REAMEC
REVISTA DA REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS PARA O DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE VOLUME DO CILINDRO

CONTRIBUTIONS OF CONCEPTUAL FIELD THEORY TO THE DEVELOPMENT OF THE CONCEPT OF CYLINDER VOLUME

APORTES DE LA TEORÍA DE CAMPOS CONCEPTUAL AL DESARROLLO DEL CONCEPTO DE VOLUMEN CILINDRO

Alzenira da Silva Leão* Yuri Expósito Nicot**

Glauco Cohen Ferreira Pantoja***

RESUMO

O presente trabalho possui como objetivo analisar os invariantes operatórios mobilizados por estudantes da 3ª série do Ensino Médio em situações-problema envolvendo o conceito de volume do sólido geométrico cilindro. Trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa e do tipo participante. A coleta dos dados foi realizada em uma escola estadual, na cidade de Manaus no Amazonas, no segundo semestre do ano de 2023. O evento didático, assim proposto por Vergnaud e adotado pelos pesquisadores na escola campo para estudar o objeto de pesquisa, foi organizado em três encontros, nos quais foram apresentadas uma situação-problema em cada, sobre o conceito de volume do sólido cilindro para que os participantes pudessem explorar e apresentar as suas soluções. Neste estudo é apresentado um recorte da pesquisa referente ao primeiro encontro desenvolvido com os participantes, para isso foram adotados como instrumentos a observação, o diário de bordo, a gravação dos diálogos realizados pelos participantes e o registro fotográfico das resoluções apresentadas. Entre os resultados foi observada uma necessidade constante do participante em recorrer ao uso dos algoritmos (deixando o processo de conceitualização em segundo plano), a dificuldade de expressar o pensamento ficou explícita em perguntas que pediam uma organização dos passos adotados, implicando na forma operatória do pensamento. Pontuamos que há invariantes operacionais verdadeiros e falsos, porém, o que chama a atenção é a quantidade de conceitos em ação pertinentes que mostram obstáculos na consolidação do conceito de volume e outros conceitos da geometria plana.

Palavras-chave: Invariantes Operatórios. Resolução de Problemas. Volume. Cilindro. Teoria dos Campos Conceituais.

* Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Professora de Matemática e Física da educação básica no Colégio Cristo Salvador pertencente a Rede de escolas da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), Santarém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Sérgio Henn, 1787, Bairro Diamantino, Santarém, Pará, Brasil, CEP: 68025-000. E-mail: alzenira.leao@ufam.edu.br.

** Doutor em Ciências Pedagógicas pela Universidade de Oriente (UO). Docente na Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, Amazonas, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Rodrigo Otávio, nº 6.200, Campus Universitário Senador Arthur Virgílio Filho, Setor Norte, Coroado I, Manaus, Amazonas, Brasil, CEP: 69077-000. E-mail: yexposito@yahoo.es.

*** Doutor em Ensino de Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Docente da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Santarém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Marechal Rondon, s/n, Caranazal, Santarém, Pará, Brasil, CEP: 68040-070. E-mail: glauco.pantoja@ufopa.edu.br.

ABSTRACT

The present work aims to analyze the operational invariants mobilized by 3rd grade high school students in problem situations involving the concept of volume of the solid geometric cylinder. This is research with a qualitative and participatory approach. Data collection was carried out in a state school, in the city of Manaus in Amazonas, in the second half of 2023. The didactic event, proposed by Vergnaud and adopted by researchers at the field school to study the research object, was organized in three meetings, in which a problem situation was presented in each, on the concept of solid cylinder volume so that participants could explore and present their solutions. In this study, an excerpt from the research referring to the first meeting developed with the participants is presented. For this purpose, observation, the logbook, the recording of the dialogues carried out by the participants and the photographic record of the resolutions presented were adopted as instruments. Among the results, a constant need for the participant to resort to the use of algorithms was observed (leaving the conceptualization process in the background), the difficulty of expressing thoughts was made explicit in questions that asked for an organization of the steps adopted, implying the operational form of the thought. We point out that there are true and false operational invariants, however, what draws attention is the number of pertinent concepts in action that show obstacles in the consolidation of the concept of volume and other concepts of plane geometry.

Keywords: Operational Invariants. Problem Solving. Volume. Cylinder. Conceptual Fields Theory.

RESUMEN

El presente trabajo tiene como objetivo analizar las invariantes operacionales movilizadas por estudiantes de 3er grado de secundaria en situaciones problemáticas que involucran el concepto de volumen del cilindro geométrico sólido. Se trata de una investigación con un enfoque cualitativo y participativo. La recolección de datos se realizó en una escuela estatal, en la ciudad de Manaos, en Amazonas, en el segundo semestre de 2023. El evento didáctico, propuesto por Vergnaud y adoptado por los investigadores de la escuela de campo para estudiar el objeto de investigación, se organizó en tres reuniones, en las que en cada una se presentó una situación problemática, sobre el concepto de volumen de cilindro sólido para que los participantes pudieran explorar y presentar sus soluciones. En este estudio se presenta un extracto de la investigación referente al primer encuentro desarrollado con los participantes. Para ello se adoptó la observación, la bitácora, el registro de los diálogos realizados por los participantes y el registro fotográfico de las resoluciones presentadas. como instrumentos. Entre los resultados se observó una necesidad constante por parte del participante de recurrir al uso de algoritmos (dejando en un segundo plano el proceso de conceptualización), la dificultad para expresar pensamientos se hizo explícita en preguntas que pedían una organización de los pasos adoptados, implicando la forma operativa del pensamiento. Señalamos que existen invariantes operacionales verdaderas y falsas, sin embargo, lo que llama la atención es la cantidad de conceptos pertinentes en acción que muestran obstáculos en la consolidación del concepto de volumen y otros conceptos de geometría plana.

Palabras clave: Invariantes Operativas. Resolución de Problemas. Volumen. Cilindro. Teoría de Campos Conceptuales.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é conhecida por sua dificuldade de entendimento. Rivière (1995) destaca que tanto o ensinar como o aprender são difíceis na matemática, sendo dependentes de exigências cognitivas, tais como o caráter hierárquico e as necessidades básicas de atenção, memória e prática. Além dessa dificuldade, a educação passa por grandes desafios, e os resultados correspondentes ao desempenho na componente curricular não são favoráveis.

Sincronizados com as ideias anteriores, temos que os resultados do último Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) relativos à proficiência de matemática acende um sinal de alerta para que estratégias sejam pensadas e/ou repensadas e adotadas na tentativa de melhorar o desempenho dos estudantes. Quando comparados os resultados obtidos com a matriz de referência, o Ensino Médio atingiu o nível 2, o que mostra uma situação crítica em matemática, sendo esse resultado a nível nacional.

Na região norte, os dados são preocupantes, pois os números revelam que não chegamos nem no limite do nível 1, que é de 250. Esses resultados são referentes a estudantes da 3ª série do Ensino Médio, o que significa a probabilidade de serem capazes de "associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas" (Brasil, 2022).

Por se tratar de estudantes no final da Educação Básica, é inevitável o questionamento quanto à formação crítica desses sujeitos e sua atuação social em meio às demandas que a sociedade moderna exige. Uma maneira que defendemos ser útil para auxiliar o professor no reconhecimento das dificuldades de aprendizagem e contribuir para que o aluno tenha um desenvolvimento em elaboração escrita e verbal na disciplina de Matemática explicitando seus conhecimentos em ação é a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas divulgada por Onuchic e Allevato (2014).

Morais e Onuchic (2014, p. 40) destacam que há uma emergência em "superar práticas ultrapassadas de transmissão de conhecimentos". Quando o aluno assume o papel principal, visando a sua aprendizagem como relevante na construção dos conhecimentos, há espaços para o desenvolvimento da criatividade, da autonomia e de habilidades de pensamento crítico, além de contribuir para o trabalho em colaboração.

Além da Resolução de Problemas (RP), o trabalho propôs utilizar como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) para auxiliar na identificação dos possíveis invariantes operatórios evocados pelos estudantes. A escolha pela TCC deu-se pelo fato de ser uma teoria de desenvolvimento que tem em sua base, elementos da didática, sobretudo aqueles que discorrem sobre os processos de ensino e aprendizagem na matemática. Nesse viés, ressaltamos que a didática tem como objetivos a análise dos comportamentos e dos discursos dos estudantes, bem como as escolhas e ações dos professores (Zanella; Barros, 2014).

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 ISSN 2318-6674

Nessa perspectiva, Zanella e Barros (2014) apontam que a TCC estuda as ações dos estudantes, bem como as condições de produção, registro e comunicação durante situações de aprendizagem em sala de aula. Oferecendo ao docente uma compreensão das ações dos estudantes e possibilitando a organização dos conteúdos, em especial da matemática, para privilegiar uma diversidade de situações/problemas relacionadas a um mesmo conceito. Essas reflexões nos levaram à elaboração do problema de pesquisa: como a resolução de problemas contribui para o reconhecimento de invariantes operatórios no processo de ensino e aprendizagem do conceito de volume do sólido geométrico cilindro?

O objetivo geral da proposta consiste em analisar os invariantes operatórios mobilizados por estudantes da 3ª série do Ensino Médio em situações-problema envolvendo o conceito de volume do sólido geométrico cilindro à luz da teoria dos campos conceituais. Ressaltamos que os conceitos abordados encontram grande intersecção com o campo conceitual das estruturas multiplicativas, que se constitui em uma classe de dimensões-produto (Vergnaud, 2009a).

Este estudo é qualitativo, do tipo participante, onde foram adotados com o método científico fundamental a observação, as ferramentas: o diário de bordo, a gravação dos diálogos realizados pelos participantes e o registro fotográfico das resoluções apresentadas. Em nossas análises, fizemos o uso dos passos da análise de conteúdo de Bardin (2011). Esse estudo é derivado da dissertação de mestrado da primeira autora desse manuscrito. Nas próximas seções tem-se o referencial teórico que aborda a resolução de problemas e a teoria dos campos conceituais, a metodologia que apresenta o desenho da pesquisa e as justificativas das escolhas feitas, os principais resultados que estão estruturados nas ideias proposta na análise de conteúdo e as considerações que descreve alguns apontamentos possíveis de pesquisas no campo de estudo.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

O processo de ensino e aprendizagem tem em sua estrutura importantes elementos, entre esses estão aqueles que apresentam uma significância maior no contexto educacional: o aluno, o professor e os conteúdos. O "ensino e aprendizagem são duas facetas de um mesmo processo. O professor planeja, dirige e controla o processo de ensino, tendo em vista estimular e suscitar a atividade própria dos alunos para a aprendizagem" (Libâneo, 2013, p. 86 e 87).

Entendemos que há a necessidade de um entendimento por completo de todo o sistema que regem o ato educativo, compreender as nuances e funções de cada elemento, visando o empoderamento do sujeito e a sua preparação para o exercício da cidadania na sociedade. Nessa perspectiva, enfatizamos que o empoderamento do sujeito não será dado pela aprendizagem mecânica, pois, a compreensão dos elementos constitutivos do processo de ensino é fundamental.

Buscar soluções para contornar a aprendizagem mecânica, visando a compreensão dos conceitos e a sua aplicabilidade em problemas reais, faz-se necessário para que a aprendizagem aconteça. Para isso, há inúmeras metodologias sendo aplicadas e estudadas por pesquisadores e professores, e uma delas que teve um consenso da comunidade nos últimos tempos foi a resolução de problemas (Teixeira; Moreira, 2022). Nesse cenário, concordamos com a importância de unir teoria e prática, há uma relação dialética, visando a construção do indivíduo em sua totalidade, "formar é muito mais do que puramente treinar o educando no desempenho de destrezas" (Freire, 2011, p. 10).

2.1 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

O ensino de matemática sempre foi tema para discussão no cenário acadêmico, com o principal intuito de renovar e modificar as práticas de ensino e aprendizagem. Onuchic (1999) e Morais e Onuchic (2014) apontam que o Movimento da Matemática Moderna surgiu, conhecido como um movimento de renovação. Apresentava uma estrutura para o ensino da matemática pautada em: estruturas lógicas, algébricas, topológicas e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. Essa renovação trouxe uma matemática carregada de propriedades, preocupação excessiva com as abstrações, a linguagem era universal, concisa e precisa. Sua excessividade em símbolos e terminologia complexa acabava comprometendo o aprendizado.

A metodologia proposta por Onuchic e Allevato (2009, p. 44) sustenta a ideia central de que "o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos". Em outras palavras, a RP "é uma metodologia de ensino e aprendizagem, na qual o conhecimento matemático se constrói ou se amplia através da resolução de um problema gerador" (Gonçalves; Allevato, 2020, p. 60). Esta última concepção vem sendo divulgada como uma proposta mais atual de ensino e aprendizagem, sendo tema de novas pesquisas em todos os níveis de ensino, onde podemos destacar a Onuchic como a principal divulgadora.

O professor faz atos de mediação, ele não prescreve aos estudantes os métodos ou as regras para obter as soluções de um dado problema. A estrutura da atividade é organizada em dez passos, propor uma situação geradora, seguido de uma leitura individual, a leitura em conjunto, a tentativa de resolução do problema inicial. Durante esse processo, o professor observa e incentiva. Os estudantes fazem os seus registros na lousa e então é aberto espaço para uma plenário, onde podem concordar, divergir e/ou apontar outros caminhos de resolução. Há a busca pelo consenso dos estudantes e a formalização dos principais conceitos. Ao final da atividade, a metodologia indica que podem sugerir novos problemas ou dificultar o nível do problema gerador inicial (Allevato; Onuchic, 2014).

Martins (2019) usou a metodologia em sua pesquisa de mestrado, cujo objetivo foi verificar as contribuições desta para a aprendizagem em geometria espacial. Como resultado o autor destaca que o processo de aprendizagem nos conteúdos relativos à geometria espacial mediante a utilização da metodologia de resolução de problemas foi consistente, contribuindo para que os estudantes desenvolvessem uma melhor percepção, compreensão, apreensão da linguagem matemática e da nomenclatura dos elementos geométricos. O autor ainda ressalta que há um desenvolvimento de habilidade para compreender e interpretar o mundo, além de engajar para outras situações que envolvem a experimentação, a elaboração de conjecturas e a formalização matemática.

Ainda nesse viés, Souza (2019) abordou o ensino, a aprendizagem e a avaliação de conteúdos de Geometria Espacial, com estudantes do ensino médio e obteve como resultados a autonomia, protagonismo dos estudantes, bem como enfrentamento e planejamento para solucionar os problemas. Os erros que surgiam serviram como maneiras de buscar novas alternativas para a organização de dados. Segundo a autora, a metodologia favoreceu a comunicação e a argumentação durante a apreensão dos conceitos de geometria espacial.

Dessa maneira, há uma defesa para o ensino através da RP que consiste em apoiar-se na crença de que o motivo mais relevante para esse tipo de ensino-aprendizagem é o de auxiliar os estudantes a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro de tarefas para cada unidade temática da matemática (Onuchic, 1999). Sendo, portanto, convergente com as ideias apresentadas por Vergnaud como veremos mais adiante.

2.2 Teoria dos Campos Conceituais (TCC)

Trata-se de uma teoria cognitivista, que analisa o desenvolvimento e a aprendizagem de competências complexas dos estudantes (Vergnaud, 1993). Foi elaborada pelo psicólogo, professor e pesquisador francês Gérard Vergnaud, tendo como base as contribuições da Teoria da Epistemologia Genética de Jean Piaget. Vergnaud, retoma as ideias de Piaget, mas as teorias diferem em dois pontos: Piaget reduz em seus estudos às estruturas lógicas gerais, isto independente do conteúdo do conhecimento; e teve pouco interesse pelo ensino e pelos conteúdos de ensino (Plaisance; Vergnaud, 2003), como fez o autor da TCC na disciplina de matemática.

Além das contribuições da teoria de Piaget, Vergnaud reconhece a importância que as ideias de Vygotsky tiveram na elaboração da TCC. A teoria sócio interacionista de Vygotsky articula a relação adulto-criança, ou ainda, no contexto escolar, professor-estudante, visando a ampliação da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) que consiste no espaço existente entre o nível de desenvolvimento atual, a capacidade do sujeito de resolver tarefas sozinho, e o nível de desenvolvimento potencial, a capacidade do sujeito de resolver tarefas com ajuda de um parceiro mais capaz (Garcia, 2009). Vergnaud reconhece essa importância quando assume a interação social, a linguagem e a simbolização no domínio de um certo campo conceitual. Nesse sentido, a partir da coleção de ações assumidas pelo professor, uma delas e talvez a mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para o desenvolvimento de seus esquemas na ZDP (Vergnaud, 1999).

A partir das vivências, entende-se que quando submetidos a novas situações, isto é, tarefas, os estudantes buscam utilizar os conhecimentos adquiridos em suas experiências passadas. Vergnaud destaca que eles já possuem uma maneira de realizar as situações mediantes outras já confrontadas em outros contextos, estas sendo simples e familiares. Assim, a busca por esses conhecimentos que eles não possuem para resolver determinada situação fará com que ocorra um desequilíbrio, posteriormente adaptações e/ou modifique o conhecimento (Vergnaud, 1988), chegando ao estágio de acomodação, correspondente à reestruturação dos esquemas cognitivos para enquadrar os novos objetos assimilados na aprendizagem. esse último, é o que mostrará a superação da situação e adaptação do conhecimento já existente nas estruturas cognitivas.

Assim, o conhecimento, para Gérard Vergnaud, está organizado em Campos Conceituais, não sendo estes exclusivos da área de matemática, mas podendo ser compreendido em qualquer área do conhecimento. Para o autor, é impossível estudar conceitos matemáticos separadamente, por isso, faz-se necessário em eventuais momentos realizar recortes, sendo prudentes analisar os Campos Conceituais, estes, sendo unidades frutíferas, capazes de dar sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização (Vergnaud, 1996).

A conceitualização é a pedra angular da teoria desenvolvida pelo professor Vergnaud. Ele acredita que é a partir dos conceitos que o conhecimento será construído. Ele defende:

> [...] a tese de que o progresso da ciência é, antes de tudo, progresso da conceitualização: conceitos mais amplos, melhor ligados entre si, com mais propriedades e mais bem definidos por suas condições de uso, são substituídos, por etapas ou por evoluções abruptas, para conceitos mais primitivos, de um escopo mais circunscrito (Vergnaud, 2002, p. 31).

O processo de conceitualização não acontece de um só golpe. Em um dado conteúdo do conhecimento, um estudante pode levar dias, meses ou até anos para compreender o sistema que engloba os conceitos e teoremas que foram construídos em milênios na matemática (Vergnaud, 2002).

Assim, para Vergnaud, um campo conceitual consiste em: “[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, interligados durante o processo de aquisição” (Vergnaud, 1982, p. 40).

Na teoria dos campos conceituais, além do conceito de campo conceitual, Vergnaud apresenta outros conceitos importantes para a compreensão do processo de conceitualização, sendo eles: conceitos, situações, esquemas, invariantes operatórios e representações.

Gérard Vergnaud (1993) afirma que um conceito não pode ser reduzido à sua definição, principalmente quando nos interessamos nos processos de ensino e aprendizagem pela conceitualização. Ele define o conceito como um conjunto de três elementos, sendo eles: situações, invariantes operatórios e representações, o que simbolicamente se expressa por C = (S,I,R). Para nomear esses elementos, ele faz uso das ideias de função simbólica de Piaget, ou ainda, função psicossemiótica[1], onde:

- S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito (Vergnaud, 1985, p. 249; 1993, p. 8), em termos da função simbólica, seria o referente, que é a realidade ou o objeto de estudo, podemos dizer, portanto, que S é o referente;

[1] Origina-se da Semiótica: ciência que estuda a comunicação e envolve três elementos básicos, o referente, o significado e o significante. (Gitirana et al., 2014).

- I é o conjunto de invariantes, isto é, conjunto onde estão os objetos, propriedades e relações sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito (Vergnaud, 1985, p. 249; 1993, p. 8), podendo ser identificado também, como "o conjunto dos invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações" (Moreira, 2022, p. 193). Em termos da função simbólica, o conjunto dos invariantes representa o significado;
- R é o "conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento" (Vergnaud, 1993, p. 8). Nas ideias defendidas por Piaget, sobre a função simbólica, o conjunto das representações é o significante.

Os invariantes constituem-se nos termos, conceitos em ação e teoremas em ação. Os primeiros, Vergnaud (2009b) define como sendo aqueles que permitem identificar os objetos, as propriedades e relações. Por objetos, entendemos como sendo aqueles perceptíveis e/ou construídos pela cultura, ciência, técnica ou pelo próprio sujeito de forma individual. As propriedades e relações constituem-se como predicados observáveis e predicados que podem ser inferidos a partir dos observáveis, sendo eles próprios construções culturais e/ou individuais.

Os conceitos em ação auxiliam na construção de teoremas em ação. Eles são categorias consideradas pertinentes na ação dos estudantes, podendo ter um estatuto de objeto, de predicado com um lugar ou vários lugares (Vergnaud, 2009b). Os conceitos em ação são classificados por Vergnaud (1993) em um tipo lógico caracterizado por função proposicional, sendo implícitos e podendo ser pertinentes ou não na ação de uma dada situação.

Os teoremas em ação são proposições tomadas como verdadeiras em um certo domínio e/ou falsa em outros na ação dos estudantes. Estando no tipo lógico classificado por Vergnaud como tipo proposição, os teoremas em ação são implícitos e tem validade local. São definidos no domínio do conhecimento matemático como as relações consideradas pelos alunos ao realizar as escolhas de uma operação para um certo problema (Vergnaud, 1993).

Os invariantes operatórios são recursos a serem considerados pelo professor na análise de estratégias em resolução de problemas, bem como um auxílio para a transformação de conhecimento implícito em conhecimento explícito (Zanella; Barros, 2014). Vergnaud (1990) destaca que a parte explícita do processo de conceitualização é apenas a ponta do *iceberg*, há uma imensidão implícita que é de suma importância na construção dos conceitos, sem os invariantes operatórios, o explícito nada seria.

3 METODOLOGIA

Para a realização do estudo, a estratégia de investigação foi uma observação participante que, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 108), “é uma estratégia que envolve não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas, pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada”.

Uma vez que buscamos identificar os invariantes operatórios numa proposta teórica cognitiva, entendemos que este estudo possibilitou uma reflexão quanto aos processos existentes no contexto educacional, assim, direcionando os resultados para novas investigações. Sua natureza é aplicada, o que consiste na “aquisição de conhecimentos com vistas à aplicação numa situação específica” (Gil, 2017, p. 33).

Quanto aos objetivos, atende aos de tipo exploratório e descritivo. Neste estudo, o primeiro busca proporcionar uma familiaridade com o objeto de estudo, a fim de torná-lo mais explícito na área de pesquisa e possibilitar um levantamento de hipóteses a respeito do tema (Gil, 2017). Dessa maneira, o intuito consiste em ampliar esse campo temático, possibilitando que outras investigações sejam feitas e direcionadas para o processo educativo. O segundo, consiste na descrição de características de um dado fenômeno ou população, com a finalidade de identificar relações.

Para a interpretação e a organização das informações obtidas, fizemos uso da técnica de análise de conteúdo, proposta por Bardin (2011) que tem em sua essência a busca por compreender significados explícitos e implícitos presentes em mensagens de textos, discursos, documentos e/ou outros tipos de comunicação. Em nosso estudo, fizemos a análise dos diálogos por meio das gravações e das resoluções do problema apresentadas por meio de imagens.

A técnica é dividida em três etapas: a pré-análise, que consiste na escolha dos materiais a serem analisados e a declaração de objetivos e hipóteses; a exploração do material, onde é realizado o processo de codificação do material e classificação das categorias emergentes e por fim o tratamento dos resultados e a interpretação, que é feito a identificação dos padrões e regularidades entre os dados, levando a interpretação dos resultados com os objetivos declarados na primeira etapa.

A pesquisa ocorreu em uma escola estadual da cidade de Manaus no estado do Amazonas. Os estudantes participantes do estudo foram oito finalistas do 3º ano do Ensino Médio, eles foram escolhidos por estarem no último ano da educação básica e por terem em algum momento da sua formação durante o ensino médio o contato com o conceito de volume

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

do sólido cilindro, elemento constituinte do nosso objeto de estudo. Isto é, parte integrante no eixo epistemológico, do processo de ensino e aprendizagem da geometria espacial.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

A atividade foi proposta a partir da situação (Figura 1), escolhida no livro de Dante (2005), sobre o conceito de volume e adaptada para a realidade do ambiente escolar dos estudantes. A adaptação se fez necessária no intuito de explorar a oralidade dos estudantes, segundo Vergnaud (2009b, p. 30) "a linguagem natural é o registro mais analítico da atividade humana", no sentido de argumentar e propor elaborações escritas. Contudo, destacamos que em nossas visitas de reconhecimento do espaço, observamos que a caixa d'água apresentava um formato similar ao que estávamos propondo investigar.

Figura 1 - Situação retirado do livro do Dante e adaptada

APÊNDICE A – Atividade 1: Situação-Problema adaptada do Livro de Matemática Ensino Médio do Dante (2005)

1 (SITUAÇÃO ADAPTADA DO LIVRO DO DANTE/2011) - Para abastecer uma escola estadual de ensino médio, é necessária uma caixa d'água diferenciada que suporte toda a demanda do educandário. Um dos modelos frequentemente adotado é a do tipo tubular, como a figura abaixo:

Fonte: Imagem retirada da internet. Disponível em: https://pmsaposse.sp.gov.br/reservatorio-de-agua-da-pedra-branca-e-substituido/

Na imagem apresentada, tem-se que o sólido é um cilindro reto, suas dimensões consistem em uma base de 3 m de diâmetro e a altura mede, 4 m. Nessas condições, podemos determinar a área das bases, a área lateral e a área total. Contudo, precisamos pensar em algumas coisas antes:

a) O que é um cilindro reto? Caso o diâmetro e altura tivessem o mesmo valor, como poderíamos denominar esse sólido?

b) Na sua opinião, existem outros tipos de cilindro? Se sim, quais?

c) Desenhe o cilindro reto descrito no enunciado e identifique as bases, a altura, o raio e o diâmetro.

d) A partir da sua construção, o que seria o diâmetro?

e) Qual a relação dele com o raio?

f) Na situação, qual o valor do raio?

g) Como seria a planificação do cilindro apresentado?

h) Apresente as soluções para a área das bases, área lateral e área total do cilindro da situação.

2 Na sua opinião, a situação acima apresenta elementos suficientes para calcular o volume da caixa? Se sim, quais são esses elementos? E qual seria o volume do cilindro?

3 Na sua opinião, o volume é a mesma coisa que a capacidade? Se não, qual a diferença entre eles?

4 Caso fosse explicar para um colega sobre como encontrou o volume da caixa, como você faria? Organize uma sequência dos passos utilizados na sua resolução.

Fonte: Arquivos de Leão (2024)

O objetivo da primeira parte da atividade (itens do a até h) gira em torno de sondar os conhecimentos prévios dos participantes a respeito do conceito de volume do sólido cilindro. Esse objetivo coaduna com a ideia de que a conceitualização do real se dá mediante à experiência das situações enfrentadas pelo estudante ao longo da vida (Vergnaud, 1993). Por se tratar de um conceito presente na classe de medida de produtos do tipo terciária, como propôs Vergnaud (2009a), o volume, de forma resumida, é o produto de uma medida de área por uma medida de comprimento. Essa formulação fica mais bem explicitada quando consideramos que

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

o volume é o produto de três comprimentos, a partir de uma relação de dimensões, indicando, dessa maneira, o motivo da potência igual a três.

Diante do exposto, começar um evento didático com o conceito principal (volume), sem levar em consideração toda a construção que existe em termos de conteúdos matemáticos antes dele, é ir na contramão do que propõe a teoria dos campos conceituais (TCC). Em consonância com a proposta de não desprezar as ideias primeiras do estudante, temos a fala de Vergnaud (1993) quando aponta que uma situação não aborda um único conceito, assim como um conceito não é construído a partir de um só tipo de situação.

Em nossas análises referentes a essa atividade, obtivemos quatro categorias, sendo elas: C1 - classificação do sólido; C2 – reconhecimento dos elementos constituintes do sólido; C3 – Cálculo de áreas; C4 – Volume do sólido (algébrico e conceitual). Destacamos que essas categorias emergiram da organização prévia do material e a leitura flutuante das informações obtidas, como proposto em Bardin (2011). Fizemos uma reorganização dos itens das situações, buscando similaridades entre elas como descreveremos abaixo.

A C1 (engloba os itens de a, b e c) trata da classificação do cilindro. O intuito é o participante classificar os tipos de cilindros existentes quanto à inclinação da geratriz com o plano da base. De acordo Antar Neto et al. (1982), há duas classes de classificação: quanto à inclinação do eixo e à forma da seção meridiana. O primeiro comporta o cilindro reto ou de revolução e o cilindro oblíquo, já o segundo, o cilindro equilátero, que pode ser o cilindro reto, desde que atenda a condição de a medida da altura ser igual ao dobro da medida do raio.

Ainda nessa categoria, o item c, tratava da representação visual em três dimensões do sólido cilindro bem como a identificação de suas partes. Tal representação, permitiria responder os itens seguintes. Adotamos essa lógica, por atribuir em nossa proposta de pesquisa o volume como um conceito. Ainda, essa denominação na Teoria dos Campos Conceituais aponta para o conceito como a terna formada pelos conjuntos de Situação, Invariantes Operatórios e as Representações.

Dessa maneira, não faz sentido identificar os elementos epistêmicos a partir de situações/problemas sem levar em consideração a parte representacional que, embora possa ser dada no uso da língua materna e/ou simbólico efetuada no próprio cálculo dos participantes, se nutre da visão espacial dos estudantes, que ajuda no reconhecimento de possíveis obstáculos referentes ao objeto de estudo desta pesquisa. Nesse sentido, Vergnaud (1990) aponta que os significantes representam os significados, e que devemos considerar os três conjuntos de forma indissociável.

A C2 (itens d e f) dispõe sobre os elementos constituintes no sólido cilindro, isto é, informações, concebidas pelos estudantes, sobre diâmetro, raio e a relação entre eles. Como a situação deu o valor do diâmetro, foi solicitado que os participantes apresentassem o valor do raio. Os questionamentos feitos na C2 nos levaram à ideia de planificação do sólido descrita na C3.

A C3 (trata dos itens g e h) abordou a planificação do sólido, uma representação visual do sólido no plano. Tal representação permitiria aos estudantes identificarem os elementos e realizar os cálculos das áreas solicitadas no item h. Os participantes usaram, nessa categoria, conceitos presentes na geometria plana, na aritmética e na álgebra, que, de certa forma, articulam os conceitos para entender o conceito de volume.

A C4 (situações 2 e 3) aborda o conceito de volume no sentido algébrico e, posteriormente, no sentido conceitual, quando pede a diferença entre o conceito estudado e o conceito de capacidade. O primeiro solicita que expressem o volume a partir dos dados encontrados na situação anterior. Já, a segunda que apresentem a diferença entre volume e capacidade, caso digam que são conceitos diferentes.

A partir da organização, leitura e transcrição dos áudios e material coletado em campo, organizamos o quadro 1 com os principais invariantes observados a respeito atividade. Propusemos, ainda, a situação 4, que pedia aos participantes que descrevessem o roteiro de execução das situações. O intuito de tal situação foi incentivar a construção por meio da escrita do que fizeram, caso tivessem que explicar ou auxiliar um colega. Na sequência tratamos das inferências obtidas.

Quadro 1: Invariantes Operatórios evocados na atividade 1

<table>
<tr><th colspan="2">Invariantes Operacionais</th><th>C1</th><th>C2</th><th>C3</th><th>C4</th></tr>
<tr><td>Teorema em Ação</td><td>Verdadeiro</td><td>“é uma estrutura feita em uma base de 90 graus”;
“é um cilindro com ângulos retos”;
“o cilindro é reto quanto tem um ângulo reto em sua estrutura”.</td><td>“raio seria a metade do diâmetro”;
“diâmetro é a linha reta que atravessa o centro do cilindro”;
“raio vai ser uma linha que cruza até o centro do cilindro”;
“base é uma superfície”</td><td>“$A_b = 2\pi r^2$”;
“A base é o círculo – As duas bases são dois círculos, então é: $A_b = 2\pi r^2$”;
“A área lateral é o retângulo – $A_l =$ Área do retângulo $= c.h$”;
“A área do cilindro é a soma das áreas”.</td><td>“Volume é todo o espaço que pode ser habitado dentro de um sólido”;
“Volume é tudo que cabe dentro de um sólido”;
“Volume é a área da base vezes a altura - $V = A_b.h$”.</td></tr>
</table>

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

	Falso	"é uma base de 90º"; "cilindro reto é quando está em cima base de 90º"; "o cilindro é reto quando o diâmetro é de 90º"; "é uma base retangular em com círculo em cima e embaixo de 90º".	"diâmetro seria a superfície do cilindro"; "diâmetro é a distância do ponto central até a circunferência"; "raio seria uma extremidade no círculo presa por uma linha". "raio é o contrário do diâmetro, que irá cruzar o centro com uma linha". "diâmetro é a medida de uma ponta a outra do cilindro"; "diâmetro é uma parte plana para a outra"; "raio é igual raio vezes pi".	"$A = 2\pi r^2$"; "Área do círculo vai ser $2\pi r$"; "comprimento = perímetro do círculo da base é π; "$A_t = A_b +$ comprimento.	"volume usa metros e a capacidade usa litros"; "$V = A_b^2 \,.\, h$"; "Volume é a área total vezes a altura"; "O volume ocupado pode ser menor que a capacidade total"; "A capacidade é o limite delimitado". "$V = a^2 . h$"; "$V = ab . h . \pi r^2$"; "Volume é a junção da altura, base e área"; "Capacidade é o máximo, já está no nome, é o que caberia".
Conceitos em Ação	**Pertinente**	Equilátero; ângulos 90º; ângulo reto; obliquo; cilindro obliquo; reto; círculo; base.	Metade; centro; diâmetro; ponto central = origem; linha = corda; extremidade = borda do círculo; raio; Superfície = base.	Área; perímetro; bases; comprimento; produto = vezes; elevado ao quadrado; círculo; raio; retângulo; área lateral; altura; dobro, soma.	Espaço; Habitado = ocupado; Altura. Unidade de medida: Metros; Litros.
	Não-Pertinente	Cilindro Isósceles; ângulo de 180º; ângulo de 360º; diâmetro de 90º; base retangular.	Superfície = diâmetro; parte plana.	Bases redondas; Forma quadricular.	Menor; Area total; Área da base ao quadrado; Limite delimitado.

Fonte: Elaborado por Leão (2023)

Na C1, de modo geral, os participantes apresentaram dúvidas no item 'a', na segunda pergunta, quanto à classificação do sólido quando este apresenta a medida do diâmetro e da altura iguais. Um participante questiona: "*como assim, não entendi, é para escrever o nome?*". Por isso, entendemos que o uso da palavra classificação pode não ter sido interpretado como esperávamos, gerando essa confusão do entendimento entre os participantes. Embora a intercorrência esteja na interpretação da palavra, o trabalho em grupo promoveu discussões em torno da questão, fazendo com que outros participantes lembrassem do cilindro equilátero. No entanto, de um modo geral, apenas citaram o tipo de cilindro sem apresentar uma conclusão, como, por exemplo, quando a medida do diâmetro (d) é igual a medida da altura (h), dizemos que o cilindro é equilátero, pois, o corte transversal em que passa eixo de simetria fornece a relação, h = d, o que levou a adotarmos como um conceito em ação, uma vez que, ele foi expresso como um predicado ou qualidade sobre o sólido, sem uma proposição formada.

A respeito da colaboração, Allevato e Onuchic (2014, p. 45) destacam que, em grupos, os estudantes "tentam resolver o problema, que conduzirá à construção dos conhecimentos sobre o conteúdo planejado". Isso será visível por meio das ações de escrita e da oralidade, por meio das quais precisarão modificar a maneira de reportar sobre um conceito, podendo recorrer ao uso de recursos simbólicos como desenhos, gráficos entre outros.

Ainda, nesse item, os participantes evocaram teoremas em ação na definição de cilindro reto, no entanto, como mostrado no quadro 1, a grande maioria dos teoremas foram falsos. Em nossas análises, concluímos que embora existam muitos conceitos em ação pertinentes, estes são usados de forma equivocada e geram a construção de teoremas em ação falsos. Os conceitos listados, bem como os teoremas em ação, nos mostram que mais situações dessa classe precisam ser confrontadas pelos estudantes para que o sentido fosse constituído (Vergnaud, 1993). Apenas um evento didático com uma ou outra situação não é suficiente para superar as dificuldades observadas.

Os conhecimentos implícitos, ao serem explicitados e identificados no ato da resolução de problemas, permitiram compreender que os participantes têm obstáculos a serem superados e que precisaríamos de um intervalo de tempo maior para perceber a superação dessas lacunas. O autor da TCC é enfático ao afirmar que o desenvolvimento não acontece de um só golpe, pois, é preciso um certo tempo e maturação, uma vez que isso ocorre por meio das situações enfrentadas em variedade e experiência (Vergnaud, 1982).

No item 'b', da C1, pedimos aos participantes que apresentassem outros tipos de cilindro, caso existissem. Nesse item, muitos afirmaram não existir outros tipos desse sólido geométrico. E como listado no quadro 1, depois de discutirem em si, alguém lembrou do cilindro oblíquo. Nesse sentido, entendemo-lo como sendo um conceito em ação, afinal, eles apenas o citaram, sem dar uma justificativa para isso, ou seja, não foi elaborada uma proposição, por outro lado, eles poderiam ter uma forma operatória, mas precisaríamos de mais situações para explicitar esse esquema. Os que tentaram, apresentaram conceitos não pertinentes, como ângulos de 180º e 360º, o que não satisfaz a condição dos cilindros oblíquos, em outros casos, na tentativa de listar mais de um, apresentaram o cilindro isósceles.

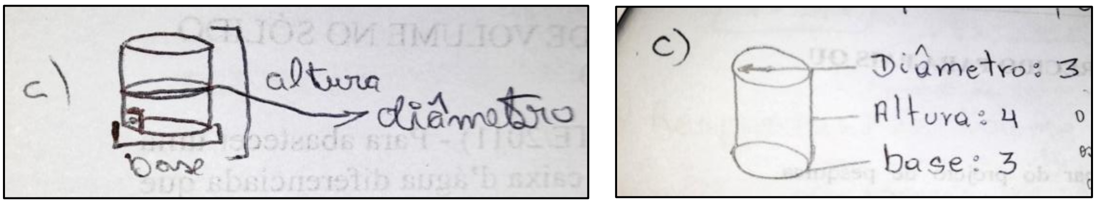
A respeito do item 'c', que foi a construção de uma representação visual do sólido cilindro e a identificação das partes, concluímos, em nossas análises, que os participantes apresentaram dificuldades de imaginar o cilindro no espaço e identificar as partes que o

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

compõem (que haviam sido solicitadas na questão). As figuras a seguir, apresentam algumas das construções.

O participante da figura à esquerda imaginou o sólido cilindro, identificando o ângulo de 90º graus na base, identificou a altura e o diâmetro, faltando o valor do raio. Contudo, chamemos a atenção para o diâmetro que embora nas falas e no quadro dos invariantes não tenha sido expresso como um teorema-em-ação, a representação mostra que esse participante entende essa medida como a maior corda do círculo que passa pelo centro do círculo (origem).

Figura 2 - Construções dos cilindros realizadas por participantes



Fonte: Arquivos de Leão (2024)

Temos que o participante da figura a direita também expressou um teorema em ação verdadeiro sobre a ideia de diâmetro, quando indica com um segmento de reta, passando pelo centro do círculo da base superior no sólido desenhado. Esse, assim como os demais, esqueceu do raio e das unidades de medida em sua representação. No entanto, o que podemos inferir é que as funções proposicionais pertinentes expressas de forma aleatória e em maior quantidade nas falas dos participantes como mostra o quadro 1, demonstra um confronto nos esquemas cognitivos e uma tentativa de organizar as informações enfrentadas na situação 1.

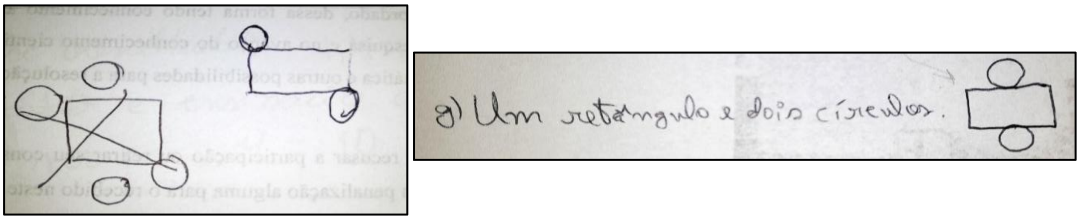
Na C2, a maior parte dos conceitos em ação foram pertinentes. Um obstáculo observado trata dos conceitos trabalhados ainda na geometria plana como, por exemplo, diâmetro. Muitos optam por usar a palavra linha, ao invés de corda, ou ainda, uma linha que vai de uma ponta a outra do círculo. Uma pequena parte dos participantes expressaram que o diâmetro é a linha que passa pelo centro do círculo, o que em nossa interpretação consiste em um teorema-em-ação, embora não dito na linguagem formal, mas é o que mais se aproxima do que é ensinado no ambiente escolar. O mesmo raciocínio vale para a definição de raio. Embora os estudantes que optaram por essa proposição não tenham colocado como ensinado no sistema, eles fizeram uma boa aproximação do que seria esperado, fazendo-nos entender a proposição como um teorema em ação verdadeiro.

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

No que tange à relação entre essas duas definições, um quantitativo grande, de 7 entre os 8 participantes teve dificuldade em expressar o diâmetro como o dobro do raio, isso em linguagem materna e/ou símbolos matemáticos. Contudo, quando solicitado o valor, é imediata a resposta. Em nossas análises, isso mostra que os participantes podem ter um esquema que implica na relação entre as definições, mas, a dificuldade consiste em explicitar por meio de palavras e/ou símbolos matemáticos, carecendo, portanto, de situações que explorem mais a oralidade e escrita. Assim, mais situações desta classe, a da geometria plana, no conceito de circunferência, seriam necessárias para auxiliar os participantes na compreensão e externalização do que realmente eles entendem por diâmetro versus raio.

A categoria 3 consiste em uma representação visual, no entanto, agora em duas dimensões. Os participantes teriam que imaginar como seria a planificação do sólido cilindro no plano identificando suas constituintes, o que permitiria calcular as áreas no item seguinte. Assim como na representação no espaço, os participantes também apresentaram dificuldades de realizar essa construção. Nas figuras abaixo, apresentamos duas imagens de como foi esse processo.

Figura 3 – Representações da planificação do cilindro realizada por participantes



Fonte: Arquivos de Leão (2024)

Na figura da esquerda, observa-se em um primeiro momento, uma tentativa de construção, contudo ao perceber que os círculos precisam estar conectados com a lateral (retângulo), o participante fez o ajuste em sua construção. Podemos inferir que no confronto com essa situação o participante tentou buscar em suas estruturas cognitivas algo que já tenha vivido antes, similar ao que acabara de enfrentar, ao analisar uma possibilidade a partir de uma folha A4 ou em interação com os colegas do grupo, modificou sua representação para algo que melhor descrevesse a solução do problema.

Na figura da direita apresentada acima, o participante expressou um teorema em ação verdadeiro quanto às partes constituintes para a planificação do cilindro, e como forma de reforçar o que escreveu, fez a representação gráfica ao lado. Esse participante talvez já tivesse

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

um esquema consolidado em suas estruturas cognitivas e acomodou a situação enfrentada, bem como a representação do que entende como modelo para o sólido cilindro.

No que tange ao item h, os teoremas em ação tiveram um certo equilíbrio: tivemos um quantitativo alto de conceitos pertinentes. Isso nos revela que as funções proposicionais se fazem presentes nas estruturas cognitivas, mas não são utilizadas com a coerência necessária na construção das proposições. Elas necessitam, portanto, de mais referências para ampliar e consolidar esses conceitos em formação e o melhor entendimento deles para a conceitualização, possibilitando sentido para o estudante.

Em nossas observações e anotações nos diários de bordo, observamos que os participantes têm domínio da utilização das operações, contudo, presenciamos dificuldades em operar com o conjunto dos números racionais. Isso ficou perceptível no cálculo da área das bases, em que o resultado seria 14,1 cm², mas, os participantes chegaram em 1,4 cm². Há, também, a fala de um dos participantes: "*eu não sei resolver multiplicação com número quebrado*". Entretanto, mesmo chegando em alguns resultados corretos, há frases de alguns que expressam dúvida quanto ao cálculo: "*mesmo que eu não seja especialista em matemática, isso para mim está errado*". Nessa última fala, mostra-se que não há só a dificuldade com a operação de números decimais, mas a não compreensão do funcionamento do algoritmo da multiplicação. Aqui, ressaltamos que situações das estruturas multiplicativas para estabelecer as relações pertinentes seriam necessárias para a superação das lacunas, uma vez que essas observações denotam dificuldades na aritmética. Vergnaud (2009a), afirma que ao depara-se com um problema envolvendo vírgulas, este inserido no isomorfismo de medidas contínuo-contínuo, trata-se de algo complexo para os estudantes. Uma maneira de superar essa complexidade é realizar o encadeamento de transformações multiplicativas. O que não foi observado durante a atividade, carecendo de situações da classe multiplicativa para explorar essa dificuldade.

Uma outra observação feita é o não uso das unidades de medidas[2]. Eles afirmam, por exemplo, que o diâmetro era 4, mas não completam o que seria esse número em termos de unidades de medida. O mesmo aconteceu nos cálculos de área e volume. Neste item, observamos lacunas no campo conceitual das unidades de medida, sobretudo, na importância desta para apresentar os resultados e a real compreensão do seria um número seguido de uma

[2] Chamar a atenção para essas questões é relevante para enfatizar que uma situação não aborda um único conceito, mesmo sendo uma situação para abordar o conceito de volume de cilindro, acabamos trazendo outros campos conceituais da matemática. Assim, o pesquisador/professor pode não só identificar dificuldades do conceito estudado, mas de outros conteúdos que precisam ser observados para que o estudante consiga se desenvolver.

unidade de medida. Vergnaud (2009a, p. 246) destaca a importância da análise dimensional, “ela permite elucidar completamente as relações presentes em uma multiplicação”.

Bem mais que elucidar as relações na multiplicação, a análise dimensional, instrumento da física, pode auxiliar na compreensão das unidades de medida, possibilitando um melhor entendimento de que não podemos relacionar grandezas de medidas distintas e/ou grupos numéricos, a exemplo, metros com quilômetros. Em nossa atividade, observamos que os estudantes tiveram certa dificuldade para identificar os itens calculados, o que mostra duas questões, a não compreensão do que fizeram ou a falta que a unidade de medida faz como elemento essencial para a identificação dos itens, o que pode indicar um conceito em ação implícito durante a realização da atividade.

Voltando às análises, de forma geral os participantes conseguiram expressar como deveria ser o cálculo da área das bases, da área lateral e da área total. Entendemos tais enunciados como teoremas em ação. Essa nossa afirmação, é reforçada na seguinte fala: “*a base é um círculo, são dois círculos, então é, $A_b = 2\pi r^2$”*. Salientamos que nessa categoria, os estudantes expressaram as fórmulas em símbolo matemático. Uma outra fala foi: “*A área lateral é o retângulo, área lateral é igual a área do retângulo comprimento vezes altura*”. Nesta última fala chamamos atenção para a dificuldade dos participantes em visualizar o comprimento como sendo o perímetro do círculo da base. Nesse exemplo os estudantes precisavam fazer as relações e observar que o comprimento da circunferência (base do cilindro) seria o comprimento de um retângulo de altura l (para cálculo da área lateral). Assim, para encontrar o valor do raio, precisavam fazer a relação, $c = p_c$, onde c é o comprimento do retângulo que é o perímetro do círculo, sendo equivalente a $2\pi r$, portanto, $2\pi r = p_c$. Muitos ficaram questionando o que utilizar como comprimento.

Em relação à área total, houve participantes que evocaram o teorema em ação verdadeiro de que a soma da área das bases e lateral seria a área total do cilindro. Há, ainda, a identificação de um teorema em ação falso, explicitado como área total sendo a soma da área da base com a medida do comprimento da superfície lateral do cilindro. Esse participante provavelmente estava organizando seus esquemas vislumbrando uma estratégia de resolução, mas, na sua fala, mostra uma confusão entre as áreas.

Com respeito à C4, os participantes deveriam responder às situações 2 e 3 que abordavam o conceito propriamente dito de volume, foco deste estudo. Na situação 2, a partir de toda a construção feita, a situação propõe que apresentassem quais os elementos seriam suficientes para calcular o volume da caixa d’água e quanto seria esse volume. Tivemos muitos conceitos em ação pertinentes, mas um quantitativo grande de teoremas em ação falsos, o que confirma a não adequação dos conceitos em ação para a formação de proposições verdadeiras, mostrando fragilidade na compreensão destes conceitos presentes em outros campos conceituais da matemática.

Vergnaud (1985) destaca em uma publicação sua sobre o conceito de volume que é difícil os estudantes compreenderem esse conceito, o que aponta a urgência, portanto, de mais pesquisas na área para identificar os obstáculos que causam essa não compreensão. Em nosso estudo[3], sobretudo nessa situação sobre o conceito de volume, destacamos que precisaríamos de mais tempo para explorar situações de diferentes níveis abordando o conceito em questão.

A partir de nossas análises da situação 2 entendemos que ela ocasionou um conflito cognitivo dos estudantes. Os participantes buscaram associar o volume do cilindro recorrendo a esquemas já elaborados para outros sólidos como, por exemplo, hexaedro. Percebemos a afirmação em falas do tipo: "*o volume do cilindro é a² vezes a altura*". Quando questionado sobre o motivo de a², o participante diz que seria por conta da área do quadrado. Isso nos leva a pensar que essa associação ajuda a construir a ideia de volume para o cubo. Nesse sentido, Lima (1998) destaca que no ensino de volume costumamos adotar o cubo de aresta de uma unidade de comprimento, apresentando uma ideia intuitiva do volume para sólidos regulares, mas que não tem significância quando aplicado para volumes muito pequenos ou muito grandes.

Quando precisamos abordar o volume de sólidos irregulares, muitas vezes isso é condicionado à apresentação de um algoritmo, sem muitas explicações, a fim de evitar o lado laboral da atividade matemática[4] e as complexidades conceituais existentes. Ainda, nessa categoria, observamos que os estudantes não entendem o expoente do resultado do produto de medidas de três comprimentos das dimensões do sólido.

Um outro participante evoca o seguinte o teorema em ação, "*volume é ab vezes altura vezes πr^2, seria alguma coisa com ab*". Nessa fala, observamos um processo de desequilíbrio, ocasionado pela situação, mas, ao mesmo tempo, uma tentativa de reorganização dos esquemas existentes, o que mostra que o participante estava tentando organizar seus esquemas antigos e

[3] Chamamos atenção para que antes de uma aplicação como a pensada, seria interessante uma imersão do pesquisador dentro da sala de aula, observando os participantes, isto é, como eles reagem em situação, elencando as dificuldades para então pensar em atividades visando a superação das lacunas.
[4] Destacamos que há a necessidade de pensar atividades que levem os estudantes ao processo da descoberta, mesmo que já existente nos manuais, para que ele perceba a relevância da atividade. O uso abusivo e imediatista de uma fórmula matemática ocasiona a memorização e uma aprendizagem mecânica sem compreensão dos conceitos existentes no campo conceitual em questão.

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

solucionar o novo problema. Quando ele acomoda o novo esquema, conclui: "*ab é área da base*", e verbaliza em língua materna "*o volume do cilindro é área da base vezes altura*".

Contudo, outro problema surgiu: alguns não conseguiam ver a relação com a situação anterior, mesmo estando no enunciado do problema a informação sobre os dados da situação anterior. Isso fica evidente na fala: "*tem a altura, mas acho que não tem área da base. É dada a área da base?*". Um outro colega, completa: "*Sim, calculamos ela!*". Em um outro diálogo, temos: "*se for considerar esses dados aqui, eu acho que ficaria 12 de área, 3 de base e 4 de altura. Acho que dá para calcular só com isso*". Nessa fala, observamos que o aluno multiplicou o diâmetro pela altura e conclui que isso seria a área. Portanto, concluiu-se que o valor de 3, que seria o diâmetro, corresponderia à área da base.

Embora dispondo de elementos para calcular a área da base e o volume, este participante teve dificuldade para relacionar esses dados. Para ter certeza do que dispõe, compartilhe com seus colegas: "*porque eu acho que não tem como chegar em outra fórmula, dá para calcular a base do círculo com esses dados aqui*". Observamos que o participante confunde a base com área e isso nos chama a atenção para a importância do trabalho colaborativo, pois um outro participante do grupo, contra-argumenta sobre a fala: "*temos sim! É base ou área?*", ele leva o colega a refletir sobre a sua fala, e ajustar seu pensamento: "é a área, a área é do círculo, e é πr^2". Santos *et al*. (2021) destacam que a estratégia da resolução de problemas abre espaços para que os estudantes possam representar seus pensamentos na língua materna. E pontuamos que essa representação auxilia no amadurecimento dos esquemas cognitivos, como mostrou a fala dos participantes.

Na situação 3, pertencente à C4, pedimos que os participantes opinassem sobre se volume e a capacidade são iguais do ponto de vista conceitual. Dos oito participantes, sete expressaram de imediato que "o volume é em metros e a capacidade em litros" na folha da atividade, o que caracteriza um teorema em ação falso, pois expressaram suas respostas em termos das unidades de medida, o que não era o objetivo dessa situação. No entanto, nos áudios transcritos, identificamos alguns teoremas em ação verdadeiros como disposto no quadro 1. Outros casos, foram de que volume é a junção da altura, base e área e capacidade o máximo, o que caberia no sólido.

5 CONSIDERAÇÕES

O estudo apresentado é parte da dissertação apresentada no programa de pós-graduação em ensino de ciências e matemática no ano de 2024, cujo objetivo foi identificar os invariantes operários evocados por estudantes concluintes do ensino médio a respeito do conceito de volume no sólido cilindro em uma escola estadual da cidade de Manaus. Para isso utilizamos uma metodologia de ensino, a Resolução de Problemas e uma teoria de desenvolvimento cognitivo, a Teoria dos Campos Conceituais.

Nossa proposta consiste em um evento didático composto de três momentos, sendo o primeiro deles apresentando neste artigo. O intuito da situação aqui apresentado foi pré-diagnóstica, isto é, conhecer quais os conhecimentos existentes nas estruturas cognitivas dos participantes. Durante a nossa coleta de dados, fizemos o uso de diário de bordo, gravação de áudio dos diálogos dos participantes em grupo e registro das resoluções apresentadas.

Para a análise dos dados, fizemos o uso das ideias e contribuições de Bardin (2011). A análise de conteúdo nos guiou na organização e preparação do corpus para que construíssemos o quadro 1 que dispõe os invariantes operatórios identificados. Assim, entendemos que muito ainda precisa ser pesquisado, pois, o nosso estudo mostrou o uso excessivo de memorização, a necessidade de ter os algoritmos prontos para utilizar sem muitas das vezes entender a real necessidade de tal aplicação. O primeiro momento da pesquisa, nos revelou que o conhecimento operatório se faz presente nas estruturas cognitivas, e que os participantes pouco conseguem expressar o conhecimento predicativo, apresentando dificuldades quando solicitado que organizassem em forma de roteiro os passos de suas resoluções.

Ainda sobre os resultados obtidos, temos que há bastante conceitos em ação pertinentes, contudo, quando utilizados para a elaboração de teoremas em ação, acaba, gerando teoremas falsos, o que nos faz refletir sobre a importância de organizar e escolher bem as situações para superar as lacunas de conhecimento dos estudantes.

No mais, pontuamos que é necessário repensar cada vez mais o processo de ensino e aprendizagem da matemática, sobretudo, quando falamos da conceitualização do real e de como os estudantes consolidam o conteúdo do conhecimento ao longo do seu percurso escolar. Talvez a partir de uma melhor análise e aprofundamento dessas ideias, possamos repensar a prática docente e como ela influencia na aprendizagem dos estudantes, garantido um bom desempenho e o real entendimento dos conceitos matemáticos.

Uma possibilidade de continuação de pesquisa é analisar os diferentes tipos de situações sobre o conceito de volume do cilindro presente nos livros didáticos separando por categorias de análise como, por exemplo, comparação de volumes. O pesquisador pode elaborar uma matriz-gabarito inferindo os possíveis invariantes operatórios a situação evoca e comparar com aqueles evocados pelos estudantes, identificando possíveis lacunas conceituais e conceitos matemáticos em amadurecimento.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC et al (orgs.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. – Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ANTAR NETO A. Et al. **Geometria**. São Paulo: Editora Moderna, 1982.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Pesquisas Estatísticas e Indicadores Educacionais**. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 10 de dezembro de 2022.

DANTE, L. R. **Matemática Ensino Médio**. - Volume único. pp. 768. Editora Ática. São Paulo, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. - Campinas : Autores Associados, 2006.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

GARCIA, D. E. S. Aprendizagem a partir do trabalho colaborativo baseado na resolução de problemas. In: Damiani, M. F; Porto, T. M. E; Schlemmer, E. (Orgs.) **Trabalho Colaborativo/Cooperativo em educação: uma possibilidade para ensinar e aprender**. - Sao Leopoldo : Oikos; Brasília : Liber Livro, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. – 6. ed. – São Paulo : Atlas, 2017.

GITIRANA, V. et al. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. - 1. ed. - São Paulo : PROEM, 2014.

GONÇALVES, R.; ALLEVATO, N. S. G. **Resolução de Problemas como metodologia de ensino e aprendizagem significativa das funções definidas por várias sentenças**. - 1. ed. - Curitiba : CRV, 2020.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. – 2. ed. – São Paulo: Cortez, 2013.

https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284 2318-6674

LIMA, E. **Medidas e Formas em Geometria, comprimento, Área, volume e semelhança**. Rio de Janeiro: SBM, 1998.

MARTINS, W. da S. **A resolução de problemas de geometria espacial sob a perspectiva dos conceitos Vygotskyanos**. Dissertação (Mestrado) – Ensino de ciências, Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 176 f. 2019. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7670239>. Acesso em: 09 de agosto de 2024.

MORAIS, R. S.; ONUCHIC, L. R. Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC et al (orgs.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. – Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. - 3. ed. ampl. - Rio de Janeiro : LTC, 2022.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: Bicudo, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. - São Paulo : Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Formação de Professores: Mudanças Urgentes na Licenciatura em Matemática. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (org.) **Educação Matemá,tica no Ensino Superior:** pesquisas e debates. Recife: SBEM, 2009.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S G. **Pesquisa em resolução de problemas**: caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema. Rio Claro, SP, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

RIVIÈRE, A. Problemas e dificuldades na aprendizagem da matemática. Uma perspectiva cognitiva. In: Coll, Cesar et al. (Orgs.) **Desenvolvimento psicológico e educação. Necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar**. Vol. 3. - Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PLAISANCE, É.; VERGNAUD, G. **As ciências da educação**. Tradução: Nadyr de Salles Penteado, Odila Aparecida de Queiroz. Revisão: Maurício Balthazar Leal. Edições Loyola, São Paulo, 2003.

SANTOS, R. A. dos et al. Estratégia de resolução de situações-problema ancorada na teoria dos campos conceituais. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, online, v. 9, n. 3, p. e21095, set./dez. 2021. https://doi.org/10.26571/reamec.v9i3.13030

SOUZA, C. V. D. de. **Geometria espacial sob a metodologia de ensino-aprendizagem avaliação de matemática através da resolução de problemas**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Campos dos Goytacazes, RJ, 168 f. 2019. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2020/02/160461086_CARLA_VALERIA_DIONIZIO_DE_SOUZA.pdf>. Acesso em: 09 de agosto de 2024.

TEIXEIRA, C. J.; MOREIRA, G. E. Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas: uma proposta metodológica. **RIDEMA**, Juiz de Fora, v. 6, n. 1, p. 1-20, 2022.

VERGNAUD, G. Conceitos e Esquemas em uma Teoria Operatória da Representação. **Psychologie Française**, 30, p. 245 – 252. Tradução de Maria Lucia Faria Moro com revisão de Luca Rischbieter e Maria Tereza Carneiro Soares, 1985.

VERGNAUD, G. **L'enfant, la mathématique et la realité**. Berne, Francfort/M, Peter Lang, 1982.

VERGNAUD, G. Par quelles compétences mathématiques l'école maternelle est-elle concernée? In: **Vivre à l'Ecole Maternelle, apprendre, grandir**. Actes du 6ème Congrès de l'AGIEM, Toulouse, p. 51-55, 1988.

VERGNAUD, G. Catégories logiques et invariants opératoires. In: **Archives de Psychologie**, N° 58, p.145-149, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. UFRJ. Projeto Fundão - Instituto de Matemática - p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: Brun, Jean. **Didática das Matemáticas**. Tradução: Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget - Horizontes Pedagógicos, p. 155-191, 1996.

VERGNAUD, G. On n'a jamais fini de relire Vygotsky et Piaget (Colloque Vygotsky, mai 1998). In: **Y. Clot (Ed.), Avec Vygotsky**. Paris: La Dispute/SNEDIT. Traduzido por Camila Rassi, com revisão de Luca Rischbieter, Maria Lucia Faria Moro e Maria Tereza Carneiro Soares, 1999.

VERGNAUD, G. L' explication est-elle autre chose que la conceptusalisaton? In: **M. Saada-Robert (Éd.), Expliquer et comprendre en Sciences de l'Éducation**, p. 31-44. Traduzido por Camila Rassi, com revisão de Luca Rischbieter, Maria Lucia Faria Moro e Maria Tereza Carneiro Soares, 2002.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a Realidade: Problemas do Ensino da Matemática na Escola Elementar**. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009a.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: Bittar, M.; Muniz, C. A. (orgs.) **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. – 1. Ed. – Curitiba: Editora CRV, 2009b.

ZANELLA, M. S.; BARROS, R. M. O. **Teoria dos Campos Conceituais**: situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais. - 1. ed. - Curitiba: CRV, 2014.

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS
Agradecemos a escola que foi nosso campo de coleta na cidade de Manaus, por ter nos permitido mergulhar na realidade da educação amazônica e contribuir com alguns resultados para a investigação no ensino de matemática na região norte.

FINANCIAMENTO
Não se aplica

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA
Resumo/Abstract/Resumen: Alzenira da Silva Leão, Glauco Cohen Ferreira Pantoja
Introdução: Alzenira da Silva Leão, Yuri Expósito Nicot, Glauco Cohen Ferreira Pantoja
Referencial teórico: Alzenira da Silva Leão, Glauco Cohen Ferreira Pantoja
Análise de dados: Alzenira da Silva Leão
Discussão dos resultados: Alzenira da Silva Leão, Yuri Expósito Nicot, Glauco Cohen Ferreira Pantoja
Conclusão e considerações finais: Alzenira da Silva Leão, Glauco Cohen Ferreira Pantoja
Referências: Alzenira da Silva Leão
Revisão do manuscrito: Alzenira da Silva Leão, Yuri Expósito Nicot, Glauco Cohen Ferreira Pantoja
Aprovação da versão final publicada: Alzenira da Silva Leão, Yuri Expósito Nicot, Glauco Cohen Ferreira Pantoja

CONFLITOS DE INTERESSE
Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política e financeira referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA
LEAO, Alzenira da SiIva. Reconhecendo invariantes operatórios no sólido geométrico cilindro à luz da teoria dos campos conceituais. 2024. 126 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus (AM), 2024. Disponível em: https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/10318.

PREPRINT
Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
CAAE: 70585423.9.0000.5020

COMO CITAR - ABNT
LEÃO, Alzenira da Silva; NICOT, Yuri Expósito; PANTOJA, Glauco Cohen Ferreira. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o desenvolvimento do conceito de volume do cilindro. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 13, *e*25023, jan./dez., 2025. https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284

COMO CITAR - APA
Leão, A. da S., Nicot, Y. E., Pantoja, G. C. F. (2025). Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o desenvolvimento do conceito de volume do cilindro. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, *13*, *e*25023. https://doi.org/10.26571/reamec.v13.18284

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF

Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao

OPEN ACCESS

Este manuscrito é de acesso aberto (*Open Access*) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (*Article Processing Charges – APCs*).. O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la - ou seja, quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.

LICENÇA DE USO

VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE

Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto iThenticate da Turnitin, através do serviço *Similarity Check* da Crossref.

PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no Portal de Periódicos UFMT. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

EDITOR

Dailson Evangelista Costa

AVALIADORES

Rudinei Alves dos Santos

Neuza Maria Cechetti

HISTÓRICO

Submetido: 02 de setembro de 2024.
Aprovado: 18 de dezembro de 2024.
Publicado: 18 de maio de 2025.
