

VERSOS COM ASPECTOS MATEMÁTICOS N'A *DIVINA COMÉDIA*, DE DANTE ALIGHIERI*

VERSES WITH MATHEMATICAL ASPECTS IN DANTE ALIGHIERI'S DIVINE COMEDY

VERSOS CON ASPECTOS MATEMATICOS EN LA DIVINA COMEDIA DE DANTE ALIGHIERI

Bruno D'Amore** 

RESUMO

Embora haja já muitíssimos estudos de vários autores dedicados à análise da presença da matemática na obra de Dante, e em particular n'A *Divina Comédia*, com estupefação se percebe que sempre existe algum ângulo inesperado ou algum verso que pode, ainda, fornecer elementos para reflexão e estudo; a estupefação é cessada cada vez que se reflete sobre a grandeza da ópera. Desejando sinalizar brevemente algumas disciplinas que constituem a matemática, seria impossível fazê-lo conter-se em poucas páginas; aceno a outras análises minhas sobre geometria, lógica e probabilidade (D'AMORE, 1991; 1993; 1995; 2020), e limito-me a duas ou três ideias sobre aritmética e geometria.

Palavras-chave: Matemática e literatura. *A Divina Comédia*. Dante Alighieri. Aritmética. Geometria.

ABSTRACT

Although there have already been many studies by various authors dedicated to analyzing the presence of mathematics in Dante's work, and in particular in *The Divine Comedy*, with great amazement, we realize that there is always some unexplored angle or verse that can still serve as an argument for reflection and study; the amazement ceases every time one reflects on the grandeur of the opera. Wanting to even briefly mention the different disciplines that constitute mathematics, it would be impossible to do so in a few pages; I therefore refer to other analyses of mine on geometry, logic and probability (D'AMORE, 1991; 1993; 1995; 2020), and limit myself to two or three ideas on arithmetic and geometry.

Keywords: Mathematics and literature. *The Divine Comedy*. Dante Alighieri. Arithmetic. Geometry

RESUMEN

Aunque en la actualidad son numerosos los estudios de diversos autores dedicados al análisis de la presencia de las matemáticas en la obra de Dante y, en particular, en la *Divina Comedia*, es con gran asombro como uno se da cuenta de que siempre queda algún rincón inexplorado o algún verso que aún puede proporcionar un tema de reflexión y estudio; el asombro cesa cada vez que se reflexiona sobre la grandeza de la obra. Queriendo tan sólo hacer breves referencias a las diversas disciplinas que constituyen las matemáticas, sería imposible contenerlas en unas pocas páginas; por ello remito a mis

* Tradução de Rafael Montoito e Andreia Dalcin.

** Ph.D. in Mathematics Education University pela Universidade de Nitra (Eslováquia); Ph.D. Honoris causa pela Universidade de Chipre; Membro da Academia de Ciências de Bologna (Itália). E-mail: bruno.damore@unibo.it.

otros análisis sobre geometría, lógica y probabilidad (D'AMORE, 1991, 1993, 1995, 2020), y me limito a dos o tres puntos sobre aritmética y geometría.

Palabras clave: Matemáticas y literatura. *La Divina Comedia*. Dante Alighieri. Aritmética. Geometría.

1 INTRODUÇÃO

A exploração e o destaque dos muitíssimos conteúdos matemáticos na obra de Dante, em geral, e na *Comédia*¹ em particular, remontam há, pelo menos, um século. Entretanto, a combinação entre “cultura humanística” e “científica” ainda surpreende a algumas pessoas.

Na análise da presença de versos e temas com aspectos matemáticos na produção de Dante, limito-me aqui a poucos exemplos, distinguindo-os mais por pertinência matemática do que por motivos ligados à lírica do Poeta Supremo, apontando a quem queira saber mais sobre este assunto os textos citados na bibliografia. Dedicar-me-ei apenas à aritmética e à geometria, as pedras angulares históricas da matemática, todavia advertindo que há momentos altamente significativos que tratam de lógica e de ótica geométrica – para conhecê-los, aponto novamente à bibliografia.

Estes estudos matemáticos não têm relação alguma com a numerologia, sobre o que se enfurecem os estudiosos amadores ou os obstinados caçadores de metáforas numéricas; é bem sabido que, na lírica medieval, a presença de “medidas métricas” e números era notável [basta pensar em Petrarca² (1304 – 1374) e suas “estrofes”]; e que o misticismo numerológico era mais forte do que hoje, que é mera curiosidade; contudo seria inútil perturbar a matemática com este tipo de banalidades aritméticas.

Ao contrário, o que desejo fazer aqui é apresentar versos nos quais a matemática tem um papel sério, assaz significativo, também para demonstrar que, no Medievo, e especialmente em Dante, falar de “duas culturas” é, no mínimo, enganoso.

¹ [Nota dos Tradutores] É comum, ao longo deste texto, seu autor se referir à obra *A Divina Comédia*, de Dante Alighieri (1265 – 1321), apenas por *Comédia*. Sempre que se fez necessário citar, dessa, algum trecho, os tradutores optaram por não o traduzir, mas buscar uma tradução para a língua portuguesa já reconhecida no meio editorial – neste caso, foi usada, para consulta, a edição bilíngue *A Divina Comédia*, com tradução e notas de Italo Eugenio Mauro, publicada pela Editora 34 em 1998.

² [N. T.] Francisco Petrarca (1304 – 1374) foi um intelectual, poeta e humanista italiano, que se tornou famoso pelas suas composições poéticas. Foi baseado no trabalho de Petrarca, Dante e Boccaccio que Pietro Bembo, gramático, historiador e cardeal veneziano, criou o modelo para o italiano moderno, no século XVI, o qual foi posteriormente adotado pela *Accademia della Crusca*, que até hoje reúne os maiores filologistas italianos.

2 ARITMÉTICA

Depois de 1290 (portanto, aos 25 anos) e por cerca de 30 meses, Dante estudou filosofia e, em particular, Boécio³ (como percebemos no *Convívio*⁴). Contudo, Anício Manlio Torquato Severino Boécio (480 – 524) (autor de *A consolação da filosofia*) não é apenas o tradutor das obras de Nicômaco⁵ (séc. IV a.C.) e de Euclides (séc. IV – III a.C.), mas também um valente matemático, autor de reconhecidos tratados de Geometria e de Aritmética; escreveu, por exemplo, um *De Institutione Arithmetica*⁶ (Dante o encontra em Paraíso X 125-129⁷).

Qual e quanta aritmética conhecia Dante? É bem sabido que *A Divina Comédia* é riquíssima de referências numerológicas; porém, para o cálculo necessário à numerologia não é mister uma grande habilidade aritmética. Não é, portanto, ao Dante numerólogo que se deve olhar para ter a resposta de nossa pergunta, mas sim dirigir a atenção à presença de um verdadeiro e particular conhecimento aritmético. Sobre este propósito, muitos autores já o abordaram com autoridade, como por exemplo Beniamino Andriani (1981). Acrescentarei, portanto, considerações, com poucas esperanças de que sejam novidades.

Sabemos que Dante estudou no convento franciscano de Santa Cruz, em Florença, e depois, ao que parece, no convento domenicano de Santa Maria Novella, primeiramente um *Studium Solenne*⁸ e depois, a partir de 1295, *Studium Generale*⁹. Ser estudante em Florença não era como sê-lo em outras cidades: em Florença, e por toda a Toscana, era possível ter

³ [N. T.] Boécio, que viveu aproximadamente de 480 a 524, reconhecido filósofo da Escolástica, foi também poeta, estadista e teólogo romano, cujas obras tiveram abrangente influência na filosofia cristã do Medievo. Acusado de traição pelo rei Teodorico, o Grande (474 – 526), que chegou a ser rei dos ostrogodos, dos visigodos e da Itália, foi preso e condenado à morte. No cárcere, escreveu uma de suas obras mais famosas: *A consolação da filosofia* (ca. 524).

⁴ [N. T.] Obra escrita por Dante, provavelmente entre 1304 e 1307. Ela é composta por uma série de comentários acerca das obras poéticas que o autor escreveu em sua juventude.

⁵ [N. T.] Filósofo filho de Aristóteles, que viveu por volta de 325 a.C. Alguns historiadores acreditam que *Ética a Nicômaco*, de Aristóteles, seja uma compilação das suas notas de aulas, cujo título mostraria ser a obra dedicada ao seu filho, que morreu ainda jovem em batalha.

⁶ [N. T.] Uma edição do livro pode ser consultada em: <https://archive.org/details/deinstitutionear00boet/mode/2up>

⁷ [N. T.] Mais especificamente, os versos 125 e 126 dizem d' "a alma santa que o mundo falaz / faz manifesto a quem souber ouvi-la". Os versos originais "l'anima santa, che 'l mondo fallace / fa manifesto a chi di lei bem ode" são exatamente a descrição que Boécio faz, na referida obra, da alma. Boécio publicou obras sobre matemática que ganharam notável reconhecimento à sua época, mas Dante não as cita.

⁸ [N. T.] Um *studium solenne* era um centro de estudos particularmente importante, célebre e frequentado, embora não fosse necessariamente um *studium generale*.

⁹ [N. T.] Um *studium generale*, ou *universale*, ou ainda *commune*, não era um lugar em que o conjunto dos conhecimentos era estudado, mas um centro de estudos onde alunos de origens bastante diversas podiam ser recebidos.

Professores de Ábaco¹⁰ de grande prestígio. Sabemos, por exemplo, que Jacopo (1289 – 1348), filho de Dante, realmente foi aluno de Paolo do Ábaco¹¹ (1282 – 1374), que ensinava em uma das poucas escolas fixas de ábaco (em frente à igreja da Santa Trindade).

Talvez Dante tenha tido contato com o Livro do Ábaco ao qual Paolo deve seu nome? De acordo com o testemunho de Gino Arrighi (1906 – 2001), parece que tal tratado de Paolo foi publicado por volta de 1339, mas não se exclui a existência de versões preliminares, quiçá excertos, por exemplo na forma de apontamentos de aula.

Talvez Dante, na sua sede de saber, tenha tido contato com o *Liber Abaci* de Leonardo, filho de Bonaccio, o Pisano¹² (ca. 1170 – 1242)? Indubitavelmente, Dante parece estar muito atento à cultura do seu tempo, inclusive a científica: ainda criança, frequentou algumas aulas de Pietro Hispano¹³ (1220 – 1277) onde, por certo, aprendeu a eficácia do método heurístico nas ciências (ainda bastante ingênuo).

Também graças a algumas de suas passagens até agora de interpretação debatida, seria muito interessante ter respostas às perguntas precedentes; de fato, não obstante o artigo *Statuto dell'Arte del Cambio di Firenze*, que em 1299 proibiu o uso dos algarismos arábicos, é bastante difundido no *Trattati d'Abaco* o uso do sistema indo-arábico (as “figuras de Indi”) na escrita aritmética e, por consequência, a manipulação sempre mais rápida dos algoritmos de cálculo. Isto significa, de forma geral:

- uso de um sistema posicional;
- base dez;
- uso explícito do zero como número.

Todas essas foram novidades absolutas no que tange à numeração latina, na qual não há sistema posicional e não há zero (não é necessário), enquanto nesta, na verdade, o número dez

¹⁰ [N. T.] Na Itália, no século XII, surgiram as “escolas de ábaco”. Nelas, que se originaram após a publicação da obra *Liber abbaci* (1202), de Leonardo Fibonacci (1170 – 1250?), os currículos orientados para o comércio davam destacada ênfase à matemática, sobretudo à álgebra, substituindo os números romanos pelos indo-arábicos. Os professores de ábaco ensinavam tanto nas escolas quanto em domicílio. O currículo dos professores de ábaco era universal, e as lições visavam à solução de problemas comerciais.

¹¹ [N. T.] Paolo Dagomari (1282 – 1374), conhecido como Paolo do Ábaco, foi um matemático, astrônomo e poeta italiano.

¹² [N. T.] Trata-se de Leonardo Fibonacci, também conhecido como Leonardo Pisano por ter nascido na cidade de Pisa.

¹³ [N. T.] Refere-se a Pedro Julião, ou Pedro Hispano, que entrou para a História como sendo o Papa João XXI, o único de origem portuguesa. Seu compêndio de lógica formal *Summulae Logicales* foi o manual de referência sobre a lógica aristotélica em várias universidades europeias por mais de 300 anos. Esta obra era composta de sete partes, sendo as seis primeiras a exposição dos princípios fundamentais da lógica aristotélica, tal qual organizadas por Boécio; a sétima parte, *De proprietatibus terminorum*, tratava das contribuições que a lógica medieval havia dado à clássica. Dante cita textualmente Pedro Hispano, em Paraíso XII 134-135, como tendo iluminado o pensamento de seu tempo.

tem um papel dominante, mesmo que não como “base”, tal qual seria depois difundido graças à obra de Fibonacci e de outros.

Uma célebre passagem com referência à aritmética se encontra em Paraíso XV 55-57:

Quadro 1 – Paraíso XV 55-57.

[...]
Que a mim descenda teu pensar, tu crês,
do Ser Primeiro, assim como raia,
do 1 que se conhece, o 5 e o 10¹⁴;
[...]

Fonte: Alighieri (1998).

São as célebres frases que Cacciaguida¹⁵ (ca. 1091 – 1148) dirige a Dante: “Tu que tens total convicção de que o teu pensamento descende, se revela diretamente a mim de Deus, Ente primeiro e princípio de todas as coisas, tal qual do conhecimento da unidade deriva aquela de todos os outros números” (SAPEGNO, *in* ALIGHIERI, 1958).

Em tempos modernos se diria que, admitida a unidade, se pode construir os números naturais ..., n , $n+1$, ... representando, assim, todos os números. Em efeito, a notação n , hoje usual do matemático, tomada para indicar um número natural qualquer, é assaz recente; aquele “o 5 e o 6”, como nota Natalino Sapegno (1901 – 1990) (ALIGHIERI, 1958), indica números naturais sucessivos genéricos. Por outro lado, também Euclides, quando deseja considerar um número genérico de números primos, toma três (refiro-me ao célebre teorema: “Os números primos são mais numerosos do que toda quantidade que tenha sido proposta de números primos”¹⁶, que se encontra em *Elementos*, IX, 20).

Dito isto, parece-me que a afirmação de Dante não tem uma relevância aritmética tão grande; creio que qualquer pessoa, ainda que de modesta cultura, pode facilmente compreender que, tendo à disposição a unidade, é razoavelmente fácil construir ou alcançar qualquer outro número por adição repetida dessa. Afirmo-o expressamente porque tem-se querido ver nesta

¹⁴ [N. T.] No texto original, o número ali citado é o 6. Conjectura-se que o tradutor o tenha alterado para 10 para favorecer a rima com “crês”. No entanto, na subsequente citação de Sapegno, manteve-se o 6 para ficar em conformidade com o texto de D'Amore.

¹⁵ [N. T.] Cacciaguida di Elisei foi o tataravô de Dante. Além de que foi militar e cruzado, pouco se sabe sobre ele, dada a quase inexistência de documentos. Outras descrições de sua vida e de seu tempo são encontradas em *A Divina Comédia*, nos cantos de XV a XVII do Paraíso, quando Dante o encontra ao passar pelo céu de Marte, que é aquele que hospeda as almas dos que combateram em nome da fé.

¹⁶ [N. T.] As citações de trechos de *Elementos* foram retiradas da edição traduzida para o português pelo professor Irineu Bicudo (EUCLIDES, *Elementos*, São Paulo: Editora UNESP, 2009).

frase alguma antecipação da intuição de Giuseppe Peano¹⁷ (1858 – 1932) que, como é bem sabido, idealizou um sistema axiomático dos números naturais. Mesmo com todo amor e estima que podemos nutrir por Dante, esta interpretação me parece excessiva.

Bem mais interessante, por outro lado, penso ser uma outra citação aritmética que se encontra em Paraíso XXVIII 91-93:

Quadro 2 – Paraíso XXVIII 91-93.

[...]
O incêndio seu seguia cada favila
que, em números, crescia mais que o dobrar,
no tabuleiro de xadrez, da fila.
[...]

Fonte: Alighieri (1998).

Já escrevi bastante sobre estes versos em outros textos, portanto não me repetirei (D'AMORE, 1991; 2020). Aparecem, sempre na *Divina Comédia*, muitas outras passagens aritméticas; gostaria de recordar a comparação que Dante faz, no *Convívio*, entre a aritmética e o Sol: assim como o Sol ilumina outros corpos celestes e é impossível sustentar-lhe o olhar, assim a aritmética ilumina e permeia todas as demais disciplinas científicas. Sobre a infinidade dos números, portanto, o olho do intelecto não pode deter-se, “pois o número, quando em si considerado, é infinito, e isto não podemos entender”¹⁸ (*Convívio*).

¹⁷ [N. T.] Peano foi um matemático e glotologista italiano; também foi um dos fundadores da lógica matemática e da teoria dos conjuntos. Seu sistema axiomático é composto por cinco afirmações: (1) o 0 é um número natural; (2) a igualdade é reflexiva ($a = a$, para todo a natural); (3) a igualdade é simétrica (se $a = b$, então $b = a$, para quaisquer a e b naturais); (4) a igualdade é associativa (se $a = b$ e $b = c$, então $a = c$, para quaisquer a , b e c naturais); (5) os naturais são fechados na igualdade.

¹⁸ [N. T.] Há uma certa discrepância, aqui, entre o que seria uma afirmação poética e uma feita por algum matemático. Em verdade, Dante escreve deste modo, mas é preciso entender que, quando ele fala “número”, está se referindo ao conjunto dos números naturais, que é infinito.

3 GEOMETRIA

É bem sabido que Dante, depois da morte de Beatriz¹⁹ (ca. 1265 – 1290), frequentou a “escola dos religiosos” e as “disputas filosóficas”²⁰, lendo Cícero²¹ (a retórica) (106 a.C. – 43 a.C.) e Boécio. No parágrafo precedente, Boécio significou principalmente a Aritmética; mas não nos esqueçamos que o mesmo Boécio traduziu Euclides. Era, por conseguinte, inevitável que, estudando Boécio, encontrasse a obra do genial alexandrino.

Além disso foram, os primeiros séculos do segundo milênio, tempos de tradutores diligentes: Plato de Tivoli²² (ca. 1110 – 1145) traduziu uma grande quantidade de livros de matemática do hebraico (aqueles que Abraham Bar Hiyya Ha-Nasi²³, no séc. XII, havia traduzido do grego ao árabe); Plato também escreveu o célebre *Liber Embadorum Savosardae*²⁴, o qual teve uma discreta difusão à época. Em 1175, Gerardo de Cremona²⁵ (1114 – 1187) traduziu, do árabe para o latim, *Elementos* de Euclides, mas meio século antes disso Abelardo de Bath²⁶ (ca. 1080 – 1152) já tinha começado a fazê-lo.

Além disso, em vários Livros de Ábaco (até mesmo em alguns já recordados), figuravam quase sempre regras geométricas, a maioria delas eram apenas regras práticas adaptadas aos agrimensores, pedreiros ou artesãos (os comerciantes, isto é, aqueles que mais do que os outros

¹⁹ [N. T.] Acredita-se que Beatriz Portinari seja a figura histórica que inspirou a personagem Beatriz, de Dante. Pouco se sabe sobre sua vida, além do que é apresentado na obra *Vita Nuova* (1292 ou 1293), escrita pelo próprio Dante. Dante a conheceu ainda na infância – ele tinha 9 anos e, ela, 8 – e se apaixonou perdidamente por ela, de modo que nunca a esqueceu. Entretanto, ele casou-se Gemma Donati e, ela, com Simone de' Bardi. Beatriz morreu com 24 anos, provavelmente durante o nascimento de seu primeiro filho, mas continuou a ser cantada por Dante até o final de sua vida.

²⁰ [N. T.] No período da Filosofia Medieval, a *disputatio* consistia em verdadeiros embates intelectuais, pautados na retórica e na dialética (lógica). Os adversários discutiam sobre determinado tema, em frente a uma plateia ou órgão oficial, cada um, por sua vez, apresentando seus argumentos. Tais “disputas filosóficas” eram muito comuns no mundo acadêmico da época.

²¹ [N. T.] Marco Túlio Cícero, além de filósofo, desempenhou outras várias funções na República Romana, à qual legou grandes contribuições na área da filosofia política e da retórica. Sobre esta segunda, acreditava na importância da eloquência e do uso correto da língua na persuasão e na política. Em sua obra *De Oratore*, defende que a oratória é uma arte e que, para ser um bom orador, o homem precisa ser virtuoso e bem-educado.

²² [N. T.] Matemático, astrônomo e tradutor italiano, provavelmente responsável pela primeira tradução, do árabe, sobre como se usar o astrolábio.

²³ [N. T.] Filósofo, astrônomo e matemático de origem judia, que viveu em Barcelona, onde traduziu livros científicos e produziu obras originais. Também era chamado de *Savarsoda*, que significa “governador da cidade”.

²⁴ [N. T.] Tradução para o latim da obra *Hibbur ha-Meshiha we-ha-Tishboret* (1116), de Abraham Bar Hiyya Ha-Nasi (o Savarsoda), feita por Plato de Tivoli, em 1145.

²⁵ [N. T.] Tradutor italiano de obras acadêmicas que tornou acessível, a qualquer pessoa culta do ocidente, o contato com importantes publicações de origem grega e árabe, apresentando-as em latim. As obras traduzidas versavam sobre astronomia, medicina e outras ciências.

²⁶ [N. T.] Filósofo escolástico inglês que traduziu textos científicos árabes. Devido ao seu contato com a filosofia árabe, escreveu *Perdifficiles que quaestiones naturales*, um compêndio de conhecimentos árabes para a tradução latina de os *Elementos* de Euclides.

usavam a aritmética, tinham pouca necessidade de geometria e, portanto, demonstravam muito pouco domínio sobre ela).

De fato, o estudo da geometria de Euclides, entendida como um rigoroso sistema dedutivo, não se podia praticar banalmente com os mais crus mestres de ábaco; requeria análises mais aprofundadas que, usualmente, perpassavam a filosofia. E este é o ponto: talvez o estudo de Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), que Dante empreendeu com uma certa dose de coragem, conduzisse, necessariamente, entre outras coisas, a ter contato com a geometria.

Uma das mais famosas passagens geométricas de Dante está em Paraíso XXXIII 133-138:

Quadro 3 – Paraíso XXXIII 133-138.

[...]
Qual geômetra que, com fé segura,
volta a medir o círculo, se não
lhe acha o princípio que ele em vão procura,

tal estava eu ante a nova visão:
buscava a imagem sua corresponder
ao círculo, e lhe achar sua posição.
[...]

Fonte: Alighieri (1998).

Acerca destes versos, de uma beleza irresistível e ricos de significado como em nenhum outro momento da viagem extramundo de Dante, vale a pena deter-se.

O que se deve entender com “nova visão” é tão conhecido que seria ofensivo, aos olhos do leitor, até mesmo fazer-lhe aceno; mas a compreensão do que precisamente tem a ver “nova visão” com “medir o círculo” não é direta. Professores e estudantes, neste caso, consultam as notas de rodapé de um crítico, nas páginas dos manuais escolares. No mais difundido de tais textos (ALIGHIERI, 1958), encontra-se a conhecida explicação de Natalino Sapegno: “como um geômetra que se aplica, concentrando todas as suas faculdades mentais, no *insolúvel problema* da quadratura do círculo [...], estava eu diante daquela extraordinária visão, porque em vão [...]” (itálico meu).

Mas o que é, *exatamente*, o problema da quadratura do círculo?

Ele pode ser expresso de, pelo menos, duas maneiras, que são equivalentes:

- dada uma circunferência, encontrar um quadrado (ou retângulo) cujo perímetro coincida com o comprimento da circunferência;

- dado um círculo, encontrar um quadrado (ou retângulo) cuja área coincida com a do círculo.

Este problema já tinha sido resolvido, de modo brilhante, na antiguidade grega, por exemplo por Dinostrato²⁷ (ca. 390 a.C. – 320 a.C.) [mas não apenas por ele; muitos outros estudos são vistos, elencados e ilustrados, por exemplo, em Carruccio (1964)]. Era um tema bem conhecido, difundido entre as pessoas cultas, não apenas entre os matemáticos, entre outros bem explicados por Platão de Atenas (ca. 428 a.C. – 348 a.C.).

Mesmo para estudantes muito jovens, iniciantes, se explica que uma circunferência, cujo raio mede r , tem sua volta medindo $2\pi r$; então, se se toma um retângulo de lados r e $(\pi-1)r$, o comprimento da circunferência e o perímetro do retângulo coincidem. Igualmente, a área de um círculo de raio r mede πr^2 ; logo, um retângulo cujos lados medem πr e r terá uma área igual àquela do círculo.

Mas então, onde está a *impossibilidade* do problema?

Dante fez uma insinuação! Por motivos sobretudo estéticos, os gregos privilegiavam as soluções “com régua e compasso” [é um modo de dizer que esconde algo algebricamente mais preciso do que a mera referência aos dois instrumentos concretos: ver (CARRUCCIO, 1964); omitirei aqui as questões técnicas, bem conhecidas de qualquer matemático; o leitor não matemático pode interpretar que se trata *verdadeiramente* de utilizar-se de uma régua e de um compasso].

A solução dada por Dinostrato, e também por outros estudiosos gregos da quadratura do círculo, é, sim, correta, mas NÃO é obtida com régua e compasso!

Inutilmente, e por séculos, primeiramente os matemáticos gregos e depois tantos outros tentaram quadrar o círculo com esses instrumentos: hoje sabemos que é impossível [demonstrou-o Ferdinand von Lindemann²⁸ (1852 – 1939), mas apenas em 1882]. Os gregos devem ter suposto, ainda que de forma implícita, intuitiva: não poderia ser coincidência que os três problemas mais amados e mais estudados (os “três problemas clássicos da geometria

²⁷ [N. T.] Matemático da Grécia antiga que utilizou a quadratriz para resolver o problema da quadratura do círculo. A quadratriz é uma curva transcendente (ou seja, não algébrica) descoberta pelo matemático e filósofo grego Hípias de Élis (ca. 460 a.C. – 400 a.C.).

²⁸ [N. T.] Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852 – 1939) demonstrou, em 1882, que π é um número transcendente, ou seja, não é raiz de nenhum polinômio com coeficientes reais. Assim, reescrevendo-se o problema da quadratura do círculo na forma algébrica, para um retângulo de lados b e h e uma circunferência de raio r , tem-se que $bh = \pi r^2$, de onde se percebe que não é possível determinar valores para b , h e r tal que $\frac{bh}{r^2} = \pi$.

grega”, citadíssimos por Platão), dentre os quais, de fato, o aqui em exame, fossem recorrentemente tomados como exemplos de tantas questões matemáticas e filosóficas²⁹.

Então, não é, em si, *impossível* o problema da quadratura do círculo. A nota de nosso Crítico é, no mínimo, enganosa. O sentido a ser atribuído aos versos 133-138 do Paraíso XXXIII é muito mais profundo.

Agora, portanto, o problema é: já que Dante não diz explicitamente “com régua e compasso”, é de se supor que também ele se equivocou, ou que conhecia a questão e supôs que seu leitores a sabiam bastante bem, e que portanto não valia a pena ser perfeccionista? Não teremos nunca a resposta para esta pergunta; porém, a competência geométrica que se pode perceber em Dante impulsiona mais de um estudioso quase a arriscar que estamos diante de um outro exemplo da atual derrota da unicidade da cultura: em Dante, as “duas culturas” conviviam; em seus leitores atuais, infelizmente, frequentemente não só não-matemáticos mas anti-matemáticos [porque, estupidamente, a matemática é às vezes considerada matéria vazia e “árida como as pedras”, como dizia o filósofo Giovanni Gentile³⁰ (1875 – 1944)], não.

No entanto, deve-se dizer que, frequentemente, por “quadrar o círculo” se pretende uma visão diferente, ainda que completamente equivalente à anterior, ou seja, encontrar o valor *exato* da razão entre o comprimento de uma dada circunferência e seu raio, a mesma razão para todas as circunferências.

Agora, aqui se deve abrir toda uma outra história. Aristóteles afirma em *Categorias* 7 b 31-33 que tal problema não é científico “ainda”, compreendendo, segundo a tradução crítica de Giorgio Colli (1917 – 1979) (ARISTÓTELES, 1955), que “não existe uma ciência de tal quadratura, ainda que exista o problema como objeto do saber”; se poderia supor que Dante fez uso destas afirmações, não das de Boécio, quem, no entanto, a este respeito não é muito preciso, apenas comentando a passagem anterior de Aristóteles. Boécio afirma, de fato, que o problema foi resolvido; ele faz referência, sem mais, à medida de π que se costuma rastrear até o

²⁹ [Nota do Autor] Os três problemas em questão, considerados da “Eleia clássica”, são: a quadratura do círculo, de fato; a duplicação do cubo; a trissecção de um ângulo genérico.

[N. T.] “Eleia” é o nome de uma cidade que se localizava na Magna Grécia, denominação que recebia a parte do sul da Itália que foi colonizada pelos gregos; seu sítio arqueológico encontra-se, atualmente, na província italiana de Salerno. Em Eleia nasceram Parmênides (para quem o mundo sensível é uma ilusão e a essência das coisas não muda) e Zenão (conhecido por seus paradoxos, como o de Aquiles nunca conseguir ultrapassar uma tartaruga com a qual aposta uma corrida, desde que a deixe sair um pouco à sua frente), dois expoentes da escola filosófica que lá surge, a *escola eleática*.

³⁰ [N. T.] Filósofo, político e educador italiano que viveu entre 1875 e 1944. Autointitulado “o filósofo do fascismo”, realizou uma série de reformas autoritárias quando foi ministro da educação no período da Itália fascista. Com pseudônimo, escreveu, juntamente com Mussolini, *A doutrina do fascismo* (1932).

matemático grego Bisso ou Brisone de Heracleia³¹ (ca. 450 a.C. – 390 a.C.), condenada por Aristóteles e mesmo ridicularizada por ele, mas aceita por muitos geômetras. É preciso dizer, na verdade, que a contribuição de Bisso sobre este tema é ainda muito discutida e não de todo clara. O valor proposto por Bisso é $22/7$, o que corresponde ao valor máximo dos dois extremos, fixados posteriormente para π , por Arquimedes³² (ca. 287 a.C. – 212 a.C.), isto é, $3+10/71$ e $3+1/7$. [Na realidade, segundo alguns estudiosos, Bisso parece não ter mencionado o valor $22/7$, limitando-se a dizer que, entre o quadrado inscrito e o circunscrito a um círculo, há um de mesma área do círculo: vede comentários de Gino Loria (1862 – 1954) (LORIA, 1914, p. 96-97)].

Agora se abre um mistério ainda mais complexo.

Dante leu Arquimedes? Parece difícil.

Se também não o leu, podia conhecer os cálculos do siracúsio de ouvido? É possível.

Dante realmente aceitava a medida $22/7$, muito difundida em sua época, todavia desprezada pelos mais sofisticados geômetras? Se Dante afirma que tal divisão exata não existe no Paraíso, qual é o cálculo exato a se fazer em Inferno XXIX 7-9³³, sobre a famosa medida dos bolsões circulares?

Como então Dante, fiel leitor de Boécio, não aceitou o valor por ele sugerido para π ?

E assim por diante.

Cada uma destas perguntas poderia ser respondida por meio das datas: traduções de Arquimedes foram reunidas pelo frade flamengo Guilherme de Morbeke³⁴ (1215 – 1286), é

³¹ [N. T.] Pouco se sabe sobre Brisone de Heracleia (também cidade da Magna Grécia), além de que possa ter sido aluno de Sócrates e das críticas que Aristóteles fez ao seu método da quadratura do círculo.

³² [N. T.] Foi um notório matemático, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego, que fez grandes contribuições às ciências, razão por que é considerado um dos principais cientistas da Antiguidade Clássica. Para a física, por exemplo, deixou de legado a lei do empuxo e a da alavanca, dentre outras; no que concerne à matemática, usou o método de exaustão para calcular a área sob o arco de uma parábola, encontrou uma aproximação bem acurada para o número π utilizando a soma de uma série infinita, descobriu fórmulas para determinar o volume dos sólidos de revolução e provou que a esfera tem exatamente $2/3$ do volume e da área da superfície do cilindro em que está inscrita. Arquimedes nasceu em Siracusa, que à época também pertencia à Magna Grécia, e morreu assassinado por um soldado romano, durante o cerco à cidade.

³³ [N. T.]

“Noutros bolsões não foste como agora:
pensa o que vale, se contá-los crês,
por vinte e duas milhas se estende afora;”

³⁴ [N. T.] Nome em português de Willem van Möerbeke, que foi um arcebispo católico e tradutor flamengo. À sua época, a Europa conhecia, de Aristóteles, *Categorias* e *Da Interpretação* por meio de traduções feitas por Boécio, mas as demais obras do filósofo grego haviam sido traduzidas indiretamente, tomando por base as edições do siríaco ou do árabe. Guilherme mudou este quadro, apresentando traduções feitas diretamente do grego de *Órganon*, *Física*, *Metafísica*, *Política* etc, influenciando sobremaneira o ambiente intelectual no qual estava inserido.

verdade, mas essas circularam com muita dificuldade; por exemplo, Nicolau Fontana da Brescia (o Tartaglia)³⁵ (1499 – 1557) teve em mãos uma raríssima, e em 1543 e em 1565 fez crer serem dele, na verdade, traduções de Guilherme (a autoatribuição, elemento característico do excelente matemático bresciano, foi descoberta somente em 1884, quando foi encontrada uma outra rara tradução de Guilherme na biblioteca do Vaticano) (LORIA, 1929; MARACCHIA, 1979).

Para complicar as coisas está o fato de que Dante conhecia Bisso: cita-o, de fato, em Paraíso XIII 124-126, juntamente com Parmênides de Heleia (séc. IV a.C. – séc. V a.C.) e com Melisso de Sanos³⁶ (ca. 470 a.C. – 430 a.C.), e outros grandes (ANDRIANI, 1981, p. 145-146), porém com tom negativo, como demonstração do fato de que raciocínios errados distorcem a própria ideia de verdade:

Quadro 4 – Paraíso XIII 121-126.

[...] “E provas disso o mundo não esconde: Parmênides, Melisso e Bisso, postos a caminhar sem saber para onde;” [...]

Fonte: Alighieri (1998).

Toda esta história é emocionante e não tem, até hoje, um único final.

Prosseguindo na busca de outras passagens com características geométricas, encontramos, na *Divina Comédia*, comparações, exemplos ou paráfrases para os quais, na realidade, o campo de referência é a geometria, mesmo quando poderia ter sido qualquer outro. Por exemplo, em Paraíso XIII 88-101 se está discutindo o seguinte problema: há contradição

³⁵ [N. T.] Célebre matemático italiano cujo nome está associado ao Triângulo de Tartaglia e à descoberta da fórmula para se obter as raízes de uma equação de terceiro grau. Sua tradução de *Elementos* de Euclides para o italiano, em 1543, marcou sua época, pois até então as versões disponíveis apresentavam-se em latim, tendo sido obtidas a partir do árabe, razão por que continham erros que ele acabou corrigindo.

³⁶ [N. T.] Melisso, tal qual Parmênides (ver Nota 29), também defendia a singularidade e a imobilidade do verdadeiro ser, negando a natureza ilusória do mundo sensível, que se dava a perceber múltiplo e em movimento.

entre a sabedoria perfeita de Ádamo e de Cristo (ca. 7 a.C. – 30 d.C.)³⁷ e a sabedoria de Salomão (ca. 1011 a.C. – 931 a.C.)³⁸?

Todo o trecho é interessante, mas chamo a atenção especificamente para os versos 95-102:

Quadro 5 – Paraíso XIII 95-102.

[...]
ser ele o rei que pediu sensatez
para ser digno rei do reino seu;

não para saber se são nove ou são dez
os motores do céu, ou se NECESSE
com contingente já NECESSE fez;

não SI EST DARE PRIMUM MOTUM
ESSE,
ou, em meio círculo, se outro que não
retângulo triângulo coubesse.
[...]

Fonte: Alighieri (1998).

Encontramos, entre outras, duas afirmações, uma da física e outra da geometria:

- é possível que haja um movimento primeiro, isto é, que por sua vez não foi movido por um outro movimento;
- é possível que exista um triângulo inscrito em uma semicircunferência, que não seja retângulo.

Bem, Dante os toma como um exemplo claro de coisas falsas, porque contradizem a necessidade lógica:

³⁷ [Nota do Autor] Houve um grande erro de datação na história de Jesus Cristo. A culpa é de um historiador que confundiu o nome de dois imperadores romanos que, na verdade, tinham o mesmo nome. Além disso, não existe um “ano zero”; a passagem de 1 a.C a 1 d.C. é chamada de ano zero, mas NÃO dura um ano (aqui, o erro é de Beda de York). Por isso, hoje se sabe que Cristo nasceu em aproximadamente 7 a.C. e morreu em mais ou menos 30 d.C. Contudo, nunca saberemos as datas exatas. É provável que realmente ele tenha existido, porém não há documentos oficiais, apenas histórias. Por exemplo: estranhamente, NÃO há registros do seu interrogatório por Pôncio Pilatos.

³⁸ [N. T.] Neste canto, Dante encontra-se no quarto céu, que é o do Sol. O assunto tratado versa sobre a sabedoria de Adão, Jesus e Salomão; também neste céu encontra-se São Tomás, o apóstolo incrédulo. Tomás explica que todas as criaturas, corruptíveis e incorruptíveis, não são mais que um reflexo do Verbo, derivado de Deus, que as gerou num ato de amor; todos os homens e criaturas o recebem, porém cada um em quantidade diferente, e apenas os seres criados diretamente pelo Espírito Santo, como aconteceu com Adão, possuem a sabedoria perfeita. Adão e Jesus, portanto, continuam sendo os mais sábios dentre os homens, contudo Salomão recebeu de Deus a “prudência real” para saber governar com justiça e o fez de tal modo que nenhum outro rei o superou nesta arte.

- se há um movimento, então necessariamente há alguma coisa que o gerou, uma causa;
- se um triângulo está inscrito em uma semicircunferência, então necessariamente aquele triângulo é retângulo, isto é, possui um ângulo reto.

Agora, enquanto a afirmação de caráter físico está ligada ao discurso que se está fazendo (e conduz, como bem percebido, à existência de um único Ente capaz de causar sem uma causa prévia, um Motor por sua vez Imóvel³⁹), como campo de referência analógico, para tomar um exemplo de algo igualmente necessário, Dante poderia ter escolhido qualquer outro domínio, inclusive e sobretudo do mundo da experiência. Escolhe a geometria porque lhe é fácil, adequada, imediata... E talvez porque, insisto, este tipo de habilidade era difundida e óbvia entre os literatos da época e as pessoas instruídas.

Nota-se também o estilo destas afirmações, pedante e escolástico, repetitivo: parecem querer evocar à mente um ensinamento acadêmico catedrático; e é verossímil que questões de filosofia e de teologia foram assim ensinadas; a geometria parece mais pertinente a estes campos que a outros.

Para confirmar esta alegação, vejamos também os seguintes versos (Paraíso XVII 13-18):

Quadro 6 – Paraíso XVII 13-18.

[...]
“Caro avoengo tão alto protuso,
que, como enxergam as terrenas mentes
num triângulo caber um só obtuso,

tu assim todas as coisas contigentes,
antes de serem, vês, no aspecto absorto
em que todos os tempos são presentes;
[...]

Fonte: Alighieri (1998).

Dante acaba de encontrar seu nobre tataravô cruzado Cacciaguida e pretende dizer-lhe que o vê tão elevado, tão alto com seu próprio espírito que, tal como banalmente as mentes humanas veem com absoluta certeza que um triângulo não pode ter dois ângulos obtusos,

³⁹ [N. T.] O “motor primeiro” ou “motor imóvel” é um conceito apresentado, por Aristóteles, em sua *Metafísica*. Ele seria a causa primária de todo o movimento do Universo, ou seja, ele move todas as coisas, mas não é por nada movido. No livro XII da *Metafísica*, Aristóteles o descreve como sendo perfeitamente belo e indivisível. Os trechos em latim dos versos supracitados referem-se, também, a esta problemática.

Cacciaguida vê as coisas do futuro antes que ocorram (a imagem é nada menos que estupenda: uma espécie de big bang temporal, um ponto de absoluta contemporaneidade, antes do princípio da flecha do tempo).

Mais uma vez, tendo de dar um exemplo de impossibilidade lógica, Dante recorre a um exemplo geométrico (é o teorema XVII do Livro I de *Elementos* de Euclides⁴⁰, enunciado nada menos que 17 vezes na obra de Aristóteles e demonstrado por inteiro na *Metafísica* 1051a, 24-25; enunciado mas não demonstrado, como sempre, por Boécio).

4 CONCLUSÕES E OBSERVAÇÕES SOBRE O DANTE ASTRÔNOMO E MÚSICO

Evito aqui qualquer referência ao Dante astrônomo, ptolemaico⁴¹ e aristotélico (escrevo esta conjunção com particular ênfase de forma consciente, porque teria muito o que discutir...), o que me levaria muito longe. Contudo não sem recordar que, para poder compreender e explicar o sistema das esferas concêntricas necessárias para conceber o sistema aristotélico, é necessária alguma reflexão não banal.

Não apenas à matemática (aritmética e geometria) e à astronomia Dante dirigiu sua atenção, no que diz respeito às quatro ciências do quadrívio, mas também à quarta, a música⁴².

Não adentrarei neste assunto, embora seja de extremo interesse; limito-me a citar alguns ensaios que achei significativos (SALVETI, 1971; PIRROTTA, 1984, 1994; MORTARA, 2004).

REFERÊNCIAS

ANDRIANI, B. *Aspetti della scienza in Dante*. Firenze: Le Monnier, 1981.

ALIGHIERI, D. *La Divina Commedia* – A cura di N. Sapegno. Firenze: La Nuova Italia, 1958.

⁴⁰ [N. T.] Os dois ângulos de todo triângulo, sendo tomados juntos de toda maneira, são menores do que dois retos.

⁴¹ [N. T.] Referente ao Reino Ptolemaico, um reino helenístico com base no Egito, que teve início com a ascensão de Ptolomeu I Sóter, em 323 a.C., e final em 30 a.C., durante o reinado de Cleópatra, quando foi conquistado pelos romanos. Ele tinha Alexandria como capital, a qual tornou-se um importante centro cultural e comercial para os gregos. A cultura grega continuou a prosperar no Egito durante os períodos Romano e Bizantino, até que os muçulmanos conquistaram a região.

⁴² [N. T.] Nas escolas helênicas, a educação era iniciada com o trívio (gramática, lógica e retórica), a que se seguia o ensino do quadrívio (aritmética, geometria, astronomia e música). Estas são as sete Artes Liberais, que se referem aos ofícios dos homens livres, e que se contrapõem às Artes Mecânicas, consideradas próprias para os servos ou escravos.

ARISTOTELE. **Organon**. Traduzione e commento di Giorgio Colli. Bari: Laterza, 1955. [Reedição: Milano: Adelphi, 2003].

CARRUCCIO, E. Il valore ascetico della matematica nel pensiero di S. Agostino. **Studium**, v. 60, p. 868-870, dicembre, 1964.

D'AMORE, B. Cenni sulla presenza della matematica nell'opera di Dante. In: E. Pasquini (Ed.). Dante e l'enciclopedia delle scienze. **Atti del Convegno omonimo**. Bologna: Clueb, 1991.

D'AMORE, B. Alcuni cenni sulla presenza della Matematica nella Divina Commedia. **Cultura e scuola**, 127, p. 145-161, 1993. [Reimpresso em: **Alma Mater Studiorum**, n. 7, v. 1, p. 40-68 (em italiano), p. 69-86 (em inglês), 1993]. [Reimpresso em: B. D'Amore; F. Speranza (Eds.). **La matematica e la sua storia**. Milano: Angeli, 1995].

D'AMORE, B. Probabilità, logica formale e geometria: contributi all'esegesi di alcuni passi della Commedia. In: P. Boyde & V. Russo (Eds.). Dante e la Scienza. **Atti del Convegno omonimo**. Ravenna: Longo. p. 91-108, 1995.

D'AMORE, B. **La matematica nell'opera di Dante Alighieri**. Prefácio de U. Bottazzini e de E. Pasquini. Bologna: Pitagora, 2020. [Reedição: Bologna: Bonomo, 2023].

D'AMORE, B. Spigolature (minime) dantesche su temi matematici. **L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate**. n. 35B, v. 4, p. 459-476, 2012.

LORIA, G. **Le scienze esatte nell'antica Grecia**. Milano: Hoepli, 1914.

LORIA, G. **Storia delle Matematiche**. Vol. I. Torino: Sten, 1929.

MARACCHIA, S. Dante e la matematica. **Archimede**, n. 4, p. 195-208, 1979.

MORTARA, G. I canti polifonici nella Divina Commedia. **Sotto il Velame**. n. 4, p. 67-71, 2004.

PIRROTTA, N. **Musica tra Medioevo e Rinascimento**. Torino: Einaudi, 1984.

PIRROTTA, N. Poesia e musica. In: L. Pestalozza (Ed.). **La musica nel tempo di Dante**. Firenze: La Nuova Italia, 1994.

SALVETTI, G. La musica in Dante. **Rivista italiana di musicologia**. n. 6, p. 160-204, 1971.

REFERÊNCIAS DAS OBRAS UTILIZADAS NA TRADUÇÃO

ALIGHIERI, D. **A Divina Comédia**. Tradução e notas: Italo Eugenio Mauro. São Paulo: Editora 34, 1998.

EUCLIDES. **Os elementos: Euclides**. Tradução: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: Bruno D'Amore

Introdução: Bruno D'Amore

Referencial teórico: Bruno D'Amore

Análise de dados: Bruno D'Amore

Discussão dos resultados: Bruno D'Amore

Conclusão e considerações finais: Bruno D'Amore

Referências: Bruno D'Amore

Revisão do manuscrito: Bruno D'Amore

Aprovação da versão final publicada: Bruno D'Amore

TRADUTORES

Rafael Montoito

Andreia Dalcin

OBSERVAÇÃO

Os tradutores incluíram notas de rodapé explicativas com informações que orientam e auxiliam na construção de sentidos para o leitor brasileiro.

CONFLITOS DE INTERESSE

O autor declara não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmico, político e financeiro referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

Não se aplica.

PREPRINT

Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

COMO CITAR - ABNT

D'AMORE, Bruno. Versos com aspectos matemáticos N'a Divina Comédia, de Dante Alighieri. Tradução: Rafael Montoito e Andreia Dalcin. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 11, n. 1, e23096, jan./dez., 2023. <https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16736-trad>

COMO CITAR - APA

D'Amore, B. (2023). Versos com aspectos matemáticos N'a Divina Comédia, de Dante Alighieri (R. Montoito, Trad.; A. Dalcin, Trad.). *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 11(1), e23096. <https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16736-trad>

LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso,

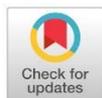
permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



DIREITOS AUTORAIS

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF



Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao>

PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

EDITOR

Dailson Evangelista Costa  

EDITORES CONVIDADOS

Andréia Dalcin  

Rafael Montoito  

AVALIADORES

Andréia Dalcin  

Rafael Montoito  

HISTÓRICO

Submetido: 10 de setembro de 2023.

Aprovado: 23 de novembro de 2023.

Publicado: 9 de dezembro de 2023.