REAMEC
REVISTA DA REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS RELATIVOS AO CONCEITO DE FUNÇÃO REVELADOS POR ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES RELATED TO THE CONCEPT OF FUNCTION REVEALED IN HIGH SCHOOL STUDENTS

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS RELATIVOS AL CONCEPTO DE FUNCIÓN REVELADOS EN ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Priscila Cruz Antunes*   Mônica Suelen Ferreira de Moraes**

Dailson Evangelista Costa***

RESUMO

Este artigo tem por objetivo identificar obstáculos epistemológicos no processo de construção do conceito de função a partir de obstáculos listados por Sierpinska (1992). Inicialmente, apresentamos de forma sintética a noção de obstáculos epistemológicos fundamentado em Bachelard (1996) e abordaremos como Brousseau (1986) sistematizou o conceito de obstáculo epistemológico na Educação Matemática. Por conseguinte, apresentamos os 16 obstáculos epistemológicos de função listado por Sierpinska (1992), nosso principal referencial teórico. Para alcançar nosso objetivo, desenvolvemos um questionário que nos permitiram analisar que os obstáculos identificados pela autora supracitada também estão presentes e de que modo aparecem no alunado atual de nossa região. A investigação realizada está focada no contexto do Ensino Médio, mais especificamente, com estudantes que estavam cursando a 1ª série do Instituto Federal Goiano (IF Goiano), situado no município de Campos Belos-GO. Os resultados indicam que alguns obstáculos epistemológicos apresentados pela Sierpinska (1992) ainda estão resistentes quando os estudantes aprendem sobre o conceito de função no Ensino Médio.

Palavras-chave: Obstáculos Epistemológicos. Educação Matemática. Conceito de Função. História da Matemática. Bachelard.

ABSTRACT

This article aims to identify epistemological obstacles in the process of constructing the concept of function based on obstacles listed by Sierpinska (1992). Initially, we present a synthetic overview of the notion of epistemological obstacles as grounded in Bachelard (1996) and discuss how Brousseau (1986) systematized the concept of epistemological obstacle in Mathematics Education. Consequently, we present the 16 epistemological obstacles of function listed by Sierpinska (1992), our main theoretical

* Especialista em Educação Matemática (UFT). Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano (IF Goiano), Campos Belos, Goiás, Brasil. Endereço para correspondência: Rua dos Buritis Qd 2 Lt 5, Centro, Campos Belos, GO, Brasil, CEP: 73840-000. E-mail: priscilla_anttunes@hotmail.com.
** Doutora em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC/UFMT). Professora da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Juraíldes de Sena e Abreu, s/n°, Setor Buritizinho, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000. E-mail: monicamoraes@uft.edu.br.
*** Doutor em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC/UFMT). Professor da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Arraias, Tocantins, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Juraíldes de Sena e Abreu, s/n°, Setor Buritizinho, Arraias, Tocantins, Brasil, CEP: 77330-000. E-mail: dailson_costa@uft.edu.br.

reference. To achieve our objective, we developed a questionnaire that allowed us to analyze how the obstacles identified by the aforementioned author are also present and in what way they appear in the current student population of our region. The research conducted is focused on the context of High School, more specifically, with students who were attending the 1st year of the Instituto Federal Goiano (IF Goiano), located in the municipality of Campos Belos-GO. The results indicate that some epistemological obstacles presented by Sierpinska (1992) are still resistant when students learn about the concept of function in High School.

Keywords: Epistemological Obstacles. Mathematical Education. Concept of Function. History of Mathematics. Bachelard.

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo identificar obstáculos epistemológicos en el proceso de construcción del concepto de función a partir de obstáculos listados por Sierpinska (1992). Inicialmente, presentamos de manera sintética la noción de obstáculos epistemológicos fundamentada en Bachelard (1996) y discutimos cómo Brousseau (1986) sistematizó el concepto de obstáculo epistemológico en la Educación Matemática. Por lo tanto, presentamos los 16 obstáculos epistemológicos de función listados por Sierpinska (1992), nuestro principal referente teórico. Para lograr nuestro objetivo, desarrollamos un cuestionario que nos permitió analizar cómo los obstáculos identificados por la autora mencionada también están presentes y de qué manera aparecen en la población estudiantil actual de nuestra región. La investigación realizada se enfoca en el contexto de la Educación Secundaria, más específicamente, con estudiantes que estaban cursando el 1er año del Instituto Federal Goiano (IF Goiano), ubicado en el municipio de Campos Belos-GO. Los resultados indican que algunos obstáculos epistemológicos presentados por Sierpinska (1992) aún son resistentes cuando los estudiantes aprenden sobre el concepto de función en la Educación Secundaria.

Palabras clave: Obstáculos Epistemológicos. Educación Matemática. Concepto de Función. Historia de las Matemáticas. Bachelard.

1 INTRODUÇÃO

A investigação presente insere-se no contexto do curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Câmpus de Arraias. Ao longo do referido curso, foram discutidas e analisadas múltiplas teorias e abordagens pertinentes aos processos de ensino e aprendizagem em Matemática. Reflexões profundas sobre as complexidades enfrentadas pelos estudantes no aprendizado matemático conduziram à escolha do tema desta pesquisa: o estudo do conceito de funções. Este enfoque decorre da relevância desse tópico no currículo da matemática escolar e das notórias dificuldades enfrentadas pelos estudantes na compreensão deste conteúdo (MIRANDA; PAULA, 2023; COSTA ET AL, 2020).

De acordo com Oliveira (1997), as dificuldades mais significativas no ensino de funções residem em múltiplos aspectos: a concepção dos estudantes acerca do conceito de função, a representação gráfica, a identificação do domínio e contradomínio, a elaboração de tabelas com valores numéricos, a diferenciação entre variável dependente e independente, além da notação matemática específica, entre outros. Ademais, a análise da trajetória histórica do desenvolvimento do conceito de função indica que a aquisição deste conhecimento pelos estudantes pode ser desafiadora (CINTRA, 2018; CAMPOS, 2014; FERREIRA, 2016; SOUZA, 2016). Tal inferência é fundamentada na complexidade intrínseca do conceito e nas transformações que ele sofreu ao longo do tempo (MENDES; MORAES, 2020).

Neste contexto, a presente pesquisa concentra-se na temática do conceito de função. A questão norteadora do estudo é: quais são os obstáculos epistemológicos que emergem no processo de construção do conceito de função real a valores reais? Com base nesta indagação, o objetivo primordial desta investigação é identificar os obstáculos epistemológicos no processo de construção do conceito de função real de uma variável real, seguindo os parâmetros estabelecidos por Sierpinska (1992). Para atingir tal finalidade, recorremos à elaboração e aplicação de um questionário, cujos resultados proporcionaram dados cruciais para a análise da presença e manifestação dos obstáculos identificados por Sierpinska (1992) no contexto atual dos estudantes de nossa região.

Esta pesquisa está imersa no contexto do Ensino Médio, especificamente em escolas públicas localizadas em Campos Belos, Goiás. O foco recai sobre os discentes matriculados na 1ª série do Instituto Federal Goiano (IF Goiano). Para uma organização lógica e clara, o trabalho foi estruturado em seis seções. A seção inicial, ou seja, a introdução, apresenta de forma concisa o problema investigado, os objetivos da pesquisa e a estrutura do artigo. Na segunda seção, procede-se à exploração do conceito de obstáculo epistemológico tal como proposto por Bachelard (1996) no campo das ciências e adaptado por Brousseau (1986) para o contexto da Educação Matemática.

Segundo Pais (2008), a Educação Matemática configura-se como uma área de pesquisa no campo educacional, cujo objeto de estudo abarca a compreensão, interpretação e descrição dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática em diferentes níveis de escolaridade. Esta área engloba tanto dimensões teóricas quanto práticas, enfatizando a análise aprofundada de aspectos que influenciam o processo educativo em Matemática.

Na terceira seção, é delineado um panorama histórico do conceito de função, enfatizando a hipótese de que os obstáculos epistemológicos, sendo elementos constitutivos do conhecimento, possam refletir-se na evolução histórica deste conceito. A quarta seção fundamenta-se no trabalho de Sierpinska (1992) para investigar os desafios específicos no ensino de função. Essa autora catalogou 16 obstáculos epistemológicos observados em estudantes na Polônia, seu país de origem. A quinta seção é dedicada à apresentação e análise dos dados obtidos através dos questionários aplicados, estes essenciais para a coleta de informações pertinentes à pesquisa. Concluindo, na sexta e última seção, são expostas reflexões finais, bem como possíveis implicações e desdobramentos decorrentes do estudo realizado.

Um aspecto central deste estudo consiste na comparação entre os obstáculos epistemológicos identificados por Sierpinska em estudantes da Polônia e as dificuldades encontradas em estudantes brasileiros. É importante frisar que, para fins comparativos nesta pesquisa, serão considerados apenas 11 dos 16 obstáculos delineados pela autora. Com isso, almeja-se atingir os objetivos propostos por este trabalho e contribuir como referencial para futuras investigações e análises no âmbito do ensino do conceito de função.

2 OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para um expressivo contingente de estudantes, a Matemática figura como a disciplina mais associada a sentimentos de estresse, medo e ansiedade. Esse fenômeno tem motivado numerosas pesquisas acadêmicas visando mitigar ou, ao menos, atenuar a percepção da Matemática como uma disciplina intrinsecamente árdua. No entanto, surge a indagação: por que a Matemática evoca tamanha inquietação entre os estudantes da Educação Básica? Embora existam múltiplos fatores que podem ser elencados, este estudo se focará especificamente no conceito de obstáculo epistemológico, uma das possíveis raízes dessa problemática.

Considerando os mecanismos empregados na aquisição de conhecimentos, seja na epistemologia, história da ciência, ou nos processos de ensino e aprendizagem, a noção de obstáculo emerge como um elemento crucial no contexto do conhecimento científico. Bachelard (1996, p. 17) destaca que a problemática do conhecimento científico deve ser abordada sob a perspectiva de obstáculos, argumentando que “é no cerne do ato de conhecer que surgem, como que por uma necessidade funcional, retardamentos e conflitos”.

Mas, o que constitui um obstáculo? Conforme a definição proposta por Brousseau e citada por Perrin-Glorian (1995, p. 84 apud ALMOULOUD, 2007, p. 133), um obstáculo pode ser caracterizado como:

> a) Um obstáculo é um conhecimento, uma concepção, e não uma dificuldade, ou uma falta de conhecimento;
> b) Esse conhecimento produz respostas em certo contexto frequentemente encontrado;
> c)Mas ele produz respostas falsas, fora desse contexto. Uma resposta correta e universal exige um ponto de vista notavelmente diferente;

> d) Além disso, esse conhecimento resiste às contradições com as quais ele é confrontado e ao estabelecimento de um conhecimento novo. Não basta ter um conhecimento para que o precedente desapareça (é o que diferencia o transpor de obstáculos de acomodação de Piaget); é, então, indispensável identificá-lo e incorporar a sua rejeição no novo saber;
> e) Depois de tomada de consciência de sua enexatidão, ele continua a manifestar-se de modo intempestivo e obstinado.

Assim, a existência de um obstáculo implica a necessidade de conhecimento prévio. Isso implica que, para um indivíduo enfrentar um obstáculo, é essencial que seu conhecimento pré-existente entre em confronto com novas informações ou concepções. Dessa forma, a essência deste conceito ressalta a importância de abordar e superar os obstáculos, permitindo que o novo conhecimento transcenda e expanda os limites do saber anteriormente estabelecido.

Conforme Pais (2008), dentre as diversas tendências que integram a Educação Matemática no Brasil, destaca-se a Didática da Matemática, caracterizada pela influência francesa. Esta abordagem foca na elaboração de conceitos e teorias alinhados à especificidade da educação matemática escolar. Ela busca estabelecer conexões com a formação de conceitos matemáticos, tanto no âmbito experimental da prática pedagógica quanto no contexto da pesquisa acadêmica.

Na Didática da Matemática, reconhece-se que o processo de aprendizagem do estudante pode ser impactado por diferentes tipos de barreiras, incluindo obstáculos epistemológicos, didáticos, psicológicos e ontogênicos. Os obstáculos ontogênicos referem-se às limitações neurofisiológicas inerentes à fase de desenvolvimento do indivíduo. Os obstáculos psicológicos surgem quando há uma dissonância entre o conteúdo ministrado pelo professor e as experiências de vida do estudante. Já os obstáculos didáticos emergem das estratégias de ensino adotadas pelo educador, estando relacionados às escolhas metodológicas ou à estrutura do sistema educativo em si.

O obstáculo epistemológico está intrinsecamente ligado à própria natureza do conhecimento, particularmente ao conhecimento científico matemático, que enfrentou diversas barreiras ao longo de seu desenvolvimento. Esses obstáculos não são apenas inevitáveis, mas também um componente natural e necessário na evolução do conhecimento. Conforme a história da Matemática demonstra, esta não é uma ciência estática, mas sim uma que evoluiu ao longo de séculos com a contribuição de inúmeros estudiosos. Bachelard (1996) argumenta que a compreensão da noção de obstáculo epistemológico pode ser enriquecida pelo exame do desenvolvimento histórico do pensamento científico, bem como pela sua aplicação prática na educação. Este aprofundamento confere um valor espiritual significativo à história do pensamento científico. Ademais, é importante reconhecer que novos obstáculos epistemológicos emergirão continuamente, dada a natureza dinâmica da construção do conhecimento científico.

Em diversas ocasiões, a transição de um ponto a outro no desenvolvimento de um conceito específico demandou mais de um século. Por que essa demora? A resposta reside na presença de numerosos obstáculos epistemológicos. O próprio desenvolvimento do conhecimento enfrenta suas dificuldades, o que é corroborado tanto pela passagem do tempo quanto pela história do desenvolvimento matemático. Este processo histórico evidencia que o avanço no campo da Matemática, assim como em outras áreas do conhecimento, não é linear, mas sim marcado por desafios e superações contínuas.

Segundo Bachelard (1996), diversos obstáculos contribuem para o entrave do desenvolvimento do espírito (ou conhecimento) científico, dentre os quais se destacam: a experiência primeira, o conhecimento geral, o obstáculo verbal, o conhecimento unitário e pragmático, o substancialismo e o animismo.

A experiência primeira diz respeito ao aprendizado que o estudante adquire através de um experimento. O fascínio gerado por essa experiência inicial pode ser tal que o foco se desvia do essencial, o conhecimento científico, relegando-o a um plano secundário. Essa situação representa um desafio, pois o conhecimento científico deveria ocupar a posição central no processo de aprendizagem, em vez de ser apenas um pano de fundo.

> Na formação do espírito científico, o primeiro obstáculo é a experiência primeira, a experiência colocada antes e acima da crítica – crítica esta que é, necessariamente, elemento integrante do espírito científico. Já que a crítica não pôde intervir de modo explícito, a experiência primeira não constitui, de forma alguma, uma base segura (BACHELARD, 1996, p. 28).

Portanto, apesar de sua natureza deslumbrante, a experiência primeira pode ser considerada um equívoco, pois tem o potencial de comprometer o espírito científico. Essa situação pode levar à generalização apressada do conhecimento, um aspecto que se alinha ao segundo obstáculo identificado por Bachelard, o conhecimento geral. Este obstáculo é caracterizado pela tendência a formular generalizações amplas a partir de observações limitadas, um processo que pode obscurecer a compreensão mais profunda e precisa do conhecimento científico.

Este aspecto, conforme elucidado por Bachelard (1996), implica que a carência de informações científicas leva o estudante a generalizar o aprendizado obtido a partir de um único experimento. Como consequência, ocorre uma diminuição do interesse na busca por contraexemplos, pois, sob a influência da experiência primeira, tudo parece tão assertivo que as respostas tendem a ser fundamentadas unicamente naquela situação específica. Tal abordagem pode limitar significativamente a compreensão científica, visto que se baseia em uma experiência isolada, sem considerar a variedade e complexidade das possibilidades científicas.

O obstáculo verbal, conforme abordado na literatura da Educação Matemática, diz respeito à maneira como utilizamos expressões linguísticas para estabelecer comparações entre elementos físicos ou concretos e conceitos abstratos. Este fenômeno é comumente observado no uso de metáforas na educação científica. Bachelard (1996, p. 94) expressa reservas quanto ao emprego constante de tais analogias, argumentando que "ao associar a uma palavra concreta uma palavra abstrata, pensa ter feito avançar as ideias. Para ser coerente, uma teoria da abstração necessita afastar-se bastante das imagens primitivas". Ou seja, enquanto o uso de metáforas pode parecer facilitar o entendimento, existe o risco de os estudantes aderirem mais à analogia do que ao conceito científico subjacente. Portanto, o emprego de metáforas na educação, apesar de não ser intrinsecamente equivocado, requer um cuidado especial: é necessário primeiro estabelecer uma base sólida de conhecimento científico, assegurando que os estudantes compreendam as leis e princípios científicos em vez de se apegarem à metáfora como uma verdade literal. Desta forma, é possível utilizar tais ferramentas linguísticas sem comprometer o rigor e a clareza do pensamento científico.

O conhecimento unitário ou pragmático emerge da tendência de generalizar um fenômeno com base em um único conceito. Essa abordagem pode levar ao equívoco de considerar que um fenômeno natural possui apenas uma dimensão, quando, na realidade, ele pode apresentar múltiplas facetas. Por outro lado, o substancialismo é a prática de atribuir qualidades concretas a entidades abstratas e sem forma definida. Bachelard (1996) critica essa inclinação a simplificar excessivamente o conhecimento científico, associando-o de maneira superficial a características ou atributos comuns. Ele destaca essa problemática ao afirmar que "o gosto, como o cheiro, pode dar, ao substancialismo, garantias primeiras que se revelam, mais tarde, verdadeiros obstáculos para a experiência" (BACHELARD, 1996, p. 148). Esta citação ressalta como percepções iniciais, baseadas em qualidades sensoriais simples, podem posteriormente se tornar barreiras no processo de compreensão científica mais profunda e rigorosa.

O animismo, no contexto do conhecimento científico, refere-se à prática de personificar ou dar vida a conceitos através de figuras e desenhos, tornando o aprendizado mais acessível e lúdico. Contudo, essa abordagem pode gerar confusão entre os estudantes, pois há o risco de eles interpretarem essas representações animadas como uma síntese completa do conhecimento. É crucial, portanto, assegurar que a essência do conhecimento científico abstrato permaneça clara e presente.

Bachelard (1996) foi pioneiro ao introduzir a noção de obstáculo epistemológico, um conceito fundamental para compreender as barreiras no processo de aquisição de conhecimento. Posteriormente, Brousseau (1986) adaptou e aplicou esta teoria no contexto da Educação Matemática, expandindo sua relevância e aplicabilidade no âmbito do ensino e aprendizagem de matemática.

> Brousseau (1976) foi o primeiro a transferir para a matemática a noção de obstáculo epistemológico de Bacherlad (1938), assinalando que um obstáculo se caracteriza por um conhecimento, uma concepção, e não por uma dificuldade ou falta de conhecimento, que produz respostas adaptadas num certo contexto e, fora dele, produz respostas falsas” (TRINDADE, 1996, p. 3).

Portanto, torna-se evidente que um obstáculo epistemológico está intrinsecamente ligado a um conhecimento prévio. Em determinadas situações, este conhecimento existente entra em confronto com novas informações ou compreensões. Esta colisão, caracterizada por uma incompreensão ou dificuldade na assimilação do novo saber, é denominada obstáculo. Quando esse desafio está associado diretamente ao processo de aquisição ou desenvolvimento do conhecimento, ele é classificado como um obstáculo epistemológico. Essa percepção é crucial para entender a dinâmica do aprendizado e a evolução do conhecimento, especialmente em campos como a Educação Matemática.

Outros estudiosos têm delineado o conceito de obstáculo epistemológico de maneira similar a Brousseau. Sierpinska (1992, p. 27) articula que os obstáculos epistemológicos “parecem pertencer ao significado dos conceitos”, e, consequentemente, “eles não resultam simplesmente de formas particulares em que foram (ou são) ensinados”. Isso implica que o obstáculo epistemológico não está necessariamente atrelado à metodologia empregada pelo docente ou à capacidade cognitiva do estudante para aprender determinados conteúdos. Em vez disso, ele se relaciona intrinsecamente com o próprio processo de desenvolvimento do conhecimento. Essa perspectiva ressalta a complexidade inerente ao avanço cognitivo e à aquisição de novos conceitos, independentemente das abordagens pedagógicas ou das habilidades individuais dos aprendizes.

Profissionais com experiência em docência frequentemente observam que seus estudantes enfrentam barreiras epistemológicas de maneira recorrente. Surge, então, a questão: como transformar esses obstáculos em elementos favoráveis ao processo educativo? Quando um educador identifica que os estudantes estão diante de um obstáculo epistemológico, isso pode ser considerado um indicativo positivo. Trindade (1996, p. 4) enfatiza, em pesquisas no campo da Educação Matemática, a relevância desses obstáculos para o desenvolvimento dos estudantes. Ele argumenta que esses desafios têm o potencial de "suscitar uma evolução desses conhecimentos". Portanto, reconhecer e trabalhar proativamente com obstáculos epistemológicos pode ser uma estratégia eficaz para promover avanços significativos no aprendizado matemático dos estudantes.

Os professores de matemática devem estar adequadamente preparados para enfrentar as diversas manifestações de obstáculos epistemológicos que emergem no ambiente de sala de aula. Nesse contexto, a literatura acadêmica apresenta inúmeros estudos voltados para a superação desses desafios (PEREIRA; COSTA, 2023; ALBERTO JOSÉ; VIZOLLI, 2022). É essencial que os educadores abandonem a prática de ignorar a necessidade dos estudantes de transpor tais barreiras. Ao invés disso, devem adotar abordagens pedagógicas que reconheçam e abordem ativamente esses obstáculos, facilitando assim o processo de aprendizagem e contribuindo para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes.

3 ALGUNS ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

O conceito formal de função, como o conhecemos hoje, levou muitos séculos para ser desenvolvido. De acordo com Zuffi (2016), as primeiras noções intuitivas de função podem ter surgido com os babilônios por volta de 2000 a.C. Eles usavam tabelas para cálculos práticos, o que sugere que uma noção rudimentar de funcionalidade já estava presente em sua cultura. Além dos babilônios, os gregos e os matemáticos franceses também contribuíram significativamente para o desenvolvimento do conceito de função, cada um a seu modo, expandindo e refinando a compreensão inicial (CINTRA, 2018; CAMPOS, 2014; FERREIRA, 2016; SOUZA, 2016).

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 2318-6674

Conforme elucidado por Zuffi (2016), é possível enumerar diversos matemáticos e eruditos que desempenharam papéis fundamentais na sistematização do conceito de função. Iniciando com Galileu Galilei (1564-1642), que, apesar de não ter utilizado explicitamente o termo “dependência entre variáveis”, legou um conceito formalizado sobre relações entre variáveis por meio de seus estudos acerca do movimento. Em sequência, destacam-se as contribuições de René Descartes (1596-1650), Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) no processo evolutivo da construção do conceito de função.

Gottfried Wilhelm Leibniz, na década de 1670, foi pioneiro no uso do termo “função”. Posteriormente, o matemático Jean Bernoulli (1667-1748) ofereceu uma definição mais elaborada do termo. Segundo ele, uma “função de uma quantidade variável é uma quantidade que se compõe de alguma maneira desta variável e de quantidades constantes” (ZUFFI, 2016, p. 3).

Leonard Euler (1707-1783), teve um papel fundamental na construção do conceito de funções logarítmas. Jean-Louis Lagrange (1736-1813) conseguiu perceber que havia possibilidades de existir relações entre várias variáveis, se desprendendo do conceito simplista de que as funções só são definidas para uma única variável (CINTRA, 2018; CAMPOS, 2014; FERREIRA, 2016; SOUZA, 2016).

Podemos ressaltar as contribuições de Peter Gustav Lejeune-Dirichlet (1805-1859), que apresentou a seguinte definição para função: “Se uma variável y está relacionada a uma variável x de modo que, ao se atribuir qualquer valor numérico a x, existe uma regra de acordo com a qual um único valor de y é determinado, então y é dito ser uma função da variável independente x” (ZUFFI, 2016, p. 6).

A definição de função proposta por Dirichlet em 1837 é notavelmente próxima da compreensão contemporânea e manteve sua relevância até meados do século XX. Contudo, apesar de sua proximidade com a definição atual, ela não perdurou na sua forma original. Isso se deve, em parte, à falta de uma explícita definição de conjuntos e números reais na formulação de Dirichlet, conceitos que se revelaram fundamentais para o entendimento aprofundado e sistematizado de funções na matemática moderna (CINTRA, 2018; CAMPOS, 2014; FERREIRA, 2016; SOUZA, 2016).

Já a noção que usamos hoje teve sua definição feita pelo grupo de estudiosos modernos Bourbaki[1], proposta em 1939: "uma função é uma tripla ordenada (x, y, f), em que e X e Y são conjuntos ef é um subconjunto de $X \times Y$, tal que, se $(x, y) \in f$ e $(x, y') \in f$, então $y = y'$" (ZUFFI, 2016, p. 7). Esta formulação, abrangente e simbólica, encapsula adequadamente os conjuntos e os números reais, fornecendo uma base sólida para a descrição de todos os tipos de funções conhecidas, resultando em uma definição ampla e inclusiva. No entanto, a evolução para este conceito atual de função não se deu isoladamente, mas sim através do desenvolvimento e da integração de vários outros conceitos matemáticos fundamentais, como as noções de variável dependente e independente, continuidade, domínio, contradomínio e funções analíticas.

Vazquez, Rey e Boubée (2008 apud MACIEL, 2011) apresentam um pequeno resumo sobre as definições do conceito de função ao longo dos séculos (ver Quadro 1):

Quadro 1– Definições de funções ao longo dos séculos

Época	Definição
Século XVII	Qualquer relação entre variáveis.
	Uma quantidade obtida de outras quantidades mediante operações algébricas ou qualquer outra operação imaginável.
	Qualquer quantidade que varia de um ponto a outro em uma curva.
	Quantidades formadas usando expressões algébricas e transcendentais de variáveis e constantes.
Século XVIII	Quantidades que dependem de uma variável.
	Função de algumas variáveis, como quantidade, que é composta, de alguma forma, de variáveis e constantes.
	Qualquer expressão útil para calcular.
Século XIX	Correspondência entre variáveis.
	Correspondência entre um conjunto A e os números reais.
	Correspondência entre conjuntos.

Fonte: Vazquez, Rey e Boubée (2008 apud MACIEL, 2011, p. 21).

No Quadro 1, é apresentada uma síntese das diversas definições atribuídas ao conceito de função ao longo da história. Observa-se que este conceito não permaneceu estático, sofrendo alterações e refinamentos devido a influências conjunturais. Essa evolução evidencia a dinâmica do desenvolvimento matemático e a adaptação do conceito em resposta a novos entendimentos e necessidades da área.

[1] Nome de um grupo de matemáticos quase exclusivamente francês, uma espécie de sociedade anônima que assinou várias obras (MACIEL, 2011, p. 20).

Nesta seção, buscamos apresentar de forma resumida a trajetória histórica do desenvolvimento do conceito de função. Embora não tenhamos explorado todos os detalhes desse processo extenso, este breve panorama permite constatar que a matemática é uma ciência em constante evolução. Ao longo dessa trajetória, diversos obstáculos epistemológicos foram encontrados (CINTRA, 2018; CAMPOS, 2014; FERREIRA, 2016; SOUZA, 2016). Um exemplo notável é o de Bernoulli, que foi um dos primeiros a empregar o termo “função”. Seu foco restrito às funções “bem comportadas” reflete o contexto histórico em que se inseria, marcado por um fascínio acentuado pela álgebra, como evidenciado pela sua definição do conceito de função por meio de expressões algébricas (TAJEYAN. 2023).

Na sequência, exploraremos como os obstáculos históricos superados no desenvolvimento do conceito de função se manifestam nos desafios enfrentados pelos estudantes do Ensino Médio ao serem introduzidos a este conceito. Esta análise visa compreender a relação entre a evolução histórica das ideias matemáticas e as dificuldades de aprendizagem atuais, proporcionando uma perspectiva valiosa sobre a didática e a pedagogia matemática.

4 OBSTÁCULOS ESPISTEMOLÓGICOS INERENTES AO CONCEITO DE FUNÇÃO

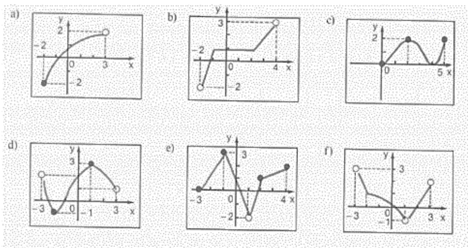
Nesta seção, abordaremos o estudo de Sierpinska (1992), intitulado *On Understanding the Notion of Function* (Compreendendo a Noção de Função). Este trabalho foca no entendimento do conceito de função e nos obstáculos epistemológicos que emergem durante o ensino e a aprendizagem desse conteúdo. Além disso, será realizada uma análise dos questionários desenvolvidos com base em Sierpinska (1992) para investigar essas questões.

Para enfrentar os obstáculos epistemológicos relacionados ao conceito de função, a autora enfatiza a importância de compreender o processo de 'entendimento'. Em termos práticos, é essencial que o educador compreenda como o estudante assimila e se apropria desse conhecimento. A seguir, apresentaremos um quadro, baseado no estudo de Sierpinska (1992), que enumera 19 atos fundamentais de entendimento, $E(f)$, necessários para a compreensão do conceito de função, e identifica 16 obstáculos epistemológicos, $OE(f)$, que podem surgir ao longo desse processo de aquisição de conhecimento.

Incluímos no quadro as atividades contidas no questionário desenvolvido para a realização desta pesquisa, as quais estão diretamente relacionadas aos obstáculos que pretendemos identificar. As atividades propostas na tabela são fruto de nossa própria elaboração, complementadas por adaptações de fontes diversas. O objetivo destas atividades é observar a compreensão do conceito de função pelos estudantes, visando identificar a persistência dos obstáculos epistemológicos descritos por Sierpinska (1992). O Quadro 2 a seguir ilustra estas relações entre as diferentes compreensões de função, os obstáculos epistemológicos relacionados a cada uma e algumas atividades que visam evidenciar estes obstáculos por parte dos estudantes, quando estes estão aprendendo sobre o conceito de função.

Quadro 2 – Atos de entendimentos e obstáculos epistemológicos (SIERPINSKA, 1992)

Compreensão de função	Obstáculos Epistemológicos	Atividades propostas
$E(f)_1$: Identificação de regularidades em relações entre mudanças no mundo circundante como um problema prático a ser solucionado. $E(f)_2$: Identificação de regularidades nas mudanças de na maneira a lidar com elas.	$OE(f)_1$: A matemática não se relaciona com problemas práticos. $OE(f)_2$: Técnicas computacionais utilizadas para produzir tábuas de relações numéricas não são dignas de serem objetos de estudo em matemática.	
$E(f)_3$: Identificação de temas de mudança nas mudanças do estudo	$OE(f)_3$ (esquema inconsciente de pensamento): Enxergar as transformações como fenômenos; foco em *como* as coisas mudam, ignorando o que é modificado.	
$E(f)_4$ Discriminação entre dos modos de pensamento matemático: um em termo de quantidades conhecidas e desconhecidas e outro em termo de variáveis e quantidades constantes.	$OE(f)_4$ (Esquema de pensamento inconsciente): Pensar em termos de equações e valores desconhecidos a serem encontrados;	Duas companhias alugam impressoras. A primeira cobra $R\$300{,}00$ pela locação da máquina por mês mais $R\$0{,}04$ por cada cópia. A segunda, cobra $R\$250{,}00$ pela locação e $R\$0{,}06$ por cada cópia. Para que quantidade de cópias no mês o preço a ser cobrado seria o mesmo? Se você utiliza bastante o recurso, qual companhia seria preferível?
$E(f)_5$: Discriminação entre as variáveis dependente e independente.	$OE(f)_5$ (esquema inconsciente de pensamento): Relacionada à ordem das variáveis ser irrelevante.	Sabe-se que a velocidade do som no ar depende da temperatura. Uma equação que relaciona essa velocidade v (em metros por segundo) com a temperatura t (em graus Celsius) de maneira aproximada é. $v = 20 * \sqrt{t + 273}$ .Com base nessas informações, responda as seguintes perguntas. a) Qual é a velocidade do som à temperatura de $27\ °C$? (Sugestão: use $\sqrt{3} = 1{,}73$)
$E(f)_6$: Generalização e síntese da noção de número $E(f)_7$: Discriminação entre número e quantidade.	$OE(f)_6$: (uma atitude relacionada ao conceito de número): Um conceito heterogêneo de número. $OE(f)_7$: (uma atitude sobre a noção de número) uma filosofia pitagórica de número: tudo é número.	

$E(f)_8$: Síntese do conceito de lei e de conceito de função, em particular, o conhecimento sobre os usos possíveis de função em modelar relações entre grandezas físicas e outras grandezas.	$OE(f)_8$: (Um esquema inconsciente de pensamento): Leis em física e funções em matemática não tem nada em comum; eles pertencem à domínios (compartimentos) diferentes de pensamento;	b) Costuma-se assumir que a velocidade do som é de $340\ m/s$ (metros por segundo). Isso ocorre a que temperatura? c) Qual a variável dependente e a independente? d) Construa o gráfico e) A partir das informações do gráfico indique o que representa a função.
	$OE(f)_9$(um esquema inconsciente de pensamento): Proporção é um tipo de relação privilegiada.	
$E(f)_9$: Discriminação entre função e ferramentas analíticas por vezes utilizadas para descrever sua lei	$OE(f)_{10}$ (uma crença sobre métodos matemáticos): Forte crença no poder de operações formais em expressões algébricas. $OE(f)_{11}$(uma concepção de função): Apenas relações descritas por fórmulas analíticas podem receber o nome de função.	Observe as duas alternativas a seguir. Elas representam funções? Justifique. a) $5 + x = 8$ b) $\frac{x^2+2}{3} = \frac{1}{3}$
$E(f)_{10}$: Discriminação entre definições matemáticas e descrição e objetos. $E(f)_{11}$: Síntese do conceito geral de função como um objeto; $E(f)_{12}$: Discriminação entre os conceitos de função e relação.	$OE(f)_{12}$ (Uma concepção de definição): Definição é uma descrição de um objeto conhecidos por sentidos e *insights*. A definição não determina o objeto; enquanto os objetos determinam suas definições. Uma definição não é abrangida logicamente.	De acordo com os conceitos estudados durante as aulas de matemática, defina função?
$E(f)_{13}$:Discriminação entre as noções de função e sequência.	$OE(f)_{13}$:(concepção de função): Funções são sequência.	Observe as alternativas a seguir: a) $f(n) = 2^n - 1, paran \geq 1$ b) (1, 3, 7, 15, 31, 63, ...) Em sua opinião, alguma dessas alternativas são funções? Qual? A alternativa (a), a alternativa (b) ou os duas? Por que você responde assim?
$E(f)_{14}$: Discriminação entre coordenadas de um ponto de uma curva e de seguimentos de reta preenchendo alguma função para a curva.	$OE(f)_{14}$(concepção de coordenadas): Coordenadas de um ponto são segmentos de retas (não números).	Dado os gráficos: a) Quais representam funções? Porque você responde assim? b) No gráfico c, identifique três coordenadas e explique com suas palavras o significado de coordenadas.
$E(f)_{15}$: Discriminação entre diferentes maneiras de representar uma função e a própria função.	$OE(f)_{15}$ (concepção de gráfico de função): O gráfico de uma função é um modelo geométrico de uma relação funcional. Não precisa ser fiel, deve conter pontos (x, y) tal qual aquele em que x não é definido.	

$E(f)_{16}$: Síntese de diferentes maneiras de verificar funções, representá-las e falar sobre elas.	$OE(f)_{16}$ (uma concepção de variável): As mudanças de variáveis são mudanças no tempo.	
$E(f)_{17}$: Generalização da noção de variável $E(f)_{18}$: Síntese dos papeis das noções de função e causa na história da ciência: ciência do fato de que a busca por relações funcionais e casuais são expressões do esforço humano para mudar e explicar as mudanças no mundo. $E(f)_{19}$:Discriminação entre as noções de relação funcionais e casuais.		

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os dois primeiros obstáculos epistemológicos identificados por Sierpinska (1992), $OE(f)_1$ e $OE(f)_2$, referem-se à percepção de que as funções não possuem natureza prática. Esse conceito remonta à Grécia Antiga, onde a criação de tabelas com relações funcionais não era considerada parte da ciência, devido ao seu caráter prático. No entanto, foram justamente os desafios práticos e a busca por soluções para problemas cotidianos que iniciaram os esquemas conceituais que levaram ao desenvolvimento das primeiras noções de função.

Optamos por não enfatizar esses obstáculos em nossa pesquisa, com base na compreensão de que eles se aplicam principalmente aos livros didáticos. Observa-se que tais materiais frequentemente não abordam o conceito de função a partir de situações-problema práticas e reais, resultando em uma discrepância significativa entre a ciência matemática e sua aplicação no cotidiano.

O terceiro obstáculo identificado por Sierpinska (1992), $OE(f)_3$, consiste na tendência de visualizar as transformações meramente como fenômenos, com foco na mudança em si, negligenciando o elemento que é modificado. Os estudantes frequentemente se apegam ao que Bachelard (1996) define como “experiência primeira”, ou seja, uma crença em padrões apresentados, sem uma compreensão profunda do que realmente ocorre. Sierpinska observou este fenômeno em uma atividade envolvendo pontos atrativos: os estudantes concentravam-se no resultado visual final - seja em forma de “escada” ou “espiral” - sem questionar as razões subjacentes a cada configuração. Em nosso estudo, optamos por não incluir essa análise, visto que o tópico de pontos atrativos não faz parte do currículo do Ensino Médio.

O quarto obstáculo, $OE(f)_4$, está relacionado à tendência de pensar em termos de equações com valores desconhecidos a serem determinados. Em outras palavras, os estudantes frequentemente se limitam a resolver problemas quando podem atribuir valores fixos às variáveis, em vez de compreenderem o conceito de funções, que envolve o uso de variáveis.

O quinto obstáculo, $OE(f)_5$, está relacionado à compreensão inadequada das variáveis, na qual os estudantes frequentemente consideram que a ordem das variáveis dependentes e independentes é irrelevante. Por outro lado, os obstáculos seis e sete, $OE(f)_6$e e $OE(f)_7$, abordam a concepção de número, ou seja, a crença arraigada de que tudo pode ser expresso em termos de números.

O oitavo obstáculo, $OE(f)_8$, diz respeito à percepção da relação entre a física e a matemática. Muitos estudantes tendem a acreditar que as leis na física e as funções na matemática não compartilham semelhanças, como se esses campos estivessem em domínios completamente separados.

O nono obstáculo, $OE(f)_9$, diz respeito à percepção de que as proporções são um tipo privilegiado de relação. Ao longo da história, as proporções foram consideradas como um tipo especial de relação. Nesse contexto, Sierpinska (1992, p. 37) observa que "a linguagem das proporções dominou a Matemática pelo menos até o século XVII. A teoria das proporções desenvolvida nos 'Elementos' deu uma base teórica sólida".

Os obstáculos dez e onze, $OE(f)_{10}$ e $OE(f)_{11}$, estão relacionados à forte crença no poder das operações formais em expressões algébricas e à concepção de que apenas relações descritas por fórmulas analíticas podem ser classificadas como funções. Houve um período na história em que os matemáticos demonstravam um certo "encantamento" pela álgebra, o que levava à restrição de que apenas expressões algébricas poderiam ser consideradas funções (TAJEYAN. 2023).

O obstáculo doze ($OE(f)_{12}$), trata da definição de função. A definição não determina o objeto; enquanto os objetos determinam suas definições. Ou seja, é comum o uso de descrições simples das características (gráficos, fórmulas, tabelas etc.) de uma função para tentar defini-la. O obstáculo treze ($OE(f)_{13}$) se refere a falsa crença de que toda sequência é uma função.

O obstáculo doze ($OE(f)_{12}$) trata da definição de função. Neste contexto, a definição não determina o objeto; em vez disso, são os objetos que determinam suas próprias definições. Em outras palavras, é comum recorrer ao uso de descrições simples das características (tais como gráficos, fórmulas, tabelas etc.) de uma função na tentativa de defini-la. O obstáculo treze ($OE(f)_{13}$) refere-se à falsa crença de que toda sequência é uma função.

Por fim, os obstáculos quatorze ($OE(f)_{14}$) e quinze ($OE(f)_{15}$) estão relacionados aos gráficos e coordenadas. No obstáculo referente às coordenadas, muitos estudantes tendem a

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 2318-6674

achar que uma coordenada é um segmento de reta. Já no obstáculo relacionado aos gráficos, há a crença equivocada de que eles não precisam ser representações fiéis.

No último obstáculo ($OE(f)_{16}$), considera-se que as mudanças nas variáveis são equiparadas a mudanças no tempo. Isso remete ao obstáculo epistemológico definido por Bachelard (1996) como substancialista, ou seja, a crença de que todas as mudanças devem estar intrinsecamente relacionadas a uma substância.

5 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

O questionário elaborado contém 5 questões e foi aplicado a uma turma de 1ª série do curso técnico integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal Goiano (IF Goiano), com a participação de 32 estudantes. A análise dos dados será realizada questão por questão, seguindo a ordem apresentada no questionário, com o objetivo de confrontar as respostas fornecidas pelos estudantes com o referencial teórico apresentado em nossa pesquisa.

Os estudantes que participaram da pesquisa estão identificados por números precedidos pela letra E, que indica estudante (Exemplo: o estudante de número 2 será identificado como E_2). As respostas apresentadas foram transcritas dos questionários preenchidos por essa turma específica.

Quadro 3 – Questão 1 do questionário

De acordo com os conceitos estudados durante as aulas de matemática, defina função?

Fonte: Elaborado pelos autores.

A questão 1 evidenciada no Quadro 3 tinha como objetivo identificar obstáculos relacionados à definição conceitual. De acordo com Sierpinska (1992), esperava-se que os estudantes estabelecessem uma correspondência simplista entre alguma característica específica de uma função na tentativa de defini-la. Algumas das respostas possíveis poderiam incluir: “uma função é um gráfico”; “uma função é uma fórmula que envolve x e y”; “uma função é quando há $f(x)$. Essa questão visa explorar a compreensão conceitual dos estudantes em relação ao termo “função” e identificar possíveis obstáculos em sua definição.

No entanto, observamos que 26 estudantes não apresentaram o obstáculo previsto. A resposta mais comum foi: “Uma função é uma relação entre dois conjuntos”, uma definição que, de acordo com Vazquez, Rey e Boubée (2008, apud MACIEL, 2011), começou a ser concebida a partir do século XIX. Entre os seis estudantes que demonstraram ter esse obstáculo, podemos destacar o estudante E_{15},, que respondeu da seguinte forma: “Uma função é quando algo depende de outra coisa”. Esses resultados sugerem que a maioria dos estudantes não apresentou o obstáculo esperado em relação à definição de função, e muitos deles forneceram uma definição mais contemporânea, relacionada à ideia de uma relação entre conjuntos.

Quadro 4 – Questão 2 do questionário.

Duas companhias alugam impressoras. A primeira cobra $R\$300{,}00$ pela locação da máquina por mês mais $R\$0{,}04$ por cada cópia. A segunda, cobra $R\$250{,}00$ pela locação e $R\$0{,}06$ por cada cópia. Para que quantidade de cópias no mês o preço a ser cobrado seria o mesmo? Se você utiliza bastante o recurso, qual companhia seria preferível?

Fonte: Adaptado de Sierpinska (1992, p. 33).

Nesta proposta evidenciada no Quadro 4, os estudantes deveriam ser capazes de reconhecer as relações expressas pelas equações, como $y = 300 + 0{,}04x$ e $y = 250 + 0{,}06x$, a fim de responder à pergunta: “Se você utiliza bastante o recurso, qual companhia seria preferível?”. Com um gráfico das duas funções, fica evidente que, para um número maior que 2500, é mais vantajoso utilizar a primeira companhia.

O obstáculo epistemológico esperado, conforme Sierpinska (1992), envolve pensar em termos de equações com valores desconhecidos a serem encontrados. De fato, os estudantes geralmente pensam apenas em termos de equações, como evidenciado em suas respostas à questão, onde atribuíram valores específicos a x a fim de comparar qual das duas companhias é mais vantajosa. Vamos examinar a resposta da estudante E_{30} (ver Quadro 5) :

Quadro 5 – Resposta da a estudante E_{30} para questão 3.

$300 + 0{,}04 \cdot 10000 \;=\; 400 + 300 = 750{,}00$ $250 + 0{,}06 \cdot 10000 \;=\; 600 + 250 = 850{,}00$

Fonte: Questionário da pesquisa.

Embora tenha ocorrido um erro de cálculo na primeira equação, o obstáculo epistemológico ficou evidente, uma vez que a estudante fixou um valor maior que 2500 para determinar qual das duas empresas seria mais vantajosa caso o serviço fosse utilizado com muita frequência. Considerando essa estudante, 30 cometeram erros de cálculo ou não abordaram a questão em termos de funções, enquanto os 2 estudantes restantes não responderam. Isso indica que a maioria dos estudantes encontrou dificuldades em aplicar o conceito de função para resolver o problema proposto.

Quadro 6 – Questão 3 do questionário

Sabe-se que a velocidade do som no ar depende da temperatura. Uma equação que relaciona essa velocidade v (em metros por segundo) com a temperatura t (em graus Celsius) de maneira aproximadaé$v = 20 * \sqrt{t + 273}$. Com base nessas informações, responda as seguintes perguntas.

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 ISSN 2318-6674

a) Qual é a velocidade do som à temperatura de $27\ °C$? (Sugestão: use $\sqrt{3} = 1{,}73$) b) Costuma-se assumir que a velocidade do som é de $340\ m/s$ (metros por segundo). Isso ocorre a que temperatura? c) Qual a variável dependente e a independente? d) Construa o gráfico. e) A partir das informações do gráfico indique o que representa a função.

Fonte: Adaptado de Processo Seletivo – UFPR (2010).

Com a questão 3 evidenciada no Quadro 6, nosso objetivo era identificar dois obstáculos epistemológicos nas respostas aos itens (a) e (b): o obstáculo da filosofia pitagórica, que defende que tudo é número $(OE(f)_7)$; e o obstáculo que sugere que as leis em física e as funções em matemática não têm nada em comum $(OE(f)_8)$.

Isolando o primeiro obstáculo $(OE(f)_7)$, por muito tempo acreditava-se que todo fenômeno físico ou biológico poderia ser expresso apenas por meio de números. No entanto, é crucial que os estudantes compreendam a distinção entre números e quantidades. É comum os estudantes confundirem as variáveis que representam conceitos físicos, como tempo e aceleração, com as variáveis numéricas que expressam quantidades. Na pesquisa realizada, esperávamos que os estudantes não associassem automaticamente as respostas com suas respectivas unidades de medida, o que poderia indicar a falta de compreensão da diferença entre números e quantidades.

Observando as respostas dos estudantes nos itens (a) e (b), fica evidente que eles não conseguem distinguir adequadamente entre número e quantidade. Na maioria das respostas (21), a primeira alternativa foi dada com a unidade de medida correta (m/s), mas na segunda alternativa nenhum (22) estudante expressou a unidade de medida (°C), mencionando apenas o valor numérico. É importante destacar que 9 estudantes não responderam a essa questão, enquanto 1 estudante acertou ambas as respostas, incluindo a unidade de medida. Isso indica uma falta de compreensão da distinção entre números e quantidades entre os estudantes.

Em relação ao segundo obstáculo, esperávamos que os estudantes justificassem que não responderiam à questão devido ao seu caráter físico. No entanto, observamos que nove estudantes optaram por não responder, enquanto alguns justificaram sua falta de resposta alegando falta de conhecimento das operações matemáticas necessárias para resolver a questão.

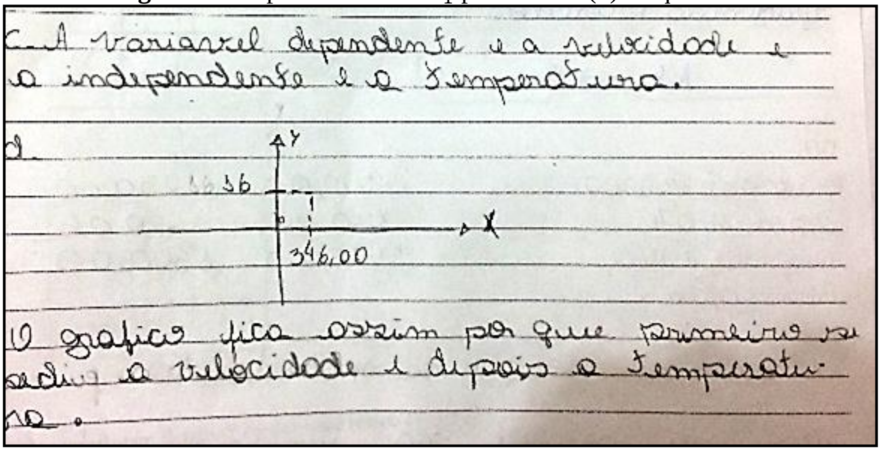
Durante o desenvolvimento do questionário, também notamos que nenhum estudante demonstrou surpresa pelo fato de uma questão de física estar presente em uma atividade de matemática. Isso sugere que esses estudantes compreendem que a física e a matemática não estão em domínios distintos, o que vai de encontro ao obstáculo epistemológico que afirma que as leis em física e as funções em matemática não têm nada em comum.

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 2318-6674

No item (c), o obstáculo que esperávamos encontrar, de acordo com Sierpinska (1992), se relaciona à não distinção das variáveis dependentes e independentes $(OE(f)_5)$. No entanto, observamos que a maioria dos estudantes (25) não demonstrou ter esse obstáculo. Apenas o estudante E_{14} apresentou dificuldades ao responder: “t é a variável dependente e v é a variável independente”. Surpreendentemente, o restante da turma (5) preferiu não responder à pergunta. Isso sugere que a maioria dos estudantes conseguiu fazer a distinção entre as variáveis dependentes e independentes na questão apresentada.

Os itens (d) e (e) estão relacionados ao obstáculo $(OE(f)_{15})$, que consiste na falta de reconhecimento gráfico de uma função, considerando que este não precisa ser fiel, devendo conter apenas pontos (x, y) sem definir x. Como esperado, a grande maioria dos estudantes não respondeu ao item (d) (24 estudantes), o que sugere uma deficiência até mesmo na construção de gráficos. Eles justificaram claramente que não sabem construir gráficos, e apenas uma estudante conseguiu representar graficamente. Sendo assim, o obstáculo epistemológico foi percebido em todas as respostas dos que fizeram a questão (7 estudantes), pois não fizeram uma representação fiel das informações necessárias para a construção do gráfico. Observe a figura a seguir:

Figura 1: Resposta da aluna A_1 para o item (d) da questão 3.



Fonte: Questionário de pesquisa.

Percebemos que, apesar de a estudante E_1 reconhecer quais são as variáveis dependentes e independentes, conforme a resposta do item (c), ela não consegue transpor isso para a representação gráfica. Conforme Maciel (2011, p. 29), a articulação entre o registro gráfico e algébrico é a mais difícil para os estudantes, pois “a leitura da representação gráfica envolve uma interpretação mais global, além de ser necessário discriminar variáveis visuais e perceber

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 2318-6674

as variações correspondentes". Já no item (e), a situação foi ainda mais crítica, com 28 estudantes não respondendo, e dos que responderam, 4 apresentaram obstáculo epistemológico.

Quadro 7 – Questão 4 do questionário.

Observe as alternativas a seguir: a) $f(n) = 2^n - 1, para\ n \geq 1$ b) (1, 3, 7, 15, 31, 63, ...) Em sua opinião, alguma dessas alternativas são funções? Qual? A alternativa (a), a alternativa (b) ou os duas? Por que você responde assim?

Fonte: Elaborado pelos autores.

O obstáculo que pretendíamos identificar com a questão 4 (ver Quadro 7) é o da generalização de que toda sequência é uma função. Isso ocorre porque, no processo de ensino da função, é comum gerar tabelas em que os números estão dispostos em uma sequência, levando os estudantes a deduzirem erroneamente que toda sequência é uma função.

Pretendíamos concluir com essa pergunta do questionário que ambas as questões seriam identificadas como função, especialmente a alternativa (b), por se tratar de uma sequência. Isso ocorre porque, segundo Sierpinska (1992), os estudantes de sua pesquisa na Polônia facilmente identificam qualquer sequência como sendo uma função. No entanto, os estudantes do Brasil, na pesquisa recentemente realizada, não demonstraram exatamente o mesmo obstáculo. Provavelmente, isso se deve à maneira como lhes foi construído o conhecimento.

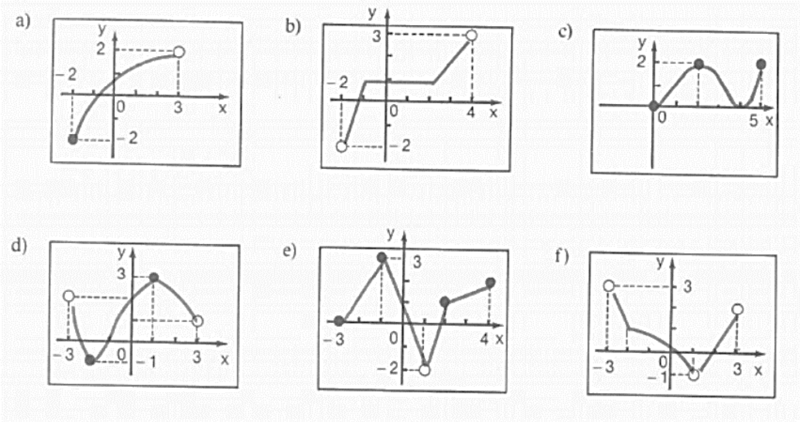
Os estudantes do Brasil não relacionam facilmente sequências numéricas a funções, assim como os estudantes da Polônia. Para eles, sequências e funções são sempre considerados objetos distintos. No entanto, conseguimos identificar outro obstáculo epistemológico relacionado à definição de função $(OE(f)_{12})$, pois os estudantes não conseguiram perceber a relação entre a função explícita no item (a) com a função expressa por meio da sequência no item (b), que se refere à imagem da primeira função.

Obtivemos os seguintes resultados: 4 estudantes não responderam, 4 acertaram as duas questões, 7 acertaram a primeira, mas não falaram nada sobre a segunda, 9 erraram as duas e, por fim, seis acertaram o item (b) e erraram o item (a). É importante destacar que esses que afirmaram que o item (b) representa uma função não justificaram sua resposta.

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 ISSN 2318-6674

Quadro 8 – Questão 5 do questionário.

Observe os gráficos a seguir:



Quais gráficos representam funções? Por que você responde assim?
No gráfico (c), identifique três coordenadas e explique com suas palavras o significado de coordenadas.

Fonte: Moliterno (S/D).

O objetivo da questão 5 (ver Quadro 8) era identificar o obstáculo $(OE(f)_{14})$ do qual coordenadas de um ponto são segmentos de reta e não números. Pretendíamos com isso, segundo Sierpinska (1992), que os estudantes definissem coordenada como sendo a reta do gráfico da função. Porém, não aconteceu. Eles identificaram corretamente que uma coordenada basicamente se refere ao conjunto de pontos. Embora nem todos tenham conseguido no gráfico (c), 16 estudantes que responderam à questão identificaram as 3 coordenadas e definiram coordenada em geral, como o estudante E_{12}: "Coordenadas são números que identificam um ponto no plano cartesiano, que é o encontro entre x e y". Dos 32 estudantes, 6 não responderam essa questão e 10 não identificaram as três coordenadas.

Quadro 9 – Questão 6 do questionário

Observe as duas alternativas a seguir. Elas representam funções? Justifique.

a) $5 + x = 8$ b) $\frac{x^2+2}{3} = \frac{1}{3}$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na questão 6, conforme ilustrada no Quadro 9. pretendíamos encontrar os obstáculos $(OE(f)_{10})$ e $(OE(f)_{11})$, que consistem, ambos, em supervalorizar as expressões algébricas, confundindo-as com funções. Esperávamos encontrar nas respostas dos estudantes que as duas alternativas representariam funções devido ao uso do x e x^2. O estudante E_{27} respondeu da seguinte forma: "A que representa é a letra a, pela característica da fórmula" (não respondeu a letra b). Dentre todos os estudantes que responderam a esta questão, os que apresentaram obstáculo epistemológico foram 11. Do total de 32 estudantes, 7 não responderam à questão e 14 não apresentaram esse obstáculo.

https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906 2318-6674

6 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A nossa pesquisa é um estudo descritivo com foco na exploração epistemológica das informações históricas relacionadas ao conceito de função. Nosso objetivo principal foi identificar os obstáculos epistemológicos que surgem no processo de construção do conceito de função de uma variável, com base nos obstáculos listados por Sierpinska (1992).

Para alcançar esse objetivo, realizamos um levantamento histórico abrangente sobre o desenvolvimento do conceito de função. Isso nos permitiu entender as principais dificuldades associadas a esse conceito ao longo da história da matemática. Essa abordagem histórica foi fundamental para o nosso aprofundamento no conceito central da pesquisa.

Durante a pesquisa, também elaboramos um questionário com questões específicas relacionadas aos obstáculos epistemológicos identificados por Sierpinska. Esse questionário foi aplicado a uma turma de estudantes do Ensino Médio Técnico, e suas respostas foram analisadas em relação aos obstáculos esperados.

No geral, nossa pesquisa teve como objetivo contribuir para a compreensão dos desafios enfrentados pelos estudantes no processo de aprendizagem do conceito de função. Ao identificar os obstáculos epistemológicos, buscamos fornecer compreensões que podem orientar práticas pedagógicas mais eficazes no ensino desse conceito importante da matemática.

No desenvolvimento da nossa pesquisa, realizamos uma comparação entre as experiências de estudantes do ensino médio na Polônia e estudantes da 1ª série do ensino médio no Brasil. Observamos que alguns dos obstáculos epistemológicos identificados por Sierpinska (1992) ainda persistem. No entanto, em um dos casos, notamos que poucos estudantes apresentaram dificuldades em relação à definição do conceito de função e à ideia de que matemática e física são campos distintos.

É importante destacar que a pesquisa realizada no Brasil ocorreu durante o ano letivo em que a primeira autora atuou como professora, e isso pode ter contribuído para abordar esses obstáculos com os estudantes. Eles foram instruídos sobre a presença comum desses obstáculos com base em pesquisas como as de Sierpinska (1992), Trindade (1996), Almouloud (2007) e outros.

Nossa especialização em Educação Matemática permitiu que incorporássemos a pesquisa e a produção de conhecimento à nossa prática curricular. Isso nos possibilitou ampliar nossa compreensão sobre o papel do pesquisador na área da Educação Matemática. Realizamos pesquisas que contribuíram para o avanço do conhecimento em diversos aspectos que afetam o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Reconhecendo as limitações deste trabalho, sugerimos que futuras pesquisas se concentrem em desenvolver propostas pedagógicas para superar os obstáculos epistemológicos identificados como persistentes no ensino de funções de uma variável. Além disso, é importante continuar explorando e identificando outros possíveis obstáculos epistemológicos que os estudantes possam enfrentar no processo de aprendizagem da Matemática.

REFERÊNCIAS

ALBERTO JOSÉ, W.; VIZOLLI, I. Obstáculos Epistemológicos Inerentes ao Conceito de Fração: um estado do conhecimento. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 17, p. 48–66, 2022. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p48-66.id499

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** Curitiba. PR: Editora UFPR, 2007.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Trad. Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Editora Contraponto, 1996.

BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.7.2, 33-116, 1986.

CAMPOS, M. L. T. de. **Discursos sobre continuidade de funções reais de variável real em ambiente virtual colaborativo:** uma perspectiva da cognição corporificada. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Anhanguera de São Paulo, UNIAN, São Paulo, 2014.

CINTRA, F. P. **O Conhecimento de futuros professores de matemática sobre o conceito de função e suas implicações para a atividade docente**. Dissertação (Mestrado em Ensino e Processos Formativos). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", UNESP, São José do Rio Preto, 2018.

COSTA, N. C.; MENDONÇA, C. A. S.; NETO, A. C. A.; DA COSTA, M. G. A ruptura do paradigma cartesiano no ensino de matemática. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, *[S. l.]*, v. 8, n. 1, p. 373–390, 2020. https://doi.org/10.26571/reamec.v8i1.9788

FERREIRA, R. dos S. **Introdução ao conceito de função**: uma proposta com o software SimCalc no ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, UNIAN, São Paulo, 2016.

MACIEL, P. R. C. **A construção do conceito de função através da história da matemática.** Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e

Matemática). Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Sucknow da Fonseca, CEFET-RJ, Rio de Janeiro, 2011.

MENDES, I. A.; MORAES, M. S. F. de. Obstáculos epistemológicos sobre el concepto de límite de funciones en manuales de historia de matemáticas. **PARADIGMA**, *[S. l.]*, p. 240-265, 2020. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p240-265.id840

MIRANDA, A. A. N. de S.; VITAL DE PAULA, F. Uma proposta para o ensino de funções afins por meio da criptografia. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, *[S. l.]*, v. 9, n. 2, p. e21059, 2021. https://doi.org/10.26571/reamec.v9i2.12652

MOLITERNO, C. H. C. **Lista de exercícios de funções:** domínio e imagem. S/D. Disponível em: http://www.celiomoliterno.eng.br/Arquivos/UNIP/funcaodi.pdf. Acessado em: 28 de novembro de 2017.

OLIVEIRA, N. **Conceito de função:** uma abordagem do processo ensino-aprendizagem. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, 1997.

PAIS, L. C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

PEREIRA, E. A. F.; COSTA, L. de F. M. da. Reflexões sobre obstáculos epistemológicos no desenvolvimento da cognição matemática na escola. **REMATEC**, *[S. l.]*, v. 18, n. 43, p. e2023002, 2023. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023002.id458

SIERPINSKA, A. On understand de notion of funtion. *In:* **The concept of funtion: aspects of epistemology and pedagogy.** Guershom Hareland Ed Dubinsky (Eds.) Mathematical Association of America, vol. 25, 25-58, 1992.

SOUZA, A. A. de. **Obstáculos epistemológicos do conceito de função na transição do ensino médio para o superior**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro, 2016.

TAJEYAN, S. Estudo do início da álgebra a partir da matemática e do alcorão. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, *[S. l.]*, v. 11, n. 1, p. e23106, 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16752

TRINDADE, J. A. de O. **Obstáculos epistemológicos à aprendizagem do conceito de função**. Monografia (Programa de Pós-Graduação em Educação) Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 1996.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Hipátia**, Campos do Jordão, v. 1, n.1, p. 1-10, dez. 2016. Disponível em: https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/436. Acesso em: 25 dez. 2023.

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS
Não se aplica.

FINANCIAMENTO
Não houve financiamento.

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA
Resumo/Abstract/Resumen: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa
Introdução: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa
Referencial teórico: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa
Análise de dados: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes
Discussão dos resultados: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes
Conclusão e considerações finais: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa
Referências: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa
Revisão do manuscrito: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa
Aprovação da versão final publicada: Priscila Cruz Antunes, Mônica Suelen Ferreira de Moraes, Dailson Evangelista Costa

CONFLITOS DE INTERESSE
Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política e financeira referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA
Os dados desta pesquisa não foram publicados em Repositório de Dados, mas os autores se comprometem a socializá-los caso o leitor tenha interesse, mantendo o comprometimento com o compromisso assumido com o comitê de ética.

PREPRINT
Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

COMO CITAR - ABNT
ANTUNES, Priscila Cruz; MORAES, Mônica Suelen Ferreira de; COSTA, Dailson Evangelista. Obstáculos epistemológicos relativos ao conceito de função revelados por estudantes do ensino médio. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23119, jan./dez., 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906

COMO CITAR - APA
Antunes, P. C., Moraes, M. S. F., Costa, D. E. (2023). Obstáculos epistemológicos relativos ao conceito de função revelados por estudantes do ensino médio. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, *11*(1), *e*23119. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16906

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF

Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao

PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no Portal de Periódicos UFMT. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

EDITOR

Geslane Figueiredo da Silva Santana

AVALIADORES

Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este manuscrito e não autorizaram a divulgação dos seus nomes.

HISTÓRICO

Submetido: 23 de agosto de 2023.
Aprovado: 17 de novembro de 2023.
Publicado: 27 de dezembro de 2023.