

MAPEAMENTO DE PRAXEOLOGIAS EM PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

MAPPING OF PRAXEOLOGIES IN BRAZILIAN RESEARCH ON FIRST DEGREE EQUATIONS

MAPEO DE PRAXEOLOGÍAS EN LA INVESTIGACIÓN BRASILEÑA SOBRE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Hugo Carlos Machado da Silva*  

Pedro Franco de Sá**  

RESUMO

Este trabalho apresenta um recorte dos resultados de uma revisão de literatura do tipo descritiva e analítica em teses e dissertações brasileiras, que abordaram praxeologias em livros didáticos, documentos, ou em concepções de professores e alunos sobre as equações, técnicas e erros advindos da resolução de problemas de equações. Para tanto, foi realizado um levantamento nos repositórios dos programas de pós-graduação em Educação e em Educação Matemática, a saber, o Banco de teses e dissertações da CAPES e os repositórios de programas de pós-graduação da área. Após aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, restaram 11 estudos que nos permitiram a verificação de algumas características do campo na atualidade e de como ele vem se constituindo nos últimos anos. Os trabalhos apontam para o diagnóstico da ênfase no ensino que prioriza regras para a resolução de equações. Apesar disso, há indicações nos trabalhos analisados que sugerem o uso de significados em detrimento das regras e um dos instrumentos mais citados e que auxilia nessa percepção é balança de dois pratos. Grande parte dos trabalhos aponta para a utilização de recursos manipulativos, bem como o uso da resolução de problemas e da história da matemática como subsídios didáticos. Outro fator importante observado foi que há uma regularidade em relação aos teóricos utilizados como base para os estudos, o que traz a percepção de que existe um campo ligeiramente estabelecido sobre esta temática.

Palavras-chave: Pesquisa em Educação Matemática. Praxeologias de sala de aula. Concepções de equações. Ensino de equações do primeiro grau.

ABSTRACT

This work presents an excerpt of the results of a descriptive and analytical literature review in Brazilian theses and dissertations, which addressed praxeologies in textbooks, documents, or in teachers' and students' conceptions about equations, techniques and errors arising from the resolution of equation problems. To this end, a survey was carried out in the repositories of postgraduate

* Mestre em Educação pela Universidade do Estado do Pará (UEPA), doutorando em Educação (UEPA). Professor efetivo da Secretaria de Educação Estadual do Pará, na Educação Básica nos níveis Fundamental e Médio, Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Alameda Solipa, 83, Jurunas, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66025-530. E-mail: huggo_silva@outlook.com.

** Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente Titular da Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Pirajá, 716, bloco A, apartamento 1804, bairro do Marco, Belém, Pará, Brasil, CEP:66095-631. E-mail: pedro.sa@uepa.br.

programs in Education and Mathematics Education, namely, the CAPES Bank of theses and dissertations and the repositories of postgraduate programs in the area. After applying the inclusion and exclusion criteria, 11 studies remained that allowed us to verify some characteristics of the field today and how it has been formed in recent years. The works point to the diagnosis of the emphasis in teaching that prioritizes rules for solving equations. Despite this, there are indications in the works analyzed that suggest the use of meanings to the detriment of rules and one of the most cited instruments that helps with this perception is a two-pan scale. Much of the work points to the use of manipulative resources, as well as the use of problem solving and the history of mathematics as teaching aids. Another important factor observed was that there is a regularity in relation to the theorists used as a basis for the studies, which brings the perception that there is a slightly established field on this topic.

Keywords: Research in Mathematics Education. Classroom praxeologies. Conceptions of equations. Teaching first degree equations.

RESUMEN

Este trabajo presenta un extracto de los resultados de una revisión descriptiva y analítica de literatura en tesis y disertaciones brasileñas, que abordaron praxeologías en libros de texto, documentos o en las concepciones de profesores y estudiantes sobre ecuaciones, técnicas y errores derivados de la resolución de problemas de ecuaciones. . Para ello, se realizó una encuesta en los repositorios de programas de posgrado en Educación y Educación Matemática, es decir, el Banco de tesis y disertaciones de CAPES y los repositorios de programas de posgrado del área. Luego de aplicar los criterios de inclusión y exclusión quedaron 11 estudios que permitieron verificar algunas características del campo hoy y cómo se ha formado en los últimos años. Los trabajos apuntan al diagnóstico del énfasis en la enseñanza que prioriza reglas para la resolución de ecuaciones. Pese a ello, existen indicios en los trabajos analizados que sugieren el uso de significados en detrimento de las reglas y uno de los instrumentos más citados que ayuda a esta percepción es la escala de dos platos. Gran parte del trabajo apunta al uso de recursos manipulativos, así como al uso de la resolución de problemas y la historia de las matemáticas como ayudas didácticas. Otro factor importante observado fue que existe regularidad en relación a los teóricos utilizados como base de los estudios, lo que trae la percepción de que existe un campo poco establecido sobre este tema.

Palabras clave: Investigación en Educación Matemática. Praxeologías del aula. Concepciones de ecuaciones. Enseñanza de ecuaciones de primer grado.

1 INTRODUÇÃO

A educação no Brasil ainda passa por um momento de grandes debates no que diz respeito a novas metodologias para a sala de aula. Isso ocorre também por conta dos baixos índices de rendimento dos alunos, principalmente, quando são expostos a avaliações em grande escala, como é o caso da Prova Brasil e da Prova do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa).

No campo da matemática existem alguns obstáculos peculiares em relação à sala de aula. Mais especificamente no ensino de conceitos algébricos, os alunos sentem muitas dificuldades, e o professor, por vezes, encontra-se preso a alguns paradigmas metodológicos.

Para Coelho e Aguiar (2018), isso ocorre na realidade brasileira, devido à ênfase que se dá a aspectos técnicos no ensino de Álgebra, deixando de lado, em muitos casos, o desenvolvimento, os significados dos conceitos e a busca por um pensamento inteligível sobre expressões que envolvam elementos algébricos.

Assim, faz-se necessário entender como tem se constituído o processo de ensino e aprendizagem da Álgebra, mais especificamente de equações do 1º grau, desde a formação do professor de matemática até o trabalho realizado por ele nas salas de aula, com análise do fazer docente e discente, bem como, com análise dos materiais que permeiam esse processo. A escolha aqui pela educação básica se deu por este ser o ambiente onde ocorrem os primeiros contatos com os elementos algébricos presentes nas equações e o lugar onde também se consolida a aprendizagem formal desses conceitos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que em seu texto sugere que o ensino de equações seja desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, reconhece que esse pensamento é essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual, permeada por tanto conhecimento complexo, abstrato e tecnológico.

Dessa forma, emerge a indagação que norteou nosso estudo: Quais as praxeologias encontradas em pesquisas sobre ensino de equações do primeiro grau na educação básica desde os anos 2010 até os dias atuais? Por conseguinte, este trabalho tem como objetivo apresentar um recorte de resultados de uma revisão de literatura do tipo descritiva e analítica em teses e dissertações brasileiras, que abordaram praxeologias em livros didáticos, documentos, ou em concepções de professores e alunos sobre as equações, técnicas e erros advindos da resolução de problemas de equações. Vale destacar que a revisão aqui apresentada é proveniente de uma pesquisa maior de tese doutoral, que está em andamento.

Para tanto, este trabalho está organizado da seguinte forma: num primeiro momento são expostas as escolhas e nuances metodológicas para o alcance do objetivo, desde os procedimentos de definição do tema até a forma de análise de resultados. Perpassando pela descrição de como e onde se deu a coleta dos dados, por conseguinte será exposto o embasamento teórico, principalmente para justificar o estabelecimento de categorias para as análises e para embasar discussões realizadas em item posterior, a análise dos resultados. Por fim, são realizadas as considerações finais deste trabalho.

2 METODOLOGIA

As opções aqui apresentadas foram orientadas pelo objetivo de levantar informações sobre preocupações e perspectivas dos estudos sobre concepções relacionadas a equações do primeiro grau, assim, realizamos uma revisão de literatura do tipo descritiva e analítica, que, segundo Romanowski e Ens (2006), requer uma série de cuidados ao desenvolvê-la, a exemplo da necessidade de passos que vão desde a definição dos descritores, para direcionar as buscas a serem realizadas, perpassando pela localização dos bancos de pesquisas, leitura das publicações com elaboração de síntese, considerando o tema, os objetivos, as problemáticas, metodologias, conclusões, até a análise e elaboração das conclusões.

Baseadas em Romanowski e Ens (2006) e inspiradas no percurso metodológico de Vizolli e Sá (2020), que desenvolveram pesquisas neste mesmo sentido, as etapas do presente estudo foram: 1) definição do tema; 2) identificação das bases de dados; 3) determinação dos critérios de busca; 4) levantamento dos trabalhos nos bancos de dados; 5) seleção dos trabalhos por meio do tipo de pesquisa realizada; 6) leitura e análise individual dos trabalhos; 7) categorização; 8) análise por categoria e análise global.

A etapa da definição do tema “Os aspectos teóricos, de concepções e praxiologias, em pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau na Educação Básica” ocorreu por meio de reflexões, primeiramente no âmbito de nossa prática docente, ao percebermos dificuldades no aprendizado efetivo de equações do primeiro grau, e, posteriormente, pela busca, no meio acadêmico, de trabalhos que relatam de forma sistemática os resultados de análises que provêm em sua maioria da sala de aula no que se referem ao ensino e aprendizagem de equações.

A base de dados se constituiu a partir de buscas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no repositório da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no catálogo de Dissertações do programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e em repositórios de programas de pós-graduação na área de ensino de Matemática.

A priori pode parecer redundante a escolha pelo BDTD e pelos repositórios individuais, porém a opção por adentrar nos sítios eletrônicos específicos dos programas ocorreu pelo fato de alguns trabalhos não terem sido detectados na primeira busca realizada no BDTD nem no repositório PROFMAT, portanto, para evitar o não mapeamento de algum dos trabalhos, foi realizada a busca mais minuciosa, ou seja, essa escolha foi feita no sentido

de rastrear possíveis “resíduos”.

Assim, após a busca no BDTD, partimos para a pesquisa na plataforma Sucupira, com os filtros de busca por Programas de Pós-graduação em Ensino de Matemática e em Educação/Educação Matemática. Encontrados os Programas com essas características, realizamos em seus respectivos sites a busca minuciosa, ano a ano, das teses e dissertações. Visando à viabilidade prática/operacional da coleta, visitamos os sites dos programas de pós-graduação com notas iguais ou superiores a 3 na avaliação Capes, tendo em vista o grau de qualidade dos textos analisados.

Os critérios iniciais de busca foram permeados pelas seguintes condições: a) estar publicado em língua portuguesa; b) ser uma dissertação ou tese; c) apresentar análises a nível conceitual sobre o ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau; e d) ter sido publicado entre 2010 e 2023. Para a procura, tomamos como chave as expressões: “equações do primeiro grau”, “equações do 1 grau”, “equação do primeiro grau” e “equação do 1 grau”.

Após essa busca preliminar, estabelecemos alguns critérios de exclusão para a maior delimitação de nosso escopo, de acordo com o objetivo desta pesquisa. Como critérios para o refino, excluimos os trabalhos que tratavam de “resolução de sistemas de equação do primeiro grau”, bem como aplicamos o mesmo aos que abordavam “equações com mais de uma variável”, e por fim, excluimos os trabalhos que tratavam de experimentos e proposições de sequências didáticas. Ambos os parâmetros se baseiam em nossa escolha pelas equações em seus conceitos iniciais, na educação básica e em nível teórico da sala de aula.

Vale destacar que o recorte temporal escolhido se deu não só pela preocupação com a atualidade, mas também por termos identificado, no repositório CAPES, dois estudos, o de Martins (2008) e o de Pires (2018), em nível de mestrado e doutorado, respectivamente, que realizaram metanálises sobre o tema englobando outros estudos no período de 1994 até 2014.

Em suma, estes dois trabalhos atestam que há uma grande dispersão no que diz respeito aos teóricos tidos como base nas pesquisas, sendo a única confluência para os autores que usam pressupostos teóricos da Engenharia didática. Em relação à ênfase dos estudos, a maioria desenvolve uma busca de significados para a equação, ou seja, quando há significado prático/concreto, a aprendizagem se torna mais relevante para os estudantes, este fato aparece em cinco das nove dissertações analisadas por Martins (2008). Tanto na percepção docente quanto discente, destacam que existe uma predominância na preocupação em desenvolver a habilidade de expressar a generalidade através da linguagem formal da álgebra simbólica.

Diante desses expostos, nosso estudo avança na análise de trabalhos contemporâneos,

além de realizar comparação entre os escritos das décadas anteriores e os atuais. A seguir, apresentaremos os trabalhos encontrados, realizando a descrição das principais características de cada um, bem como seus elementos metodológicos e seus resultados práticos, seguindo com as análises por categoria e global, no intuito de mostrar os rumos do ensino de equações do primeiro grau na atualidade.

Para uma análise mais sistemática, separamos os trabalhos pelas proximidades metodológicas observadas nos estudos, verificando os aspectos predominantes. Para a criação destas categorias para análise, utilizamos as regras lógicas expostas por Carlomagno e Rocha (2016) que, apesar de tratarem de estudos na linha da análise de conteúdo, falam que, em termos mais gerais, podem-se aplicar tais regras para quaisquer estudos. Assim definimos: 1) Regras claras de inclusão e exclusão nas categorias; 2) Categorias mutuamente excludentes; 3) Categorias não muito amplas; 4) Categorias suficientes para contemplar todos os conteúdos possíveis, e por fim; 5) Objetividade, sem depender da interpretação do analista.

3 ANÁLISE E RESULTADOS

Nesse momento são mostrados os resultados da análise, primeiramente com a exposição, por meio do quadro 1, dos principais elementos em cada estudo. Apresentamos, em ordem cronológica, os 11 que fizeram parte de forma definitiva de nossa análise.

Quadro 1: Autores, título, instituições e anos de publicação dos trabalhos.

	Autor	Título	Tipo	Instituição	Ano
1	ARAÚJO	Concepções dos alunos do ensino fundamental sobre equivalência entre equações do primeiro grau.	Dissertação	UFPE	2010
2	COSTA	Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau.	Dissertação	UFPE	2010
3	MUNIZ	Uma análise das técnicas utilizadas por alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, propostos em um livro didático do 7º ano do ensino fundamental.	Dissertação	UFMS	2010
4	LIMA	Erros no processo de resolução de equações do 1º grau	Dissertação	PUC-MG	2010
5	BARBOSA	Equação do primeiro grau em livros didáticos sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.	Dissertação	UEPB	2011
6	SANTOS	Uma metanálise qualitativa de dissertações brasileiras.	Dissertação	UNICAMP	2013
7	HUMMES	Aprendizagem Significativa de Equações de Primeiro Grau: Um Estudo sobre a Noção de Equivalência como Conceito Subsunçor.	Dissertação	UFRGS	2014
8	SANTOS	Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau.	Dissertação	UFPA	2014
9	BARBOSA	Praxeologia do professor: Análise comparativa com os documentos oficiais e do Livro Didático, no ensino de	Tese	UEPB	2017

		equações polinomiais do primeiro grau.			
10	OLIVEIRA	Equações polinomiais: da equação de 1º grau à Teoria de Galois.	Dissertação	UFG	2017
11	SANTOS	Equação polinomial de primeiro grau: uma análise da Abordagem na literatura e em livros didáticos.	Dissertação	UFOB	2020

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da análise dos trabalhos.

3.1 Estudos sobre concepções, técnicas e erros dos alunos

Os estudos analisados nessa categoria são os que utilizaram como foco a análise de pensamentos e técnicas em resolução de problemas em sala de aula, com foco nas atividades dos alunos. A síntese dos trabalhos analisados nessa categoria é apresentada no quadro 2 e descritos em seguida.

Quadro 2: Estudos sobre concepções, técnicas e erros de alunos

Autor/Ano	Objetivo/questão de pesquisa	Conclusões /sugestões
Araújo (2010)	Identificar as concepções de equivalência entre equações que os alunos mobilizam quando resolvem problemas que envolvam equações do primeiro grau./ Quais concepções de equivalência os alunos do ensino fundamental mobilizam quando resolvem equação do primeiro grau?	As concepções <i>solução por resolução</i> e <i>solução por definição</i> são as mais mobilizadas, as concepções de equivalência entre equações são mobilizadas, mesmo que os sujeitos não conheçam essa expressão, a concepção simetria é a menor incidência entre as concepções relacionadas às propriedades de equivalência.
Costa (2010)	Investigar em que medida os fatores de não congruência influenciam na conversão da escrita natural para a algébrica nos problemas envolvendo equações do primeiro grau / Em que medida os fatores de não congruência influenciam na conversão da escrita de problemas envolvendo equações do 1º grau?	A influência dos fatores de não congruência pode ter interferido na taxa de sucesso da conversão, de modo que a presença de pelo menos um fator variava as taxas de registros esperados, porém não foi possível investigar qual influência que os outros fatores externos puderam exercer.
Muniz (2010)	Analisar as técnicas utilizadas por alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau. / Em que medida as práticas e os argumentos dos alunos na resolução de problemas, que podem ser resolvidos por meio de equação do primeiro grau, contribuem com o fazer matemático?	Quando os alunos resolvem um problema, reproduzem o discurso do professor, bem como os conhecimentos adquiridos ao longo de sua vivência social no processo de aprendizagem. / Há sugestão de incentivo aos alunos para a criação de pequenos comentários, quanto às técnicas utilizadas, seguidas de socializações, pois ao aluno tentar explicar aos colegas de grupo a técnica empregada, a aprendizagem é promovida.
Lima (2010)	Levantar, identificar, categorizar e analisar os procedimentos e erros que os alunos de um curso pós-médio de uma instituição federal de ensino cometem ao resolver equações do primeiro grau. / Questão de pesquisa não identificada.	Num universo de sete tipos de equações, foram elencadas quinze categorias de erros, que se diagnosticadas e analisadas pelo professor podem favorecer o entendimento de conceitos e procedimentos. / Os professores devem assumir uma nova postura, diagnosticando o erro e sanando as dúvidas que porventura o aluno tenha.
Hummes (2014)	Analisar se a compreensão da noção de equivalência é um conceito subsunçor	A noção de equivalência é um conceito fundamental para a Aprendizagem Significativa

	necessário para a Aprendizagem Significativa de equações. / A compreensão do conceito de equivalência, a partir da associação entre o equilíbrio de uma balança de dois pratos e a igualdade existente entre os termos de uma equação, pode facilitar aprendizagem significativa de equações do primeiro grau?	de equações do primeiro grau, mas não é o único conceito necessário. / O dispositivo virtual balança de dois pratos se mostrou um conceito subsunçor presente nas estruturas cognitivas dos alunos e deve ser utilizado de forma facilitar o aprendizado.
--	--	---

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da análise dos trabalhos.

Araújo (2010) realizou uma pesquisa que investigou as concepções dos alunos sobre equivalência entre equações do 1º grau. A autora elaborou um teste com questões para identificar as concepções de equivalência mobilizadas pelos alunos quando definem, dão exemplos e resolvem problemas de equações do primeiro grau.

Para basear seu estudo, dentre os principais autores, Araújo (2010) utilizou as ideias de Zalman Usiskin, associando as concepções da Álgebra com quatro tipos de pensamentos, como Aritmética generalizada, como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, como estudo de relações entre grandezas e, como estudo das estruturas.

O teste foi aplicado a 334 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, de cinco escolas particulares do agreste pernambucano. Cada sujeito teve o tempo de 50 minutos para responder de forma individual sete questões, que foram desenvolvidas de forma a contemplar categorias como: solução por definição, solução por substituição, solução por resolução, tratamento algébrico realizado no processo de resolução, sinônimos de igualdade, palavras correlatas, reflexividade, simetria e transitividade.

Araújo (2010) verificou, por meio de seus resultados, que a concepção de simetria foi a de menor incidência entre as concepções relacionadas às propriedades de equivalência, já a concepção operacional do sinal de igual foi a ideia que persistiu. Assim, a autora verificou que as soluções apresentadas pelos sujeitos pareceram não ter significado para eles, tornando-se uma forma puramente mecânica de realização da resolução. Apesar dos resultados apontarem para o uso prioritariamente de procedimentos, Araújo (2010, p.27) fez a seguinte observação: “as concepções de equivalência entre equações são mobilizadas muitas vezes, mesmo que os sujeitos não conheçam esta expressão”.

Costa (2010) realizou um estudo que trata da conversão da escrita usual para registros em linguagem algébrica, a partir de problemas envolvendo equações de primeiro grau. Para sua base teórica, apoiou-se na teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, considerando a diversidade de registros para a compreensão matemática.

Assim, de forma específica, Costa (2010) se propôs a investigar em que medida os “fatores de não congruência” (correspondência semântica das unidades de significado, univocidade semântica terminal, e conservação da ordem das unidades de significado) influenciam na conversão da escrita natural para a escrita algébrica.

A metodologia consistiu na elaboração e aplicação de 8 problemas em uma turma do 8º ano de uma escola particular de Recife, no estado de Pernambuco. Cada um dos problemas possuía variações nos fatores de não congruência, de modo que fosse possível investigar a influência desses fatores, conforme o objetivo da pesquisa.

Em seus resultados, Costa (2010) destacou que a influência mais comum foi a de operar com multiplicação e divisão ao mesmo tempo, o sujeito tende a acreditar que assim como existe comutatividade na multiplicação há também na divisão. Outra influência gerada pela presença do fator ordem das unidades de significado foi em relação à dificuldade estabelecida entre rótulo e incógnita, por exemplo, a relação “a idade de Abreu é 3 vezes a de Júlio” é convertida para o registro algébrico “ $3A = J$ ”, e não o contrário como seria o esperado. Nesse caso há uma confusão por parte dos estudantes.

O fator correspondência semântica pode ter gerado erros relacionados a não associação dos signos, fazendo com que o sujeito realizasse a associação incorreta entre os signos da linguagem natural e os signos da representação algébrica. Ele converte “o triplo da quantidade de brinquedos de Rita é igual à quantidade de brinquedos de Juca” por $R+3+J$. Também foi observada uma mistura de sistema semiótico algébrico com escrita natural. Os alunos iniciam a conversão, mas, quando lhes falta o conhecimento de um signo no registro algébrico para substituir o da escrita natural, eles escrevem as palavras por extenso, literalmente.

Após toda a análise, Costa (2010) concluiu que a influência dos fatores de não congruência pode ter interferido na taxa de sucesso da conversão, de modo que a presença de pelo menos um fator variava as taxas de registros esperados, porém não foi possível investigar qual influência que os outros fatores externos poderiam exercer.

Muniz (2010) realizou um trabalho no qual analisou as técnicas utilizadas pelos alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau e, assim, descreveu as praxeologias didáticas e matemáticas de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Muniz (2010) partiu de uma análise de documentos, com tratamento praxeológico, buscando responder em que medida as práticas e os argumentos dos alunos na resolução de problemas, que podem ser resolvidos por meio de equação do primeiro grau, contribuem com o fazer matemático.

Para sua base teórica, Muniz (2010) buscou por noções da história das disciplinas escolares e também as contribuições da Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard, que subsidiou suas análises referentes às organizações didáticas e matemáticas. Metodologicamente, o autor assumiu a pesquisa do tipo etnográfico, justificando que, por meio desta, é possível entender a maneira como os alunos desenvolvem suas técnicas na resolução de problemas e quais os caminhos escolhidos.

Para a coleta dos dados, o autor utilizou problemas que foram retirados dos livros didáticos da coleção “Tudo é Matemática”, do autor Luiz Roberto Dante. A produção dos dados se deu em uma escola municipal de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul, e o universo de investigação foi composto por duas turmas do 8º ano.

Como resultados, Muniz (2010) apontou para a dificuldade de os alunos compreenderem a passagem da aritmética para a álgebra e também revelou que os alunos investigados fazem matemática na direção da aprendizagem mais passiva, característica do ensino tradicional de regras, pois, quando um aluno desenvolve uma técnica não muito utilizada na sala de aula, seus colegas de grupo não a aceitam e, em caso de possível erro, passam toda a responsabilidade da técnica para o aluno que respondeu o problema.

Assim, o autor sugere, em seu texto, que os professores de Matemática diminuam a distância entre o ensino e a aprendizagem, adotando “práticas nas salas de aulas que se enquadrem à realidade em que o aluno está inserido, na tentativa de tornar o estudo mais significativo.” (MUNIZ, 2010, p. 130)

Uma discussão com um olhar diferente é encontrada no texto de Lima (2010), que faz o levantamento, identificação, categorização e análise dos erros cometidos por alunos de um curso pós-médio de uma instituição federal nos procedimentos de resolução de equações. Segundo o autor, a pesquisa teve uma abordagem qualitativa, e justificou essa escolha com o argumento de que o “estudo foi monitorado por meio de vários instrumentos [...] de modo a, assim, permitir a obtenção de um número elevado de detalhes que possibilitasse uma análise aprofundada [...] e uma maior confiabilidade nas conclusões” (LIMA, 2010, p. 25).

Lima (2010) descreveu seu caminho metodológico, expondo que realizou, primeiramente, uma revisão bibliográfica, seguida de um levantamento do perfil dos sujeitos da pesquisa e da escola. Após isso, buscou uma concepção dos erros ao longo da história da Educação Matemática e, então, um estudo da categorização dos erros específicos em equações do 1º Grau. A partir disso, Lima (2010) fez a verificação, nos livros didáticos, sobre como é

realizada a abordagem do ensino das equações do 1º Grau, o que permitiu a escolha das equações utilizadas na elaboração do instrumento, para a aplicação e coleta das informações.

Após o levantamento dos erros apresentados na resolução das equações utilizadas na referida pesquisa, Lima (2010) classificou os seguintes tipos de erros: 1) Erros quanto aos resultados da soma algébrica dos termos de uma equação (soma numérica incorreta, soma algébrica incorreta, soma de termos em x com termos independentes); 2) Erros quanto à aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo (transposição de termos em x, sem alterar o sinal, transposição de termos independentes sem alterar o sinal); 3) Erros quanto a resultados indeterminados ou impossíveis de uma equação; 4) Erros quanto ao desenvolvimento de soluções de equações que apresentam coeficientes fracionários; 5) Erros quanto à ordem das operações a serem efetuadas; 6) Erros quanto à aplicação da propriedade distributiva; 7) Erros quanto à transcrição de dados da questão.

Os resultados de Lima (2010) mostram que a maior incidência de erros na resolução de equações provém de operações aritméticas. Muitos alunos sentem dificuldades em somar números inteiros com sinais diferentes, como, por exemplo, a operação $2 - 9 = 7$, ou seja, mostram a dificuldade no entendimento de significado da operação que estão realizando. Assim como ocorreram, segundo Lima (2010), muitos erros referentes à soma de termos não semelhantes, como, por exemplo, de $3x$ somados com 3 resultar em $6x$. Aliás, esse é um tipo de erro também comum, em que o aluno, por conveniência, transcreve elementos inexistentes ou, o contrário, esquece-se de transcrever as variáveis para o restante da solução, omitindo assim alguns elementos necessários aos procedimentos.

Hummes (2014) realizou um estudo com a finalidade de analisar, à luz da teoria de David Ausubel, se a compreensão da noção de equivalência é um conceito subsunçor necessário para a Aprendizagem Significativa de equações do primeiro grau. Nesse sentido, Hummes (2014) procurou investigar se atividades que relacionam o equilíbrio em uma balança de dois pratos com uma igualdade entre os termos podem ser organizadores prévios.

A pesquisa usou uma abordagem qualitativa, tendo como método o estudo de caso. O estudo foi desenvolvido em uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede municipal de ensino de Porto Alegre. A produção dos dados ocorreu durante os meses de maio e junho de 2013, sendo realizada a partir da elaboração, da aplicação e da análise de uma sequência didática. Como instrumentos de produção de dados, foram utilizados os registros escritos dos alunos, fotografias, gravações das aulas e um questionário final para

coletar as principais impressões dos alunos após o desenvolvimento da sequência didática, além das observações registradas no diário de campo do pesquisador.

Para as atividades em si, foram utilizados dois Objetos Digitais de Aprendizagem (ODAs), que utilizam a balança de dois pratos como suporte representacional. O primeiro é o material intitulado “Equação do 1º grau”, que trata de slide show, com animação, que faz parte do acervo do Banco Internacional de Objetos Educacionais do Ministério da Educação (BIOE/MEC); e o segundo é o *software* “Balanza Algebraica”, que permite resolver equações do primeiro grau a partir da interação com uma balança de dois pratos virtual.

Assim, Hummes (2014) utiliza o primeiro ODA para introduzir o conteúdo, aproveitando a animação para explicar o funcionamento de uma balança de dois pratos e fazer relação com o assunto algébrico. Já o uso do software tem o intuito de fazer o aluno refletir, por meio da interação com a balança, com indagações sobre as regularidades observadas e tentativas de resolução bem ou malsucedidas.

Os resultados de Hummes (2014) mostraram que a noção de equivalência é um conceito fundamental, configurando-se como conceito subsunçor, para a Aprendizagem Significativa de equações do primeiro grau, mas destaca que não é o único. O estudo também mostrou que as tecnologias auxiliam no desenvolvimento de significação dos conteúdos, desde que haja um planejamento criterioso do professor sobre a sua utilização em sala de aula.

Em geral, os trabalhos de Araújo (2010), Costa (2010), Muniz (2010) Hummes (2014), que compõem esta categoria, nos indicam, entre outros fatores, que ao analisar as concepções de alunos, ainda há predominância da apreensão de técnicas e procedimentos algébricos, mas que, quando oportunizados os usos de ferramentas que agregam em significado prático, como a balança de dois pratos, o processo de aprendizagem significativa do aluno é potencializado.

Em Lima (2010), temos um olhar mais específico para as análises dos erros. O autor destacou que os principais erros são cometidos pela soma incorreta dos termos de uma equação (soma numérica incorreta, soma algébrica incorreta, soma de termos em x com termos independentes), assim como pela aplicação dos princípios aditivo e multiplicativo.

A seguir, ampliando a discussão, faremos as análises dos estudos que tratam das equações a partir do olhar, das concepções e praxeologias de professores que ensinam o assunto.

3.2 Estudos sobre concepções e praxeologias dos professores

Quadro 3: Estudos sobre concepções e praxeologias dos professores.

Autor/Ano	Objetivo/questão de pesquisa	Conclusões /sugestões
Santos (2014)	Verificar quais características do modelo epistemológico dominante no ensino de álgebra são reveladas nas concepções dos professores. / Em que medida a constituição de um sistema didático com características de um Percurso de Estudo de Pesquisa interfere na epistemologia espontânea de professores de matemática em formação continuada sobre o ensino de equações do primeiro grau?	A principal fonte de consulta para organização matemática e didática dos professores é o livro didático. A álgebra é vista como um prolongamento e generalização das práticas aritméticas e isso interfere diretamente no ensino. Em relação às dificuldades mais percebidas, há a indicação no que diz respeito à manipulação de expressões algébricas com incógnitas, haja vista a dificuldade de atribuir para a incógnita um significado preciso.
Barbosa (2017)	Analisar e comparar as praxeologias, em documentos oficiais, no livro didático e do professor, ao ensino de equações polinomiais do primeiro grau, investigando as relações de conformidade entre eles. / As relações institucionais almejadas nos livros didáticos e documentos oficiais para o ensino de álgebra, sobre equações polinomiais do primeiro grau, em comparação com as praxeologias são efetivadas em sala de aula?	Os professores balizaram suas aulas nas sequências sugeridas pelos autores dos livros didáticos; utilizaram a metáfora da balança de dois pratos, com exceção de um professor; desenvolveram as técnicas mais próximas das resoluções que os autores dos livros propuseram. Os documentos oficiais não exerceram quase nenhuma influência na prática dos docentes participantes da pesquisa. (p.213)
Oliveira (2017)	Aprimorar os conhecimentos de professores de Matemática do Ensino Básico referentes à resolução de equações polinomiais, bem como ampliar tal conhecimento, fazendo o estudo de grupos, corpos, anéis e da Teoria de Galois. / Questão de pesquisa não identificada.	O estudo fornece subsídios teóricos com os aspectos históricos e a compreensão das deduções das fórmulas resolutivas, envolvendo equações de 3° e 4°; trabalha os assuntos envolvendo grupos, subgrupos, anéis, corpos e, principalmente, a Teoria de Galois, afirmando que polinômios gerais de grau maior ou igual a 5 que não são da forma geral, só são solúveis por meio de radicais, caso pertençam ao grupo de Galois. / Ressalta o uso das tecnologias, como softwares matemáticos para auxílio do professor em tarefas de aula.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da análise dos trabalhos.

O primeiro trabalho analisado nessa categoria foi o de Santos (2014), que investigou as epistemologias espontâneas de professores de Matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau. O intuito de Santos (2014) foi de responder quais características são reveladas nas concepções dos professores no modelo epistemológico dominante no ensino de Álgebra.

A pesquisa de Santos (2014) foi realizada com 23 professores de Matemática, então alunos da especialização em Didática da Matemática na Universidade Federal do Pará, sobre suas concepções acerca da Álgebra e seu ensino, e como introduziam o tema “Equações do primeiro grau” em suas aulas no ensino básico. A principal fundamentação foi a Teoria Antropológica do Didático, a qual possibilitou a análise de modelos relativos ao ensino e aprendizagem de tópicos de Álgebra.

A coleta de dados para análise ocorreu em 06 sessões, nas quais foram desenvolvidas a aplicação de questionário; socialização de ideias e concepções acerca de Álgebra e seu ensino; estudo epistemológico do objeto Equações do Primeiro Grau; discussão sobre as concepções de Álgebra segundo Usiskin; estudo sobre as características da Álgebra como aritmética generalizada e; exposição das práticas de sala de aula dos sujeitos investigados.

Para realização das sessões, Santos (2014) adotou como procedimento metodológico o Percurso de Estudo e Pesquisa que, segundo o autor, é um sistema didático composto por um grupo de sujeitos como, por exemplo, estudantes professores e pesquisadores que se reúnem com a finalidade de estudar uma questão de seu interesse no âmbito de uma atividade escolar, sob a orientação de um diretor de estudo ou pesquisador (SANTOS, 2014, p. 49).

Os resultados de Santos (2014) revelaram, quanto à epistemologia espontânea do professor, o predomínio da perspectiva da Álgebra no sentido de operação com letras e números, bem como de generalização de padrões, o que a caracteriza como aritmética generalizada. Neste sentido, a Álgebra é vista como um prolongamento e generalização das práticas aritméticas.

Barbosa (2017) desenvolveu um trabalho em que analisou de forma comparativa as praxeologias em documentos oficiais, no livro didático e as do professor, referentes ao ensino de equações do primeiro grau, investigando as relações entre eles. Durante a realização desse estudo qualitativo e de cunho etnográfico, foram analisadas as organizações matemáticas e didáticas de 3 professores, comparando-as com as dos livros de referência deles e com o modelo dominante prescrito nos documentos oficiais. A hipótese foi que o professor efetivaria suas praxeologias didáticas de acordo com o livro didático que ele tem como base em detrimento da base em documentos oficiais e livro didático utilizado pela escola.

Os resultados indicaram uma conformidade entre as praxeologias propostas pelos livros didáticos e as praxeologias efetivamente ensinadas pelos professores na sala de aula. Quanto à introdução do assunto de equações, dois dos três professores utilizaram o recurso da metáfora da balança de dois pratos. O único professor que não usou alegou como motivo o fato de a escola não dispor desse recurso. Barbosa (2017) ressaltou ainda que os professores desenvolvem suas técnicas mais próximas das sugestões dos livros.

Em relação aos documentos oficiais, a saber, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PC/PE), Barbosa (2017) concluiu que tais documentos praticamente não exercem nenhuma influência sobre a prática docente, e

ainda destacou que esses documentos tratam as equações do primeiro grau como uma ferramenta para resolver problemas dos contextos sociais tão somente.

Outro estudo dessa categoria é o de Oliveira (2017), que não foca o ensino e aprendizagem em seu estudo, mas sim o processo de entendimento e formação do professor de matemática no que tange a equações de 1º grau. O autor teve o objetivo de aperfeiçoar a compreensão de professores de Matemática no que tange à solução de equações polinomiais por meio de radicais, com enfoque na Teoria de Galois.

Assim, Oliveira (2017) desenvolveu seu texto tratando da história das Equações e da vida de Galois, salientando a ideia de equivalência, ao tratar de assuntos envolvendo grupos, subgrupos, anéis, corpos e, principalmente, a Teoria de Galois, e, de forma densa, trabalha esses conceitos no intuito de “municiar” o leitor.

A pesquisa em pauta se configura como um estudo puramente bibliográfico e aborda histórias relacionadas a resoluções de equações de 1º a 4º graus escritas na forma geral, mostrando o desenvolvimento das fórmulas resolutivas dessas equações, conceitos e propriedades envolvendo raízes de polinômios, no intuito de fornecer subsídios teóricos para que professores tenham oportunidade de olhar de modo mais específico o que já tem se desenvolvido nas salas de aula atualmente.

Não há resultados práticos no trabalho de Oliveira (2017) devido à ênfase escolhida pelo autor, porém há avanço no que diz respeito ao conhecimento histórico e conceitual da resolução de equações, como a exposição das deduções das fórmulas resolutivas de equações de 3º e 4º graus, envolvendo conceitos de grupos, subgrupos, anéis, corpos e, principalmente, a Teoria de Galois para as equações de graus superiores. Apesar dos resultados expressivos do trabalho de Oliveira (2017) não estarem explicitamente ligados às equações do primeiro grau, eles fornecem uma forma diferente de se pensar as resoluções de equações de qualquer grau.

Os trabalhos dessa categoria atestam que, na visão dos professores, em termos procedimentais, a álgebra é como um prolongamento e generalização das práticas aritméticas. Segundo os docentes, os conceitos algébricos, para serem ensinados, necessitam de serem antecidos por conceitos aritméticos. Em relação às dificuldades mais percebidas por esses professores, há a indicação da dificuldade da manipulação de expressões algébricas com incógnitas, haja vista a dificuldade de atribuir um significado preciso para elas.

Ao olhar para os resultados dos trabalhos analisados nessa categoria, podemos perceber também que as pesquisas apontam para o uso do significado prático das equações como um dos fatores que auxiliam no processo de aquisição do conhecimento algébrico. Isso

fica claro ao analisarmos que os professores buscam instrumentos práticos, como a balança de dois pratos. A seguir, ponderaremos sobre os estudos que realizaram análises de documentos e de livros didáticos que tratam do assunto de equações no ensino fundamental.

3.3 Estudos com análises de livros didáticos e documentos

A síntese dos trabalhos analisados nessa categoria é apresentada no quadro 4. Em seguida, são descritos os principais itens de cada trabalho, destacando-se o objetivo, a questão de pesquisa e as conclusões de cada autor. Dessa forma, é possível ter uma noção sintética de quais as perspectivas dos estudos.

Quadro 4: Estudos com análises de livros didáticos e documentos.

Autor/Ano	Objetivo/questão de pesquisa	Conclusões /sugestões
Barbosa (2011)	Analisar as possíveis mudanças sobre a introdução do conceito de equação do primeiro grau em livros didáticos. / O que ocorreu no processo de escrita dessas coleções didáticas após cinco anos de avaliação do PNLD?	As coleções não modificam as praxeologias matemáticas ao longo das avaliações, contudo, os autores modificaram suas coleções em relação às praxeologias didáticas.
Santos (2013)	Identificar e analisar, em investigações, as relações que se estabelecem entre as concepções de ensino de álgebra, os tipos de erros cometidos pelos alunos e os modos de os pesquisadores lidarem com eles. / Que tipos de erros e/ou dificuldades dos alunos em álgebra elementar podem ser identificados nas dissertações e quais os modos de os pesquisadores e/ou professores colaboradores dessas pesquisas lidarem com os erros no ensino e aprendizagem da álgebra elementar?	Foi possível perceber que os erros sintáticos que os alunos cometem são, geralmente, decorrentes da concepção e prática de ensino de álgebra privilegiada em sala de aula. Comumente, são erros de resolução, de uso inadequado de procedimentos, de alteração de sinais, dentre outros. / É necessária a compreensão de conceitos e significados algébricos, que permita uma exploração semântica da álgebra com o trabalho envolvendo situações investigativas que permitam a “descoberta”.
Santos (2020)	Descrever como a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e livros didáticos abordam o tema equação polinomial de primeiro grau. / Como a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática e livros didáticos abordam o tema equação polinomial de primeiro grau?	O livro didático ainda é a ferramenta base para consulta e planejamento de aula do professor. O livro preconiza o uso de técnicas recorrentes como propriedades da igualdade e das operações inversas, discutem métodos de resolução formais e apresentam o uso da balança de dois pratos como ferramenta facilitadora. / Há sugestão de implementação de tarefas, pois essa constitui um segmento poderoso da sala de aula para promoção do conhecimento algébrico.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir da análise dos trabalhos.

Em Barbosa (2011) encontramos um estudo sobre as equações do primeiro grau em livros didáticos, tomando como base a Teoria Antropológica do Didático, de Yves Chevallard. Com o objetivo de analisar possíveis mudanças nos livros em relação ao conceito de

equações, o autor buscou como referências para seu estudo, livros avaliados e aprovados no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), dessa forma, escolheu e se debruçou sobre 2 livros do 7º ano que constam nas avaliações do PNLD de 1999, 2002, 2005, 2008 e 2011, quantificando e comparando esses 2 livros ao longo dessas avaliações.

Segundo Barbosa (2011), a análise dos livros revelou que o ensino das equações do 1º grau é organizado em torno da resolução de equações que contemplam tarefas específicas, buscando elaboração e oficialização para resolver equações do tipo $ax+b = c$, em sua grande maioria, mostrando uma característica dos autores em se deter em exemplos mais simples para depois introduzir as equações mais complexas.

Barbosa (2011) expôs a percepção de que todas as coleções analisadas utilizam a figura da balança de dois pratos como parte introdutória do assunto, e assim buscam a formalização para depois trabalhar a partir de procedimentos para o encontro da incógnita.

Os resultados desse estudo também indicaram que as coleções não mudam as praxeologias matemáticas ao longo do tempo, contudo os autores modificaram suas coleções em relação às praxeologias didáticas, pois, na medida em que a sociedade vai mudando, novas exigências são incorporadas ao cotidiano escolar, como, por exemplo, o uso da tecnologia.

Santos (2013) realizou uma metanálise que objetivou identificar e analisar, em estudos que focam erros no ensino e aprendizagem da álgebra elementar, as relações que se estabelecem entre as concepções de ensino de álgebra e os tipos de erros cometidos pelos alunos. O autor teve como hipótese que os erros e dificuldades evidenciados em matemática estão diretamente relacionados com os modos de conceber e realizar o ensino da álgebra.

Para o alcance de seu objetivo, o autor teve como base os escritos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), bem como tratou das diversas concepções que o erro pode assumir no processo de ensino e aprendizagem. Com base nestas concepções de educação algébrica, o autor procurou relacioná-las com as concepções que estavam de forma implícitas ou explícitas nos trabalhos selecionados.

Santos (2013) destacou então as concepções adotadas, afirmando que é comum observar o ensino da álgebra baseado em regras e procedimentos para a resolução de equações, com maior ênfase nos símbolos do que nos significados. Dessa forma, falou sobre a concepção “letrista”, na qual o professor acredita que o importante no ensino da álgebra é a exaustão de técnicas de resolução das operações com letras, o que pode provocar no aluno determinados tipos de erros de origem procedimental, chamados de erros de sintaxe. Outra concepção tratada, porém pouco observada, é a “fundamentalista-estrutural”, que se baseia na

introdução das propriedades estruturais das operações para a justificação lógica de cada passagem do transformismo algébrico.

Dessa forma, Santos (2013) relatou que foi possível observar que erros estão diretamente ligados à Álgebra, como decorrentes da não aceitação da ausência de fechamento, erros relacionados a procedimentos incorretos para resolver equação e inequação, e outros erros mais gerais como erros de interpretação, erros decorrentes da falta de atenção.

Outra vertente identificada diz respeito à sugestão de uso da Modelagem Matemática e/ou propostas de ensino baseadas na investigação, pois estas fazem com que os alunos utilizem de forma adequada os procedimentos, além de favorecer a compreensão de conceitos, pensamento e significados algébricos, de forma que seja possível a superação e eliminação de erros, principalmente, os classificados como semânticos.

Em Santos (2020) encontramos um trabalho que abrange três partes de análise bem delimitadas, com três objetivos específicos, resultando em três artigos e um produto educacional, os quais compõem também os capítulos da sua dissertação. Santos (2020) pretendeu descrever como a literatura científica, publicada em periódicos com escopo em Educação Matemática, e livros didáticos, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), abordam o tema de equações.

Para tanto, foram realizadas buscas de artigos em periódicos, sendo selecionados 31 artigos que atenderam ao objeto de pesquisa. Em relação à análise dos livros didáticos, foram escolhidos três livros do 7º ano do Ensino Fundamental. O autor se propôs ainda a analisar de que forma tarefas matemáticas para o ensino de equações de primeiro grau promoviam as situações de aprendizagem de alunos.

Em seus resultados, referente aos artigos analisados, Santos (2020) revelou que há limitações no conhecimento do professor em relação a conceitos e resolução de problemas, porém, mostrou que esses profissionais, em sua prática pedagógica, lançam mão de diversos recursos como balanças de dois pratos, softwares, sequências de atividades eletrônicas para prepararem e ministrarem aulas sobre equações. Além disso, apontam também que a implementação de tarefas desafiadoras, diferentes e com alto grau de exigência cognitiva favorece o desenvolvimento do aluno.

No que se refere às análises dos livros didáticos, Santos (2020) expõe que as três obras abordam, como forma de resolução, o método das equações equivalentes, ou seja, utilizam as propriedades da igualdade para o encontro de equações equivalentes às equações dadas, e por meio da eliminação de coeficientes e termos chegam às respostas.

Quanto às tarefas analisadas, Santos (2020) constatou que o uso da diversificação de atividades com implementação de alto nível de exigência cognitiva pode favorecer o desenvolvimento de uma aprendizagem ampla e com significado. Segundo o autor, alguns elementos são comuns aos três capítulos da dissertação: 1) uso de tarefas como elemento organizador do processo de ensino e aprendizagem; 2) conhecimento do professor como principal elemento propulsor da aprendizagem; e 3) produção de significados para variáveis e símbolos algébricos, com consequente desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao analisar as similaridades dos trabalhos dessa categoria, podemos observar a importância que os livros didáticos ocupam nas práticas dos professores e das organizações escolares. Foi possível constatar que estes se configuram como base para a prática docente em sala de aula. Os trabalhos convergem com relação ao uso da balança de dois pratos como ferramenta facilitadora para a compressão dos conceitos de incógnitas, equação e processos de resolução por meio da ideia de equivalência.

5 CONSIDERAÇÕES

Nesse artigo tivemos o objetivo de apresentar um recorte de uma revisão de estudos, em teses e dissertações brasileiras, que abordam o ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau na sala de aula, revelando o que eles dizem sobre o cenário atual no que tange às praxeologias relacionadas a este tema.

Para responder à pergunta: : Quais as praxeologias encontradas em pesquisas sobre ensino de equações do primeiro grau na educação básica desde os anos 2010 até os dias atuais? Realizamos a seleção de trabalhos com essa temática e, em seguida, analisamos, por meio da leitura de cada um, elencando por categorias as principais características que eles apresentam.

Primeiramente, observamos que os autores apontam fortemente para o uso de significados práticos das equações como um dos fatores que auxiliam no processo de aquisição do conhecimento algébrico. Nesse sentido, um dos artefatos mais utilizados apontados nas pesquisas é a balança de dois pratos, seja em sua forma física, pictórica ou virtual, um dado muito relevante para o trabalho em sala de aula.

Ao analisar as concepções de alunos expostas nos trabalhos analisados, concluímos que ainda há predominância da apreensão de técnicas e procedimentos algébricos, mas que,

quando oportunizados, os usos de ferramentas que agregam em significado prático, tendem a potencializar o processo de aprendizagem significativa, como exposto no parágrafo anterior.

Quando se abordam os erros dos alunos, há aqui um destaque para o uso inadequado de procedimentos com fins em si mesmos, gerando erros que na maioria das vezes estão no âmbito sintático, geralmente, decorrentes da concepção e prática mecanicista de ensino de álgebra privilegiada em sala de aula.

No que tange ao pensamento e atitudes docentes, percebemos que, apesar de conhecimentos relativamente avançados em relação às metodologias de ensino da atualidade, os professores tendem a seguir um modelo didático que promove o uso de regras de resolução em detrimento dos significados, desenvolvem suas práticas mais próximas das sugestões dos livros didáticos que usam como referência. Vale destacar que os professores analisados apontam a falta de conhecimento aritmético prévio dos alunos como a maior dificuldade para o aprendizado algébrico e, em consequência, os conceitos de equações do primeiro grau.

Há uma observação também quanto às bases teóricas apresentadas nos trabalhos em geral. No que se refere aos teóricos sobre o ambiente didático, destacam-se os nomes de Yves Chevallard, David Ausubel, Guy Brosseau, entre outros, já em relação ao desenvolvimento histórico das resoluções de equações os autores fazem uso, principalmente, das ideias de Garbi e de Eves, o que nos indica que são autores de referência para o campo, no conhecimento dos professores da educação básica.

Destacamos aqui também, a partir dos resultados analisados, o papel dos softwares para uso didático, pois apareceram em diversos trabalhos como sugestões de uso em sala de aula. Segundo os autores, os softwares facilitam a visualização de algumas propriedades operatórias da igualdade que são necessárias para o bom entendimento dos procedimentos de resolução de uma equação, além de trabalhar a interatividade e o lúdico em sala.

Por fim, de forma geral, a revisão dos estudos apresentada nos permitiu concluir sobre a grande importância do ensino de equações em todos os níveis de ensino, entretanto as pesquisas têm se preocupado com alguns níveis de ensino apenas em detrimento de outros. Observamos uma importante informação, a de que existem poucos estudos que se ocupam dos conceitos primários ou aprofundados de equações seja no ensino das séries iniciais ou no ensino médio; a maior parte dos estudos aborda o processo de ensino e aprendizagem das equações, principalmente direcionados para o 7º ano do ensino fundamental.

Diante do exposto, e de acordo com nossos limites neste texto, salientamos que as pesquisas apontam para um cenário de avanço no que tange à indentificação de problemas e

implementação de melhorias para o ensino de equações, porém ainda há dificuldades no processo de aquisição dos conhecimentos algébricos, o que nos leva ao pensamento de que existe uma urgência em relação a uma mudança prática de paradigmas no processo de ensino e aprendizagem desse assunto.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Tânia Maria Cantinho Paredes de. **Concepções dos alunos do Ensino Fundamental sobre equivalência entre equações do primeiro grau**. 115f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3818>> Acessado em 30/10/2023.

BARBOSA, Edelweis José Tavares. **Equação do primeiro grau em livros didáticos sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011. Disponível em: <<https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/1833>> Acessado em 10/10/2023.

BARBOSA, Edelweis José Tavares. **Praxeologia do professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau**. Tese de doutorado, UFRPE. 2017. Disponível em: <<http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/7055>> Acessado em 30/10/2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CARLOMAGNO, Márcio C; ROCHA, Leonardo Caetano da. Como criar e classificar categorias para fazer análise de conteúdo: uma questão metodológica. **Revista Eletrônica de Ciência Política**, [S.l.], v. 7, n. 1, jul. 2016. <http://dx.doi.org/10.5380/recp.v7i1.45771>.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **ESTUDOS AVANÇADOS (ONLINE)**, v.32, p. 171-187, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?lang=pt#>.

COSTA, Wagner Rodrigues. **Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau**. 106 f. Dissertação (Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3808>>. Acesso em: 08/05/2022.

HUMMES, Viviane Beatriz. **Aprendizagem Significativa de Equações de Primeiro Grau: Um Estudo sobre a Noção de Equivalência como Conceito Subsunçor**. 124f. Dissertação (Mestrado Profissional em ENSINO DE MATEMÁTICA). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/98632>> Acessado em 08/05/2022.

LIMA, Duílio Tavares de. **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau**. 223 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em ensino). Pontifícia Universidade Católica de

Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Disponível em:

<http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_LimaDT_1.pdf> Acesso em: 08/05/2022.

MARTINS, Adriano de Moraes. **Uma metanálise qualitativa das dissertações sobre equações algébricas no ensino fundamental**. 2008. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em:< <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11350>> . Acessado em: 04/12/2023.

MUNIZ, Anderson Soares. **Uma análise das técnicas utilizadas por alunos na resolução de problemas algébricos do primeiro grau, propostos em um livro didático do 7º ano do ensino fundamental**. 143 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

MIRANDA, N. de J. F. de; SANTOS, M. de L. S.; SÁ, P. F. de. Engenharia didática como metodologia de pesquisa nos trabalhos publicados no EBRAPEM (2014-2021). **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 1, p. e23090, 2023. <https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.15208>

OLIVEIRA, Daniell Ferreira de. **Equações Polinomiais: da Equação de 1º Grau à Teoria de Galois**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017. Disponível em: < https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFMG_a6921d8a036d32c1f3f2b44d3980fe4a>. Acesso em: 06/12/2023.

PIRES, Flávio de Souza. **Metanálise de pesquisas brasileiras que tratam do desenvolvimento do pensamento algébrico na escola básica (1994-2014)**. 2018. 140f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos. São Paulo, 2018. Disponível em: < <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/10323>>. Acesso em: 06/12/2023.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. **As pesquisas denominadas do tipo “Estado da Arte” em educação**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, set/dez. 2006.

SANTOS, Alex Bruno Carvalho dos. **Investigando epistemologias espontâneas de professores de matemática sobre o ensino de equações do primeiro grau**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Universidade Federal do Pará, Belém, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufpa.br/jspui/bitstream/2011/8533/1/Dissertacao_InvestigandoEpistemologiasEspontaneas.pdf>. Acesso em 06/12/2023.

SANTOS, Francelino Bomfim. **Equação polinomial de primeiro grau: uma análise da abordagem na literatura e em livros didáticos**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Universidade Federal do Oeste da Bahia, 2020. Disponível em: <<https://ufob.edu.br/ensino/pos-graduacao/profmat/dissertacoes-e-teses/dissertacoes-e-teses-2020/mestrando-francelino-bomfim-santos-defesa-22-07-2020-orientador-joubert-lima-ferreira.pdf>>. Acesso em: 06/12/2023.

SANTOS, Sueli dos Prazeres. **Erros e dificuldades de alunos em Álgebra elementar: Uma metanálise qualitativa de dissertações brasileiras de mestrado**. Dissertação (Mestrado em

Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.
Disponível em: <<https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/917510>>. Acesso em 12/2022.

SILVA, Mariana Aguiar Da. **A aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: o processo de aquisição conceitual**. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em educação científica e Matemática) - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL, Mato Grosso do Sul/ Dourados, 2018.

VIZOLLI, I.; SÁ, P. F. Um estado do conhecimento em relação a formação continuada para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental na Amazônia legal brasileira. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 650–669, 2020. <https://doi.org/10.26571/reamec.v8i3.11022>

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

FINANCIAMENTO

Não houve financiamento.

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Introdução: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Referencial teórico: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Análise de dados: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Discussão dos resultados: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Conclusão e considerações finais: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Referências: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Revisão do manuscrito: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

Aprovação da versão final publicada: Hugo Carlos Machado da Silva e Pedro Franco de Sá

CONFLITOS DE INTERESSE

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmico, político e financeiro referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

Os autores declararam a disponibilização de todos os dados referente a este manuscrito.

PREPRINT

Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

COMO CITAR - ABNT

SILVA, Hugo Carlos Machado da; SÁ, Pedro Franco de. Pesquisas teóricas sobre ensino de equações do primeiro grau na educação brasileira. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 12, e24044, jan./dez., 2024.

COMO CITAR - APA

Silva, H. C. M. da, Sá, P. F. de. (2024). Pesquisas teóricas sobre ensino de equações do primeiro grau na educação brasileira. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 12, e24044.

DIREITOS AUTORAIS

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF

Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao>



OPEN ACCESS

Este manuscrito é de acesso aberto (*Open Access*) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (*Article Processing Charges – APCs*). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la - ou seja, quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.



LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE

Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto [iThenticate](https://www.turnitin.com/) da Turnitin, através do serviço [Similarity Check](https://www.similarity.com/) da [Crossref](https://www.crossref.org/).



PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](https://portal.periodicos.ufmt.br/). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.



EDITOR

Dailson Evangelista Costa  

AVALIADORES

Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este manuscrito e não autorizaram a divulgação dos seus nomes.

HISTÓRICO

Submetido: 05 de janeiro de 2024.

Aprovado: 03 de maio de 2024.

Publicado: 27 de julho de 2024.