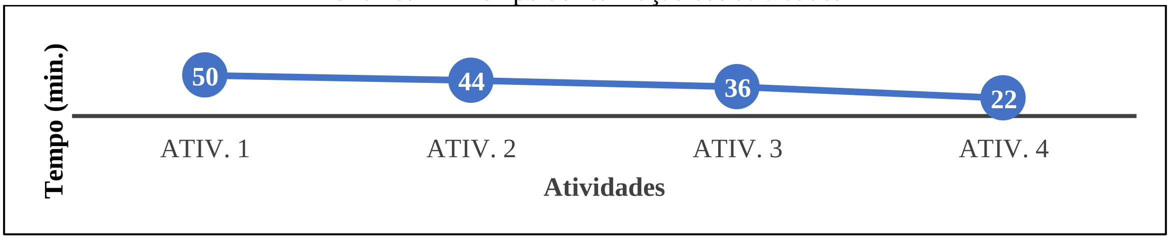
Fonte: Silva (2023).

Os dados da Tabela 2 mostram que os alunos com alta frequência nas atividades obtiveram os melhores resultados no pós-teste, com percentuais de acerto acima de 70%. A única exceção foi o aluno A_{33}, que, apesar de participar de todas as atividades, teve um desempenho inferior a 50%. Em contraste, os estudantes com baixa frequência apresentaram desempenhos mais baixos, como os alunos A_9, A_{15} e A_{24}, cujos percentuais foram de 35,71%, 42,86% e 50%, respectivamente. Assim, pode-se inferir que a frequência nas aulas influenciou diretamente os resultados do pós-teste.

4.4 Análise descritiva da variação do tempo de execução das atividades

Além disso, ao analisar a variação do tempo ao longo da aplicação das atividades da sequência didática, observa-se um decréscimo consistente no tempo de realização das tarefas. Esse padrão, evidenciado pelo Gráfico 1, sugere que, à medida que os alunos se familiarizavam com os conceitos de trigonometria no triângulo retângulo, tornavam-se progressivamente mais ágeis na execução das atividades subsequentes.

Gráfico 1 – Tempo de realização das atividades



Fonte: Silva (2023).

A observação de que o tempo utilizado para a realização das atividades experimentais indica que houve redução do tempo ao longo da aplicação da sequência didática, o que é um indicativo do progresso dos alunos e de sucesso da abordagem pedagógica adotada.

Esse fenômeno, conforme destacado por Sá (1999), demonstra que a superação das dificuldades iniciais nas atividades resulta em maior agilidade nas etapas subsequentes, recompensando o tempo investido no início. Silva, Silva e Sá (2024), ao analisarem 15 (quinze) estudos empíricos sobre a abordagem experimental no ensino de matemática, concluíram que

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

o tempo gasto na realização das atividades experimentais tende a ser reduzido à medida que são realizadas as atividades, o que foi o observado no caso descrito neste trabalho.

Assim, além de avaliar os efeitos das intervenções didáticas, consideramos importante analisar como fatores socioeconômicos podem influenciar o desempenho dos alunos. Para tanto, foi realizada uma análise estatística que será apresentada a seguir.

4.5 Análise estatística

Essa análise é fundamental para compreender se as variações no desempenho dos alunos estão relacionadas a aspectos socioeconômicos específicos. Por este motivo, utilizou-se o Teste Exato de Fisher, que é adequado para lidar com situações em que o Qui-Quadrado não é aplicável devido a valores esperados baixos nas células da tabela de contingência. Utilizamos o *software* estatístico JAMOVI (2020), versão 2.3 para conduzir o teste da análise.

As hipóteses levantadas foram as seguintes:

- *Hipótese Nula (H_0):* Não existe uma associação significativa entre as variáveis.
- *Hipótese Alternativa (H_1):* Existe uma associação significativa entre as variáveis.

No Quadro 18, apresentamos o resultado obtido com o Teste Exato de Fisher (p) para a diferença de desempenho dos testes e as demais variáveis.

Quadro 18 - Resumo do Teste Exato de Fisher para diferença de desempenho e variáveis socioeconômicas

Variáveis analisadas		**Valor-p de Fisher**	**Houve associação?**
Diferença de desempenho nos testes	Frequências dos alunos	p = 0,001	SIM
Diferença de desempenho nos testes	Sexo/Gênero	p = 0,517	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Gosto pela matemática	p = 0,513	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Frequência de estudos	p = 0,601	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Sensações diante das avaliações	p = 0,077	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Escolaridade: Responsável Masculino	p = 0,081	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Escolaridade: Responsável Feminino	p = 0,141	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Reprovação em anos/séries anteriores	p = 0,083	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Auxílio nas atividades extraclasse	p = 0,388	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Distração nas aulas de matemática	p = 0,311	NÃO
Diferença de desempenho nos testes	Interesse em estudar matemática	p = 0,387	NÃO

Fonte: Silva (2023).

A análise do Quadro 18, que sintetiza o Teste Exato de Fisher, revela que a única variável com uma associação significativa com a diferença de desempenho nos testes foi a frequência dos alunos às atividades. Tal resultado sugere que a presença regular nas aulas está claramente relacionada a um melhor desempenho acadêmico, como já devia ser esperado. Deste

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

modo, a regularidade nas atividades mostrou ter um impacto direto e positivo na capacidade dos alunos de melhorar seu desempenho escolar, confirmando a importância da frequência como um fator fundamental para o sucesso acadêmico.

A ausência de associações sugere que o desempenho dos participantes das atividades experimentais em questão em testes de matemática, aqui apresentado, pode ter sido influenciado por outros elementos que não foram abordados nessa análise específica. Fatores emocionais, como motivação e ansiedade diante dos testes matemáticos, podem ser variáveis mais influentes. Mesmo o interesse dos alunos pela disciplina e a sua distração em sala de aula, que tiveram valor-p próximo ao nível de significância, não foram determinantes para os resultados observados. Assim, os dados reforçam a complexidade do processo de ensino e aprendizagem, no qual múltiplos fatores interagem de forma dinâmica e nem sempre previsível.

5 CONSIDERAÇÕES

O estudo aqui relatado buscou analisar possíveis efeitos da aplicação de um conjunto de atividades experimentais sobre o processo de ensino e aprendizagem, além de seu impacto no desempenho na resolução de problemas trigonométricos no triângulo retângulo, quando aplicados a uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

O desempenho no diagnóstico inicial dos alunos evidenciou o desconhecimento da trigonometria no triângulo retângulo por parte dos mesmos, justificando a intervenção pedagógica realizada. Após a aplicação da sequência didática, o pós-teste mostrou uma melhora expressiva do acerto, indicando sucesso da intervenção realizada e o efeito positivo de uma abordagem mais dinâmica e interativa no aprendizado dos alunos.

O Teste Exato de Fisher revelou a ausência de associação estatística entre o desempenho e as variáveis consideradas, salvo a participação em aulas. Isso indica, no caso em análise, que a sequência didática, juntamente com os procedimentos adotados, conseguiu superar possíveis dificuldades que podiam ter origem em fatores não relacionados diretamente com as atividades em classe, evidenciando redução da influência de fatores externos, como as condições socioeconômicas, no processo de aprendizagem.

Outro efeito da realização das atividades foi a diminuição do tempo, refletindo maior agilidade dos alunos ao longo da sequência.

No entanto, os resultados apresentam algumas fragilidades que podem ser exploradas em estudos futuros. Primeiramente, a ausência de uma análise detalhada sobre o impacto de

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

fatores emocionais, como a motivação e a ansiedade, pode limitar a compreensão completa do desempenho dos alunos. Além disso, embora a pesquisa tenha identificado uma associação significativa entre frequência nas aulas e o desempenho no pós-teste, é necessário investigar se esse resultado se mantém estável em diferentes contextos e com amostras maiores. Por fim, o impacto do uso de tecnologias no aprendizado de trigonometria no triângulo retângulo e no desenvolvimento da autonomia dos alunos não foi suficientemente explorado.

A partir das fragilidades apontadas, surgem diversas oportunidades para a realização de pesquisas futuras. A seguir, são apresentadas três questões que podem guiar futuros estudos:

Como a motivação dos alunos e a ansiedade diante das avaliações influenciam o desempenho em testes de matemática? Pesquisas futuras podem investigar o papel dessas variáveis emocionais, buscando compreender como a ansiedade e a falta de motivação influenciam o engajamento e o desempenho dos alunos em testes de matemática. Para uma produção mais precisa dessas variáveis, sugere-se o uso de instrumentos específicos de medição de ansiedade e motivação, como escalas psicológicas validadas, e a realização de entrevistas qualitativas para explorar as percepções dos alunos.

Qual é o impacto específico da frequência dos alunos nas atividades sobre o desempenho em testes de matemática, em diferentes níveis de ensino? Futuras pesquisas podem investigar se a frequência nas aulas afeta o aprendizado de maneira consistente em diversas séries e em instituições com características socioeconômicas distintas. Para explorar essa relação com maior precisão, recomenda-se a coleta detalhada de dados de presença ao longo do ano letivo, bem como o uso de análises estatísticas que permitam identificar correlações entre frequência e desempenho.

Qual é o papel das tecnologias, como o uso de calculadoras e *softwares* educacionais, no desenvolvimento das habilidades matemáticas dos alunos, e como isso impacta a compreensão de conceitos fundamentais em trigonometria no triângulo retângulo? Estudos futuros podem explorar se essas tecnologias contribuem positivamente ou se apresentam desafios adicionais para o aprendizado efetivo de conceitos matemáticos. Para isso, seria útil realizar experimentos controlados comparando grupos com diferentes níveis de acesso a tecnologias e entrevistas para avaliar a percepção dos alunos sobre o uso dessas ferramentas no aprendizado.

Mesmo os resultados sendo promissores, reconhece-se que este estudo representa apenas um passo inicial em um campo amplo e em constante evolução. Embora o foco tenha sido nos aspectos que facilitam a aprendizagem, é importante destacar que os pontos fracos ou

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400 2318-6674

limitações da metodologia abordada merecem investigações futuras mais aprofundadas. Assim, o sucesso observado abre espaço para estudos que possam expandir o entendimento e propor melhorias que tornem o ensino de matemática por meio de atividades experimentais ainda mais eficaz e acessível para todos os estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMOLOUD, S. Ag.; COUTINHO, C.Q.S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **REVEMAT** – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V 3.6, p. 62-77, UFSC: 2008. https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p62.

DAMASCENO, A. A.; OLIVEIRA, G. S.; CARDOSO, M. R. G. O ensino de matemática na educação de jovens e adultos: a importância da contextualização. Monte Carmelo/MG: **Cadernos da Fucamp**, v.17 n. 29, p. 112-124, 2018. Disponível: em: https://www.fucamp.edu.br/editora/index.php/cadernos/article/download/1347/937. Acesso em: 20 jul. 2024.

FERREIRA, Anderson Portal. **O ensino de relações métricas no triângulo retângulo por meio de atividades.** 2018. 213f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/571244. Acesso em: 12 jun. 2024.

GOMES, Rosana Pereira. **O Ensino das Relações Trigonométricas no triângulo por Atividades**. 2013. 218f. Dissertação (Mestrado em Educação). – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013. Disponível em: https://propesp.uepa.br/ppged/index.php/ano-2011-2/. Acesso em: 15 jun. 2024.

JANISCH, Adriane Beatriz Liscano; JELINEK, Karin Ritter. Atividades Experimentais no ensino da Matemática mediadas pela prática docente e nas perspectivas vygotskiana, piagetiana e ausubeliana. **Revista de Iniciação à Docência**, v. 8, n. 1, 2023. https://doi.org/10.22481/riduesb.v8i1.12608.

LUCENA, Laecio Amaury da Silva. **Trigonometria no triângulo retângulo**: uma proposta de sequência didática no Ensino Básico. 2020. 75f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2020. Disponível em: https://tedebc.ufma.br/jspui/handle/tede/3240. Acesso em: 16 jun. 2024.

MAFRA, José Ricardo e Souza; SÁ, Pedro Franco de. Uma perspectiva teórica para o Ensino de Matemática por Atividades Experimentais. **Revista Exitus**, Santarém/PA, Vol. 13, p. 01 - 21, e023003, 2023. https://doi.org/10.24065/2237-9460.2023v13n1ID1981.

MALACARNE, Vilmar; STRIEDER, Dulce Maria. **O Desvelar da Ciência nos anos Iniciais do Ensino Fundamental**: Um olhar pelo viés da experimentação. Vivências. Vol.5, N.7: p.75-85, mai. 2009.

MEDEIROS, Zildomar Rodrigues de. **O ensino dos conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo com o uso do software educacional GeoGebra.** 2018. 131f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018. Disponível em: http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/559528. Acesso em: 18 jun. 2024.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC** – Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 15, Número 35, p.143-162, 2020. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p143-162.id290.

SÁ, Pedro Franco de. Ensinando matemática através da redescoberta. **Traços**, Belém, v. 2, nº 3, p. 77-81, agosto, 1999.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do Ensino de Matemática por Atividades**. Belém: SINEPEM, 2019.

SÁ, Pedro Franco de; MAFRA, José Ricardo Souza; FOSSA, John Andrew. O ensino de matemática por atividades experimentais na educação matemática**. Revista Cocar**. Edição Especial N.14/2022, p.1-20, Belém, 2022. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/download/5498/2453/19080. Acesso em: 6 jun. 2024.

SILVA, Cláudio Lima da. **Ensino de trigonometria no triângulo por atividades experimentais**. 2023. 318 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Parauapebas, 2023. Disponível em: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/740233. Acesso em: 5 jun. 2024.

SILVA, C. L. da; SILVA, A. K. M. da; SÁ, P. F. de. Variação do tempo no ensino de matemática por atividades experimentais de conceituação e redescoberta. **Revista Cocar**, v. 21, n. 39, 2024. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/8426. Acesso em: 25 out. 2024.

SOUSA, Miguel Angelo Moraes de. **Experimentos de trigonometria em sala de aula**. 2014. 84f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). – Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/209. Acesso em: 18 jun. 2024.

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS
Agradecemos à Prefeitura de Parauapebas-PA pelo apoio dada ao estudo realizado por meio do convênio que viabilizou a realização do curso de Mestrado em Ensino de Matemática da UEPA.

FINANCIAMENTO
Prefeitura de Parauapebas-PA.

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA
Resumo/Abstract/Resumen: Cláudio Lima da Silva e Pedro Franco de Sá
Introdução: Cláudio Lima da Silva
Referencial teórico: Cláudio Lima da Silva e Pedro Franco de Sá

Análise de dados: Cláudio Lima da Silva, Ana Kely Martins da Silva, Pedro Franco de Sá e Francisco Hermes Santos da Silva
Discussão dos resultados: Cláudio Lima da Silva, Ana Kely Martins da Silva, Pedro Franco de Sá e Francisco Hermes Santos da Silva
Conclusão e considerações finais: Cláudio Lima da Silva, Ana Kely Martins da Silva, Pedro Franco de Sá e Francisco Hermes Santos da Silva
Referências: Cláudio Lima da Silva
Revisão do manuscrito: Ana Kely Martins da Silva, Pedro Franco de Sá e Francisco Hermes Santos da Silva
Aprovação da versão final publicada: Cláudio Lima da Silva, Ana Kely Martins da Silva, Pedro Franco de Sá e Francisco Hermes Santos da Silva

CONFLITOS DE INTERESSE
Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política e financeira referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA
Os dados da pesquisa foram publicados na plataforma EduCapes.

PREPRINT
Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

COMO CITAR - ABNT
SILVA, Cláudio Lima da; SILVA, Ana Kely Martins da; SÁ, Pedro Franco de; SILVA, Francisco Hermes Santos da. Ensino de trigonometria no triângulo por Atividades Experimentais. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 12, *e*24087, jan./dez., 2024. https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400

COMO CITAR - APA
Silva, C. L.; Silva, A. K. M.; Sá, P. F.; Silva, F. H. S. (2024). Ensino de trigonometria no triângulo por Atividades Experimentais. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, *12*, *e*24087. https://doi.org/10.26571/reamec.v12.18400

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF
Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao

OPEN ACCESS
Este manuscrito é de acesso aberto (*Open Access*) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (*Article Processing Charges – APCs*).. O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la - ou seja,

quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.

VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE
Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto iThenticate da Turnitin, através do serviço *Similarity Check* da Crossref.

PUBLISHER
Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no Portal de Periódicos UFMT. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

EDITOR
Dailson Evangelista Costa

AVALIADORES
Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este manuscrito e não autorizaram a divulgação dos seus nomes.

HISTÓRICO
Submetido: 18 de setembro de 2024.
Aprovado: 31 de outubro de 2024.
Publicado: 27 de dezembro de 2024.