# ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA COM GEOGEBRA

TEACHING AND LEARNING OF GEOMETRY WITH GEOGEBRA

Daysi Julissa García-Cuéllar\* (D) 📀

#### **RESUMEN**

La presente edición de la Revista REAMEC, titulada "Enseñanza y aprendizaje de la Geometría con GeoGebra" sale como iniciativa del Coloquio GeoGebra de la Comunidad GeoGebra Latinoamericana que es un espacio de compartir académico donde investigadores, docentes y creadores de recursos se reúnen para intercambiar ideas y se dan a conocer los avances sobre el uso de GeoGebra en la región. Esta edición muestra las investigaciones y propuestas pedagógicas donde GeoGebra sirve como medio para la enseñanza y aprendizaje de conceptos geométricos. Consta de siete artículos con temas de geometría plana, del espacio y analítica. El uso de las herramientas es variado, desde GeoGebra 2D, GeoGebra 3D y GeoGebra realidad aumentada. Este número no solo es un testimonio de investigaciones y experiencias en la enseñanza de la geometría con GeoGebra, sino también una invitación a la reflexión y la acción de cómo podemos aprovechar plenamente esta herramienta en nuestras aulas de matemática.

Palabras clave: Geometría. GeoGebra. Enseñanza. Aprendizaje.

#### **RESUMO**

Esta edição da Revista REAMEC, intitulada "Ensino e aprendizagem da Geometria com o GeoGebra", é uma iniciativa do Colóquio GeoGebra da Comunidade GeoGebra Latino-Americana, que é um espaço de compartilhamento acadêmico onde pesquisadores, professores e criadores de recursos se encontram para trocar ideias e compartilhar os avanços no uso do GeoGebra na região. Esta edição apresenta pesquisas e propostas pedagógicas em que o GeoGebra serve como um meio para o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos. Esta edição é composta por sete artigos sobre geometria plana, espacial e analítica. O uso das ferramentas do GeoGebra é variado, indo desde o GeoGebra 2D, GeoGebra 3D e GeoGebra realidade aumentada. Esta edição não é apenas um testemunho de pesquisas e experiências no ensino de geometria com o GeoGebra, mas também um convite à reflexão e à ação sobre como podemos tirar o máximo proveito dessa ferramenta em nossas salas de aula de matemática.

Palavras-chave: Geometria. GeoGebra. Ensino. Aprendizagem.

#### **ABSTRACT**

This edition of REAMEC Magazine, entitled "Teaching and Learning Geometry with GeoGebra" is an initiative of the GeoGebra Colloquium of the Latin American GeoGebra Community, which is a space

<sup>\*</sup> Doctora en Educación Matemática por la Pontificia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Docente de matemática en Estudios Generales de la Universidad de Lima (ULIMA), Lima, Lima, Peru. Dirección de correspondencia: Av. Javier Prado Este 4600, Santiago de Surco, Lima Peru. Código postal: 15023. E-mail: <a href="mailto:djgarcia@ulima.edu.pe">djgarcia@ulima.edu.pe</a>

for academic sharing where researchers, teachers and resource creators meet to exchange ideas and share advances on the use of GeoGebra in the region. This edition showcases research and pedagogical proposals where GeoGebra serves as a medium for teaching and learning geometric concepts. It consists of seven articles on plane, space, and analytic geometry. The use of the tools is varied from GeoGebra 2D, GeoGebra 3D and GeoGebra augmented reality. This issue is not only a testimony of research and experiences in teaching geometry with GeoGebra, but also an invitation to reflection and action on how we can take full advantage of this tool in our mathematics classrooms.

**Keywords:** Geometry. GeoGebra. Teaching. Learning.

# 1 INTRODUCCIÓN

En la era digital, GeoGebra emerge como una herramienta versátil que desdibuja las fronteras entre la abstracción matemática y su aplicación en el mundo real. Este número destaca las contribuciones de investigadores y educadores que han integrado GeoGebra de manera innovadora para ampliar las posibilidades de enseñar y aprender geometría.

Los artículos reunidos en este número abordan diversos enfoques pedagógicos y perspectivas teóricas que enriquecen la comprensión de cómo GeoGebra puede potenciar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos geométricos. Desde investigaciones sobre el impacto cognitivo hasta experiencia en el aula, cada contribución arroja luz sobre el papel crucial de esta herramienta en la educación matemática actual.

GeoGebra permite a los estudiantes explorar conceptos geométricos de manera dinámica, construyendo conocimiento a través de la interacción directa con figuras y propiedades. Los autores presentan estrategias efectivas para fomentar la exploración activa, invitando a los lectores a reflexionar sobre cómo integrar estas prácticas en su propio entorno educativo.

A medida que nos sumergimos en este número temático, también reconocemos los desafíos que enfrentamos en la implementación efectiva de GeoGebra en la enseñanza.

Este número no solo es un testimonio de experiencias en la enseñanza de la geometría con GeoGebra, sino también una invitación a la reflexión y la acción. ¿Cómo podemos aprovechar plenamente esta herramienta en nuestras aulas? ¿Cómo podemos superar los desafíos y aprovechar las oportunidades que se presentan?

A seguir se presentan los artículos de este número temático.

# 2 ARTÍCULOS DE LA SECCIÓN: ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON GEOGEBRA

El primer artículo "Reconfiguración de figuras para el cálculo de áreas con la herramienta polígono rígido de GeoGebra", bajo la autoría de Daysi Julissa García-Cuéllar y Mihály André Martínez-Miraval, que tiene por objetivo describir cómo docentes de matemáticas del nivel de secundaria en formación continua realizan la configuración de figuras para el cálculo de áreas mediante el uso de la herramienta polígono rígido de GeoGebra. Para ello, consideran la noción de reconfiguración asociado con la aprehensión operatoria como aspectos teóricos que corresponden a la teoría de registros de representación semiótica. Entre los resultados, los autores indican que los docentes realizaron reconfiguraciones de figuras geométricas para hallar áreas, y que aprendieron a utilizar la herramienta polígono rígido para crear actividades en GeoGebra para que sus estudiantes logren reconfigurar figuras geométricas. Además, concluyen que GeoGebra brinda a los docentes una variedad de herramientas para enseñar a los estudiantes temas sobre áreas de figuras geométricas de forma dinámica, prevaleciendo los procedimientos geométricos (GARCÍA-CUELLAR; MARTÍNEZ-MIRAVAL, 2023).

El segundo artículo "Figuras elaboradas con GeoGebra como estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría analítica", bajo la autoría de Alberto Guadarrama Herrera y Fernando Becerril Morales, muestran la importancia en el desarrollo de estrategias didácticas en el área de las matemáticas dado que permite al docente una renovación en las actividades propias de la asignatura, a los alumnos les genera mayor interés, permitiendo elevar el índice de aprovechamiento académico. La actividad propuesta tiene el propósito que por medio de la construcción de un paisaje se utilicen diferentes cónicas (rectas, circunferencias, elipses, parábolas o en su caso hipérbolas). Los autores mencionan que al elaborar este proyecto se desarrollan aspectos como la creatividad, y el uso de las TIC mediante el uso de GeoGebra (GUADARRAMA; BECERRIL, 2023).

El tercer artículo en portugués denominado "Abordando propriedades conceituais e figurais de objetos geométricos em construções no GeoGebra", bajo la autoría de Camila Maria Koftun y Maria Ivete Basniak, su trabajo es de carácter teórico interpretativo y tiene como objetivo discutir el potencial de GeoGebra para ayudar a identificar y diferenciar las propiedades conceptuales y figurales de los objetos geométricos en el plano y el espacio. Las

autoras, basadas en fundamentos teóricos sobre la enseñanza de la geometría, establecen el potencial de GeoGebra para promover discusiones matemáticas sobre objetos geométricos, específicamente durante la construcción del Escenario animado del Cubo Animado en la cinta de correr. Las autoras concluyen que, durante el proceso de construcción, GeoGebra permitió explorar el objeto construido, asociando su nomenclatura, las características de la representación y los comandos de este; indican que los movimientos realizados sobre los objetos construidos ayudan a identificar posiciones no prototípicas, asociando más de un componente figural a un mismo objeto. Además, mencionan que al utilizar simultáneamente las ventanas de visualización 2D y 3D, permite establecer una relación entre los objetos geométricos planos y espaciales (KOFTUN; BASNIAK, 2023).

El cuarto artículo "Estudio de cuadriláteros basado en resolución de problemas y uso de GeoGebra", bajo la autoría de William Poveda, tiene como objetivo presentar y analizar el trabajo seguido por un grupo de estudiantes de educación matemática en un ambiente de resolución de problemas y uso de GeoGebra. El autor indica que los resultados muestran que los futuros educadores matemáticos representaron el problema en GeoGebra utilizando sus conocimientos matemáticos previos, examinaron las propiedades y los atributos de los objetos involucrados, realizaron conjeturas y las comprobaron basados en argumentos visuales y empíricos. Como parte de una demostración final, se apoyaron en GeoGebra para generar ideas y así, armar un argumento deductivo para asegurar la veracidad de estas (POVEDA, 2023).

El quinto artículo "Diseño de un recorrido de estudio e investigación que combina fotografía, GeoGebra y funciones matemáticas", bajo la autoría de Karina Amalia Rizzo y Viviana Angélica Costa, presenta el diseño, la planificación y una breve descripción de la implementación piloto de la propuesta de un Recorrido de Estudio e Investigación, en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. El Recorrido de Estudio e Investigación que parte de la pregunta generatriz: ¿Cómo resolver una situación problemática real utilizando una fotografía, GeoGebra y funciones matemáticas? Su diseño se basa en un concurso internacional, que se realiza periódicamente cada año desde 2016, denominado FotoGebra, libre, gratuito y abierto para jóvenes de entre 13 a 17 años y profesores en formación (RIZZO; COSTA, 2023).

El sexto artículo "Diseño de tareas con realidad aumentada en geometría: algunas consideraciones", bajo la autoría de Camilo Sua y Ángel Gutiérrez, en el cual los autores han reconocido bondades sobre la tecnología de Realidad Aumentada en el campo educativo, dada la posibilidad de acceder y manipular representaciones que en otros ambientes no sería posible.

Daysi García-Cuéllar

La enseñanza y aprendizaje de la geometría se ha favorecido también de la Realidad Aumentada gracias a la representación de objetos geométricos tridimensionales en el mundo real, sumado a la posibilidad de manipularlos en la misma forma que acontece en programas de geometría dinámica. Los autores indican que no se han realizado suficientes avances investigativos sobre la forma en que esta tecnología podría incorporarse en esta área de las matemáticas, por lo cual en este artículo se presentan algunas consideraciones para el diseño de tareas ambientadas en

esta tecnología, con las cuales pretenden ofrecer elementos para su adecuado uso y el

aprovechamiento de sus características (SUA; GUTIERREZ, 2023).

El séptimo artículo en portugués, denominado "Atividades históricas com GeoGebra para explorar a representação geométrica do cone", bajo la autoría de Ivonne Sanchez, Iran Abreu Mendes y Luis Andrés Castillo, tiene como objetivo describir actividades históricas utilizando GeoGebra para movilizar conceptos de geometría 3D relacionados con el objeto matemático cono. Los autores pretenden aportar una nueva perspectiva, a través de la pantalla del ordenador, a la enseñanza de las matemáticas basada en información histórica. Para ello su estudio es de carácter bibliográfico cualitativo utilizando como fuente la investigación clásica sobre la historia de las matemáticas. Como resultados, los autores mencionan que el uso de GeoGebra para visualizar casos particulares de los conos propuestos por Menêcmo y Apolonio permite abordar otras situaciones generadas al explorar el comportamiento de representaciones geométricas 3D en este entorno informático (SANCHEZ; MENDES; CASTILLO, 2023).

**3 CONSIDERACIONES FINALES** 

El presente número temático "Enseñanza y aprendizaje de la Geometría con GeoGebra" de la revista REAMEC presenta una significativa contribución para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Permite identificar investigaciones y propuestas de enseñanza innovadoras por medio de GeoGebra que pueden ser llevadas al aula de matemática.

Finalmente, quiero agradecer a todos los autores y revisores que han contribuido a hacer de este número una realidad. Juntos, exploramos nuevos horizontes en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, construyendo puentes con la tecnología.

REFERENCIAS

GARCÍA-CUELLAR, D.; MARTÍNEZ-MIRAVAL, M. Reconfiguración de figuras para el cálculo de áreas con la herramienta polígono rígido de GeoGebra. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23111, 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16860

GUADARRAMA; A.; BECERRIL, F. Figuras elaboradas con GeoGebra como estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría analítica. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23112, 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16861

KOFTUN, V.; BASNIAK, M. Abordando propriedades conceituais e figurais de objetos geométricos em construções no GeoGebra. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23113, 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16862

POVEDA, W. Estudio de cuadriláteros basado en resolución de problemas y uso de GeoGebra. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23114, 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16863

RIZZO, K.; COSTA, V. Diseño de un recorrido de estudio e investigación que combina fotografía, GeoGebra y funciones matemáticas. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23115, 2023. <a href="https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16864">https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16864</a>

SANCHEZ, I.; MENDES, X; CASTILLO, L. Atividades históricas com GeoGebra para explorar a representação geométrica do cone. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23117, 2023. <a href="https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16866">https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16866</a>

SUA, C.; GUTIERREZ, A. Diseño de tareas con realidad aumentada en geometría: algunas consideraciones. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23116, 2023. <a href="https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16865">https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16865</a>

## APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradecimientos a la Comunidad GeoGebra Latinoamericana por brindar siempre un espacio de compartir académico en el cual se presentaron virtualmente, algunas de las investigaciones y experiencias que forman parte de este número temático.

#### **FINANCIAMENTO**

No aplica.

### CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: Daysi García-Cuéllar Seção 1 e 2/ Sección 1 y 2: Daysi García-Cuéllar

Referências: Daysi García-Cuéllar

Revisão do manuscrito: Daysi García-Cuéllar

Aprovação da versão final publicada: Daysi García-Cuéllar

#### CONFLITOS DE INTERESSE

La autora declara no haber ningún conflicto de interés de orden personal, comercial, académico, político, financiero referente a este manuscrito.

#### DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

No aplica.

#### **PREPRINT**

No aplica.

#### CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

No aplica.

## APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

No aplica.

#### **COMO CITAR - ABNT**

GARCÍA-CUÉLLAR, Daysi. Enseñanza y aprendizaje de la geometría con GeoGebra. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 11, n. 1, *e*23118, jan./dez., 2023. <a href="https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16880">https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16880</a>.

#### **COMO CITAR - APA**

García-Cuéllar, D. (2023). Enseñanza y aprendizaje de la geometría con GeoGebra. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 11(1), e23118. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16880.

#### LICENCA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons <u>Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)</u>. Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



#### **DIREITOS AUTORAIS**

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

#### POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF



Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: <a href="https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao">https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao</a>

#### **PUBLISHER**

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no <u>Portal de Periódicos UFMT</u>. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

#### **EDITORES**



# ARBITROS

No aplica.

# HISTÓRICO

Submetido: 10 de septiembre de 2023. Aprovado: 23 de noviembre de 2023 Publicado: 18 de Dezembro de 2023