REAMEC
REVISTA DA REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
DOUTORADO
UEA UFMT UFPA

FORMAÇÃO CONTINUADA ANCORADA NO MODELO DE BARRAS: MULTIESTRATÉGIAS NO ENSINO DE ÁLGEBRA

CONTINUING TRAINING ANCHORED IN THE BAR MODEL: MULTI-STRATEGIES IN ALGEBRA TEACHING

FORMACIÓN CONTINUA ANCLADA EN EL MODELO DE BARRAS: MULTIESTRATEGIAS EN LA ENSEÑANZA DE ÁLGEBRA

Gislaine Aparecida Maria Zambiasi* Edson Pereira Barbosa**

RESUMO

Este texto tem como objetivo apresentar e discutir o potencial do Modelo de Barras, como disparador de multiestratégias para resolução de problemas matemáticos, possíveis contribuições no processo de ensino e aprendizagem na transição da Aritmética para a Álgebra e para ampliação do repertório docente em situação de formação continuada. Com postura de pesquisa qualitativa, implementou-se, junto a onze professores que ensinam matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental uma Ação Formativa, na qual os professores conheceram a estratégia do Modelo de Barras conciliado com os quatro passos para resolução de problemas de Pólya (2006). Com base no Modelo dos Campos Semânticos (MCS), realizamos a leitura plausível das soluções desenvolvidas pelos docentes, das falas dos professores a respeito do potencial do Modelo de Barras como disparador para desenvolvimento de várias estratégias de resolução do problema na transição da Aritmética para a Álgebra, como ampliador do repertório docente e avaliamos implicações de sua adoção em salas de aulas do Ensino Fundamental. Como resultado, observamos que o uso do Modelo de Barras apresentou potencial para oportunizar, na formação docente, multiestratégias de resolução de problemas, ampliar repertório docente e, quando aplicado em sala de aula, de modificar o modo que alunos e professores resolvem problemas, contribuir para constituir espaço de negociação de significado ao uso de letras em expressões matemáticas.

Palavras-chave: Álgebra. Resolução de Problemas. Formação de Professores. Modelo dos Campos Semânticos.

* Licenciada em Ciências Naturais e Matemática: Matemática (UFMT-Sinop). Mestre em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática UFMT/Sinop. Atua como pesquisadora (bolsista FAPEMAT) envolvendo ensino e aprendizagem de matemática. Endereço para correspondência: Estrada Rosália, km 01, chácara 636, Zona Rural, Caixa Postal 285, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78.559-263. E-mail: gisa.snp@hotmail.com.

** Licenciado em Matemática (UNEMAT), Especialista em Matemática (UNICAMP), Mestre em Educação (UFMT) e Doutor em Educação Matemática (UNESP/ Rio Claro). Professor da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), do Instituto de Ciências Naturais Humanas e Sociais (ICNHS), no Curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática e no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM), com pesquisas nas áreas de Educação Matemática e Formação de Professores. Endereço para correspondência: Rua das Primaveras, 5253, Jardim Primavera, Sinop, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78550-412. E-mail: edson.barbosa@ufmt.br.

ABSTRACT

This text aims to present and discuss the potential of the Bar Model, as a trigger for multi-strategies for solving mathematical problems, possible contributions to the teaching and learning process in the transition from Arithmetic to Algebra and to expand the teaching repertoire in Continuing Training. With a qualitative research approach, a Training Action was implemented with eleven teachers who teach mathematics in the Final Years of Elementary School, in which the teachers learned about the Bar Model strategy combined with four steps for problem solving of Pólya (2006). Based on the Model of Semantic Fields (MSF), we carried out a plausible reading of the solutions developed by the teachers, the teachers' speeches regarding the potential of the Bar Model as a trigger for the development of various problem-solving strategies in the transition from Arithmetic to Algebra, as an expander of the teaching repertoire and we evaluate implications of its adoption in Elementary School classrooms. As a result, we observed that the use of the Barras Model had the potential to provide, in teacher training, multi-strategies for problem solving, an opportunity to expand the teaching repertoire and, when applied in the classroom, as a way of modifying the way students and teachers solve problems, contributes to creating a space for negotiating the meaning of using letters in mathematical expressions.

Keywords: Algebra. Problem solving. Teacher training. Model of Semantic Fields.

RESUMEN

Este texto tiene como objetivo presentar y discutir el potencial del Modelo Bar, como disparador de multiestrategias para resolver problemas matemáticos, posibles aportes al proceso de enseñanza y aprendizaje en la transición de la Aritmética al Álgebra y ampliar el repertorio docente en situaciones de educación continua. Con un enfoque de investigación cualitativa, se implementó una Acción Formativa con once docentes que enseñan matemática en los Últimos Años de Educación Básica, en la cual los docentes conocieron la estrategia del Modelo de Barras conciliado con los cuatro pasos para la resolución de problemas de Pólya (2006). A partir del Modelo de Campos Semánticos (MCS), se realizó una lectura plausible de las soluciones desarrolladas por los docentes, de las afirmaciones de los docentes sobre el potencial del Modelo de Barras como detonante para el desarrollo de diversas estrategias para resolver el problema en la transición de Aritmética a Álgebra, como expansor del repertorio docente y se evaluaron las implicaciones de su adopción en las aulas de educación básica. Como resultado, observamos que el uso del Modelo de Barras tenía el potencial de brindar oportunidades para múltiples estrategias de resolución de problemas en la formación docente, una oportunidad para ampliar el repertorio docente y, cuando se aplica en el aula, como una forma de modificar la forma en que estudiantes y profesores resuelven problemas, contribuye a constituir un espacio de negociación de significado para el uso de letras en expresiones matemáticas.

Palabras clave: Álgebra. Solución de problemas. Formación de profesores. Modelo de Campos Semánticos.

1 INTRODUÇÃO

Na educação básica, desde o final dos anos 70 do século XX, tem-se constatado que o ensino de Álgebra tem se constituído em um processo de ruptura e seleção. Lins e Gimenez (1997, p. 9) denunciam que "a Álgebra escolar representa o mais severo corte (momento de seleção) da educação matemática escolar", Silva e Curi (2023) ao analisarem abordagens do pensamento algébrico em conteúdo de Álgebra em propostas curriculares adotadas pelo estado de São Paulo de 1975 a 2019 constataram em todos os documentos curriculares estudados referências as dificuldades dos professores implementarem o ensino de Álgebra e dos alunos em atribuir significados ao uso de letras em matemática.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, consta que segundo resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) “os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país” (Brasil, 1998, p. 115-116). Informações mais recentes alertam que os índices não têm alterado, no estado de Mato Grosso, conforme indicado na página do QEdu[1], com base na Prova Brasil de 2019, de modo geral, o índice de proficiência em matemática do 5º ano é 41% (quarenta e um por cento) e do 9º ano é de apenas 14% (quatorze por cento).

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) a unidade temática Álgebra é apresentada com a finalidade do desenvolvimento de um tipo especial de pensamento “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.” (Brasil, 2018, p. 268). E orienta que, para o desenvolvimento do pensamento algébrico, é necessário que sejam propostas atividades e tarefas nas quais,

> os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (Brasil, 2018, p. 268).

O mesmo documento vincula e cita como ideias matemáticas fundamentais: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Bem como, reforça que a unidade temática Álgebra deve “enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.” (Brasil, 2018, p. 268).

Seguindo na mesma perspectiva, a BNCC prescreve que é imprescindível que dimensões do trabalho com a Álgebra em todo o Ensino Fundamental, dos anos iniciais aos finais, estabelecem o aprofundamento do trabalho iniciado nos primeiros anos de escolarização e determina que:

[1] QEdu. Aprendizado dos alunos: Mato Grosso. **Portal QEdu.org.br**. Disponível em: https://www.qedu.org.br/estado/111-mato-grosso/aprendizado

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608 2318-6674

> os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas (Brasil, 2018, p. 269).

Além disso, recomenda considerar aspectos que relacionam a Álgebra a outros campos da Matemática (Números, Geometria e Probabilidade e Estatística) e ao desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles desenvolvam a capacidade de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema apresentados em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.

O conjunto de prescrições da BNCC para a unidade temática Álgebra, em nosso entendimento, apresenta como demandas para a formação e para o trabalho docente: reconhecer, compreender diferentes significados das variáveis em uma expressão, as relações da Álgebra a outros campos da matemática e ao pensamento computacional. Com base em Silva e Barbosa (2017) inferimos que há dificuldades de os professores colocarem em prática pedagógica o discurso ou prescrição das inovações curriculares. Em Lins (2005, p.1, tradução nossa) observamos dois componentes-chave para formação de professores que podem atender essas demandas formativas: primeiro, capacidade de ler a produção de conhecimento e a produção de sentido de seus alunos e segundo, estimular a disposição dos professores para aceitar as diferenças na produção de significado.

Diante desse contexto, empreendemos por buscar na literatura especializada em educação matemática conhecer alternativas pedagógicas exitosas ou promissoras para orientar e promover ambiente no qual os alunos possam se envolver em tarefas tais como prescreve a BNCC e em especial para fazer a transição da Aritmética para a Álgebra.

Nesse processo conhecemos, por meio de (Queiroz, 2014; Gois, 2014; Porto, 2015; Dotti, 2016; Cintra, 2017; Hilaquita Inga, 2018; Vargas Acosta e Sotillo Fajardo, 2019; Holetz, 2019, Richit e Richit (2022)), o Modelo de Barras de Singapura, ao qual é atribuído grande parte do sucesso de Singapura nos últimos exames de matemática do PISA (Programe for International Student Assessment).

O Sistema de Ensino de Singapura está centrado na resolução de problemas, e tem uma abordagem Concreto-Pictórico-Abstrato. O Modelo de Barras, faz parte de uma das heurísticas do currículo de matemática de Singapura, da categoria da representação, em que são desenhadas barras para representar quantidades conhecidas e desconhecidas de um problema.

Para Queiroz (2014), o Modelo de Barras constitui como aliado no ensino-aprendizagem de matemática, principalmente no campo algébrico; podendo "ajudar os alunos na construção de seus pensamentos algébricos, e desenvolver um raciocínio indutivo, investigativo e posteriormente dedutivo" (Queiroz, 2014, p. 15).

Trabalhos como os de Queiroz (2014), Cintra (2014) e Dotti (2016) realizados com alunos do Ensino Fundamental indicam resultados promissores do uso do Modelo de Barras para o desenvolvimento do pensamento algébrico e de habilidades para resolver problemas envolvendo letras e variáveis. Resultados similares são apresentados na revisão publicada por Richit e Richit (2022).

No exercício de conhecer o Modelo de Barras observamos e indagamos a respeito de seu potencial: i) como disparador de multiestratégias para resolução de problemas e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra e; ii) de seu potencial para ampliar, em situações de formação de professores, o repertório docente.

Com base nessas questões, desenvolvemos de 2020 a 2022, uma pesquisa na qual foi elaborada uma proposta de estudo e realizada uma Ação Formativa com um grupo de 11 (onze) professores que ensinam Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, para experienciar e discutir as contribuições do Modelo de Barras no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra. Assim, neste texto, temos como objetivo apresentar e discutir o potencial do Modelo de Barras, como disparador de multiestratégias para resolução de problemas matemáticos e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem na transição da Aritmética para a Álgebra e para ampliação do repertório docente em situação de formação continuada.

A seguir apresentamos de forma sintética as principais noções do Modelo dos Campos Semânticos (MCS) que usaremos com pressupostos teóricos e metodológicos, depois apresentamos brevemente os procedimentos metodológicos, a compreensão de Grupo de Trabalho e a postura metodológica adotada para trabalhar resolução de problemas em formação continuada.

Posteriormente apresentamos, como exemplo, a leitura e modelagem pictórica de um problema, "cesta de frutas". E, discorremos a respeito dos vários encaminhamentos de resoluções realizados com e por professores que ensinam matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental na formação continuada promovida. Por fim, nas considerações finais retomamos nossos objetivos e discutimos as potencialidades e limitações observadas nesse processo de formação continuada.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este trabalho tem como referência teórica o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) (Lins, 1999; 2012; Silva, 2022) que consideramos adequado para observar e discutir a respeito dos significados produzidos pelos professores ao se envolverem em atividades de resolução de problemas usando o Modelo de Barras.

Para conduzir atividades didáticas com vistas a permitir e reconhecer a produção de diferentes significados Lins (1999) apresenta como proposta pedagógica uma postura que pode ser sintetizada no seguinte:

> Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente a perspectiva de você ir a lugares novos (Lins, 1999, p. 85).

Junto a essa proposta de educação para a formação de professores, em nosso entendimento, consideramos, como sugere Lins (2005) a necessidade de o professor ser capaz de se colocar no lugar do outro, e ir até lá, para assim poder conversar na mesma direção. Nesse aspecto, como já citamos, Lins (2005, p.2) argumenta dois componentes-chave para o desenho de formação de professores: primeiro, capacidade de ler a produção de conhecimento e a produção de sentido de seus alunos; segundo, estimular a disposição dos professores para aceitar as diferenças na produção de significado.

Em nosso entendimento, para um professor perceber que é possível o aluno produzir diferentes significados como prescreve a BNCC ele precisa possuir um amplo repertório. Pois assim, ele terá condições, de antecipar ou identificar os campos semânticos nos quais seus alunos estão atuando ou operando.

Para Viola dos Santos e Lins (2016), repertório é uma das âncoras em que o professor deve ter sua formação solidificada, além de confiança e maturidade. O repertório, tem relação com o conteúdo, com experiências, ter entusiasmo e cultura.

> Se eu tenho a intenção de que o cara [professor] tenha experiência matemática e desenvolva um repertório, é nessa direção que eu vou trabalhar e isso não quer dizer que eu vou ter que escolher uma abordagem. Pelo contrário, vou ter que diversificar, passar por várias abordagens (Viola dos Santos; Lins, 2016, p. 328).

Assim, nesse texto apresentaremos resultados obtidos na pesquisa realizada por

Zambiasi (2022) ao desenvolver e experimentar com professores que ensinam matemática diferentes abordagens, várias estratégias, para resolver um mesmo problema. O desenvolvimento, explicitação e negociação de várias estratégias para resolver um mesmo problema em sala de aula é o que chamamos de multiestratégia.

Nos termos do MCS produzir diferentes significados é produzir conhecimento em diferentes campos semânticos. Um campo semântico, de modo geral, é como se fosse um jogo no qual as regras (se existem) podem mudar o tempo todo e mesmo serem diferentes para os vários jogadores dentro de limites; limites que só sabemos a *posteriori*: enquanto a interação continua, tudo indica que as pessoas estão operando em um mesmo campo semântico (Lins, 2012, p. 17).

A busca em compreender os significados produzidos em determinada atividade ou situação é realizada por meio da *leitura plausível*, a qual "se aplica de modo geral aos processos de produção de conhecimento e significado; ela indica um processo no qual o todo do que eu acredito que foi dito faz sentido" (Lins, 2012, p. 35), ou seja, procuramos no que é dito o que faz sentido em seu todo, dizer o que do todo é coerente nos termos dos participantes da pesquisa.

Ao apresentar os vários modos de resolução para um mesmo enunciado, adotamos a postura, de ao aceitar como plausível, verdadeira ou legítima cada solução em seus próprios termos, como incentivo a explicitação de outras possibilidades de resolução questionávamos: "Se esse problema tem esse modo de resolver, terá outro?" E mais, se sabemos dois modos de resolver, se questionar, "haverá um terceiro modo de resolver?".

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para tratar das questões já anunciadas, desenvolveu-se uma pesquisa, na qual, analisamos, com um grupo de professores que ensinam Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, as contribuições do Modelo de Barras no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra. Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, com a participação dos pesquisadores, entendemos como Garnica (2019), que esse tipo de trabalho é caracterizado por:

> a)transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas e; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos,

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608 2318-6674

prévios, estáticos e generalistas (Garnica, 2019, p. 96-97).

O percurso da pesquisa foi organizado em duas fases distintas e articuladas: na primeira fase, a seleção e elaboração de problemas e, na segunda, a Ação Formativa com professores que ensinam Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Na primeira fase, realizamos uma pesquisa bibliográfica, de modo a conhecer o Modelo de Barras e saber quem vinha pesquisando sobre o método, simultaneamente, preparou-se um conjunto de problemas, que fazem parte do produto educacional (Zambiasi; Barbosa, 2022), contemplando as abordagens da Álgebra, como: Aritmética generalizada, Álgebra como equação e Álgebra como função.

Com relação ao entendimento da transição da Aritmética para a Álgebra em contexto escolar, baseamo-nos em Lins e Gimenez (1997) que consideram a Álgebra e a Aritmética como a "coexistência da educação algébrica com a aritmética", ponderando que cada qual tem sua particularidade, mas de algum modo uma implica no desenvolvimento da outra, produzindo um propósito comum: a educação matemática como um processo de produção de significados, tornando o aprendizado mais efetivo. Assim, considerou-se que "a Álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade" (Lins; Gimenez, 1997, p. 137).

Para execução da estratégia de uso do Modelo de Barras nos orientamos pelos quatro passos de resolução de problema de Pólya (2006), a saber: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução e verificação.

Os resultados, soluções e discussões, apresentados neste texto foram produzidos em diferentes momentos da pesquisa "Efeitos do Modelo de Barras no Ensino de Álgebra" (Zambiasi, 2022) e da elaboração do produto educacional "Modelo de Barras como Estratégia de Resolução de Problemas Algébricos" (Zambiasi; Barbosa, 2022). Parte da discussão ocorreu durante atividade de estudos e elaboração do produto educacional, essas soluções foram antecipações elaboradas no exercício de produzir significados em diferentes campos semânticos para cada problema proposto.

Na segunda fase da pesquisa, a Ação Formativa aconteceu em dois momentos complementares: Encontros Formativos e Grupo de Trabalho (GT). Essa parte, foi produzida com ou por onze professores que ensinam matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental em uma ação de formação continuada com carga horária de 40 (quarenta) horas, realizada em duas fases complementares, um curso com carga horária de 20 (vinte) horas, sobre o uso do Modelo de Barras para Resolver Problemas envolvendo Álgebra e um Grupo de Trabalho, na perspectiva de Viola dos Santos (2018), com carga horária de 20 (vinte) horas para discutir o uso e o potencial do Modelo de Barras para ensinar Álgebra.

Os Encontros Formativos, foram organizados como uma Ação de Formação Continuada aos 11 (onze) professores que ensinam Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental na rede Estadual de Ensino de Mato Grosso. Esses encontros tiveram como propósito de apresentar e familiarizar os professores com o Modelo de Barras como estratégia de resolução de problemas, para a educação algébrica.

Nessa fase, adotando os quatro passos de Pólya (2006) – compreensão do enunciado, elaboração de uma estratégia, execução da estratégia e revisão e resposta do problema com uma oração completa – os professores resolveram, utilizando diferentes estratégias, discutiram os problemas; analisaram a proposta de produto educacional apresentaram críticas, sugestões e; discutiram o potencial do Modelo de Barras para a transição da Aritmética para Álgebra em suas salas de aulas de Anos Finais do Ensino Fundamental, bem como para a ampliação de seus repertórios docentes.

O Grupo de Trabalho foi organizado com 03 professores que participaram dos Encontros Formativos e foi dedicado a apresentar aprofundar as discussões da versão preliminar do Produto Educacional, para construir junto com os professores a versão final do produto educacional intitulado "Modelo de Barras como Estratégia de Resolução de Problemas Algébricos".

Ressaltamos que um grupo de trabalho não deve ser confundido com um curso, no qual os professores universitários e/ou alunos de Pós-Graduação vão ensinar os professores da Educação Básica, eles se caracterizam, segundo Viola dos Santos (2018), como espaços formativos nos quais profissionais se encontram com objetivo de compartilhar entraves, potencialidades e realizações de suas práticas profissionais uns com os outros.

No GT, o pesquisador atua como um organizador flexível, procurando observar as vozes dos profissionais em cada discussão, com intuito de analisar os efeitos compartilhados. A equipe executora propôs atividades disparadoras das discussões, sendo que os caminhos a serem percorridos foram constituídos ao longo do desenvolvimento do GT.

Diferentemente do curso, no GT as atividades não estavam sistematizadas *a priori*. Os encontros foram organizados de modo que ocorressem trocas de experiências e aprendizagens mútuas, o objetivo era discutir, questionar, refletir, compartilhar experiências, opiniões, conquistas, angústias, inquietações, impressões e avaliações a respeito dos efeitos do uso do Modelo de Barras no ensino de resolução de problemas, as contribuições desse uso como estratégia para aprender e ensinar a resolver problemas matemáticos, na visão de cada docente.

No GT a produção de significados ocorreu à medida que professores falaram a respeito de suas salas de aulas, de seus alunos, de suas práticas matemáticas e docentes e problematizaram, inclusive, com os encaminhamentos da Ação Formativa; leram a proposta de produto educacional, aplicaram em suas salas de aula analisaram e propuseram alterações.

Os dados foram registrados em cadernos de campos dos professores participantes, caderno de anotações dos pesquisadores, arquivo de soluções postadas no grupo de *WhatsApp*, videogravação dos encontros online e presenciais. Para a análise do processo e dos registros adotamos como perspectiva teórica e pedagógica o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) conforme Lins (1999, 2012), por entender que ele oferecia condições de realizar leituras finas do que os participantes da pesquisa faziam/diziam no processo de aprendizagem e discussão sobre e a respeito do Modelo de Barras, bem como para ler, na perspectiva dos professores, os registros produzidos.

As estratégias, soluções e discussões para solução do problema “cesta de frutas”, apresentadas a seguir, são resultados do exercício de nossa leitura plausível, a partir das vivências em um contexto particular, por isso reforçamos que as soluções aqui apresentadas são sugestivas e plausíveis, mas não são definitivas nem dão conta da totalidade.

Para apresentar e discutir o potencial do Modelo de Barras, como disparador de multiestratégias para resolução de problemas matemáticos, suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra, especificamente na transição da Aritmética para a Álgebra, e seu potencial de ampliação do repertório docente, exemplificamos, a partir de agora, as diferentes estratégias e significados produzidos pelos professores ao se depararem com a demanda de resolverem um problema intitulado “cesta de frutas”.

> Cesta de Frutas: *Numa cesta tem 57 frutas. Sabe-se que tem 3 bananas a mais do que laranjas e tem 6 maçãs a menos do que bananas. Quantas são as bananas, laranjas e maçãs?*

4 LEITURA E MODELAGEM DO PROBLEMA

Para iniciar a resolução do problema procuramos, em cada situação, deixar explicito que seríamos orientados pelos quatro passos propostos em Pólya (2006), a saber: ler e compreender enunciado; elaborar uma estratégia de solução; executar a estratégia; fazer a verificação da execução da estratégia, validar o resultado e responder à pergunta do problema.

Desse modo, iniciamos com a leitura do enunciado completo, relemos destacando os dados e os sujeitos, conforme podemos observar no próximo parágrafo, com os dados em *itálico.*

Exemplo: Numa cesta tem *57 frutas*. Sabe-se que tem *3 bananas a mais do que laranjas* e tem *6 maçãs a menos do que bananas*. Quantas são as bananas, laranjas e maçãs?

Após destacado as informações, modelamos o problema desenhando barras para identificar os dados, os sujeitos e com a interrogação o que queremos descobrir.

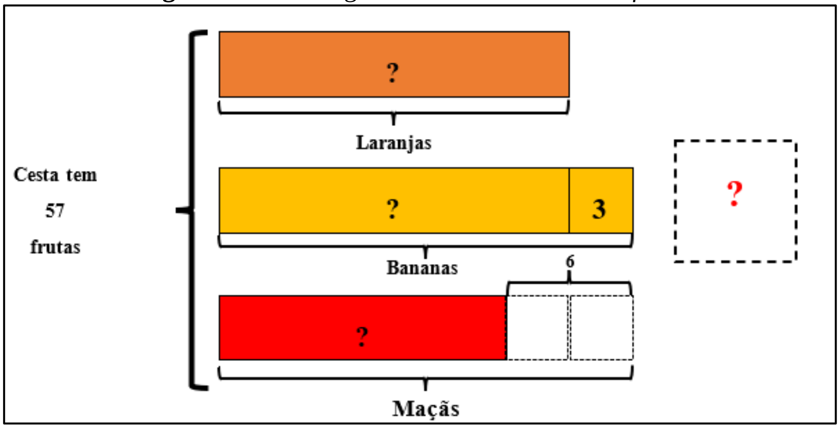
Começamos a modelagem tomando como unidade percebida – valor desconhecido que servirá de comparação aos demais –, "a laranja". Construímos uma barra identificada como "laranja" (Figura 1).

Em seguida, realizamos leituras parciais do texto de forma a ressaltar informações que contribuíssem para desenhar as outras barras: "Temos 3 bananas a mais do que laranja". Assim entendemos que tem uma barra da quantidade que representa a laranja. Seguido de uma barra do mesmo tamanho da laranja mais três para as bananas. E ainda, "seis maçãs a menos que bananas", desenhamos uma barra para a maçã, com referência o tamanho da barra que representa a quantidade de bananas, deixando seis a menos, as quais ficaram sem pintar para representar o vazio, ou o menos, conforme Figura 1.

Com os dados do problema representados de forma pictórica, refizemos a leitura do enunciado para identificar e destacar nas barras a pergunta do problema: "Quantas são as bananas, laranjas e maçãs?".

Até esse ponto, realizamos o que entendemos ser o primeiro passo para resolver um problema que segundo Pólya (2006), é a compreensão.

Figura 1 – Modelagem do Problema *cesta de frutas.*



Fonte: Elaborado pelos autores.

Os passos seguintes: estabelecer o plano ou estratégia – segundo passo –, executar o plano ou estratégia – terceiro passo – e a verificação – quarto passo – em que se faz a revisão da solução e responde-se com uma oração completa o problema, serão explorados e apresentados em cada “encaminhamento”, como segue.

Todas as soluções tomarão como base a mesma modelagem pictórica – Figura 1 – convidamos e recomendamos ao leitor que ao iniciar a leitura de cada ‘encaminhamento”, se necessário, consulte novamente a representação pictórica, que pode colaborar para compreensão e acompanhamento dos procedimentos e justificações enunciadas em cada situação.

Destacamos que em nossa compreensão o exercício de produzir as sínteses das soluções a partir do que entendemos que os professores fizeram, e não do que poderiam ter feito ou dito, é um exercício de teorização que coloca o próprio MCS “em ação”, como destaca Lins (2012, p. 11) “o MCS só existe em ação. Ele não é uma teoria para ser estudada, é uma teorização para ser usada”. Dessa forma, o que segue é um exemplo de uso da teoria.

4.1 Encaminhamento 1 – Utilizando Material Concreto

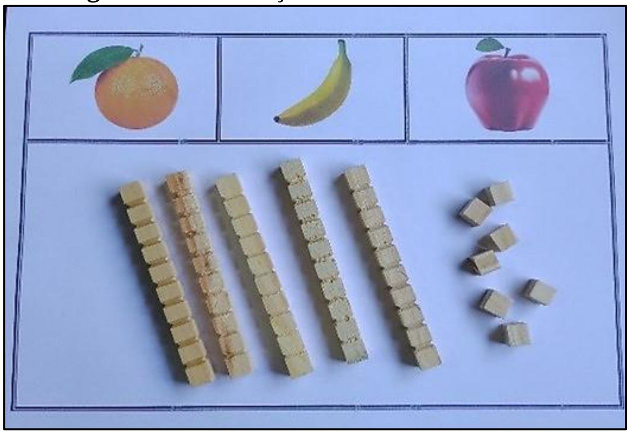
Uma professora que trabalhava em sala de recursos pedagógicos questionou: “Como encaminhar um problema deste com meus alunos que estão em processo de alfabetização?” Essa demanda mobilizou o grupo de professores a buscar modos de resolver usando material manipulável. Após algumas discussões o grupo decidiu usar as peças (cubinhos) do Material Dourado para representar as quantidades de frutas. Com isso foi elaborada a seguinte estratégia.

Inicialmente separou-se a quantidade que representa o que tem na cesta, portanto 57

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608 2318-6674

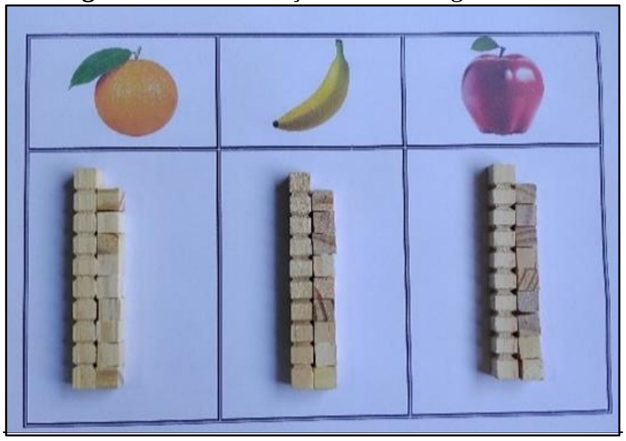
frutas (5 peças de dezena e 7 peças de unidade), Figura 2.

Figura 2 — Resolução com Material Dourado.



Fonte: Acervo dos autores (2022).

Figura 3 — Distribuição das frutas igualmente.



Fonte: Acervo dos autores (2022).

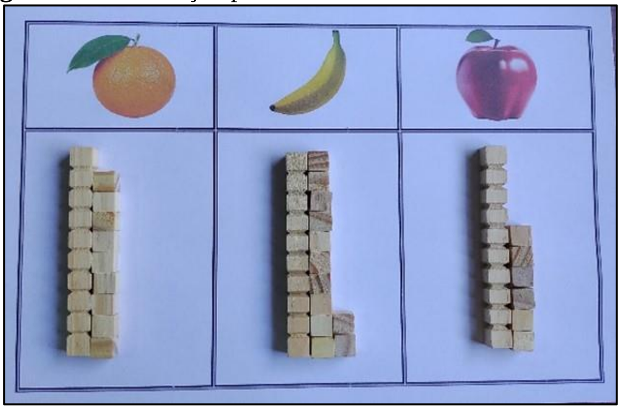
Em seguida, distribuiu-se a mesma quantidade para cada tipo de fruta. Para isso, foi necessário fazer a troca de 2 dezenas, por 20 unidades, ficando com 19 frutas cada (Figura 3).

Voltamos a leitura do problema e procuramos distribuir as peças de modo que "tivesse 3 bananas a mais do que laranjas" e "6 maçãs a menos do que bananas.

Quando lemos a parte das maçãs, retiramos 3 unidades da maçã, e voltando a interpretação e modelagem, "tem 3 bananas a mais do que laranjas", acrescentou-se as três unidades na coluna da banana.

Como quarto passo da resolução, relemos o problema e conferimos, verificando que "havia 3 bananas a mais do que laranjas" e "6 maçãs a menos do que bananas", como propunha o enunciado da questão.

Figura 4 — Resolução problema frutas com material dourado.



Fonte: Acervo dos autores (2022).

Para responder ao problema, elaborou-se a seguinte frase: “Na cesta havia 57 frutas, destas 22 eram bananas, 19 laranjas e 16 maçãs”.

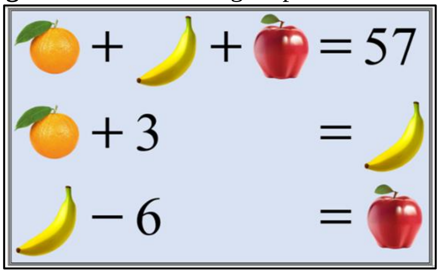
Em nossa leitura esse é um exemplo de solução Aritmética, mas a sua relevância ocorre por criar condições para que alunos, mesmo estando nos Anos Finais do Ensino Fundamental, não alfabetizados participem da discussão e produzam significados em termos de números e operações.

4.2 Encaminhamento 2 – Utilizando Raciocínio Lógico

Durante o processo da pesquisa, pensamos em apresentar o problema como um desafio lógico e conversar sobre este modo de falar de Álgebra. Ao longo da formação, fomos surpreendidos, quando os participantes da pesquisa manifestaram desejo de apresentar o problema na forma de desafio icônico, tal como aparece nas redes sociais, sobretudo em grupos de *WhatsApp*. Assim fizemos, e o argumento era baseado na percepção de que, em geral, as pessoas se sentem motivadas para resolver esses desafios, porém quando o enunciado é apresentado da forma algébrica não ocorre o mesmo interesse. Para viabilizar a proposta consideramos pertinente fazer uma (re)leitura do problema e anunciá-lo tal como representado na figura 5.

Desafio!

Figura 5 — Desafio lógico problema frutas.

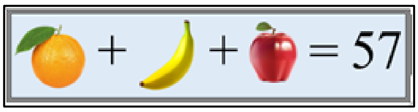


Fonte: Os autores (2022, p. 83).

A partir do enunciado na figura 5 conversamos sobre como resolver o problema e a solução, em nossa leitura, pode ser sintetizada da seguinte forma:

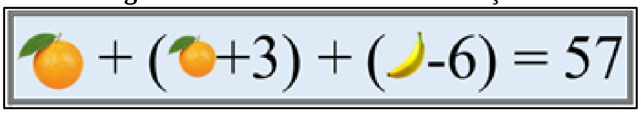
Utilizaremos a primeira equação do desafio (Figura 5).

Figura 6 — O total das frutas da cesta do desafio lógico.



Fonte: Os autores (2022, p. 83).

Figura 7 — Executando as substituições.

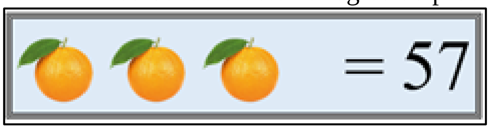


Fonte: Os autores (2022, p. 83).

Substituímos a banana correspondente a segunda equação e a maçã correspondente a terceira equação do desafio (Figura 05), conforme indicado na figura 7.

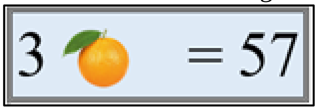
Com a substituição ainda sobrou uma fruta diferente, a estratégia foi organizar a equação de modo a trabalhar em função de uma única fruta. Então vimos anteriormente (Figura 5) que banana é igual a laranja mais três, substituímos novamente a banana. Somamos elementos semelhantes e chegamos a uma representação que nos indicava que 3 vezes a quantidade de laranjas é igual a 57.

Figura 8 — Resolvendo o desafio lógico do problema.



Fonte: Os autores (2022, p. 84).

Figura 9 — Resolvendo o desafio lógico do problema.



Fonte: Os autores (2022, p. 84).

Em outra representação, o enunciado indica que 3 vezes a quantidade de laranjas é igual a 57.

Que número que multiplicado por 3 é igual a 57. Com isso concluímos que a quantidade de laranjas é 19.

Depois de conhecida a quantidade de laranjas (laranjas, igual a dezenove), retornamos a leitura do problema e resolvemos as equações correspondentes a Figura 5.

Agora, com o valor da laranja, devemos então, verificar se essa resposta é adequada, ou validar a solução. Para isso, vamos substituir na segunda equação:

$$l + 3 = b$$
$$19 + 3 = b$$
$$22 = b$$

Agora com $22 = b$, encontrado, vamos para a terceira equação:

$$b - 6 = m$$
$$22 - 6 = m$$
$$16 = m$$

Após verificar e constatar que cada resposta estava adequada, somamos os valores encontrados (19+22+16=57), com isso, elaboramos em uma frase: “Na cesta havia 19 laranjas, 22 bananas e 16 maçãs”.

Com relação e esse encaminhamento, chamou-nos a atenção o fato de ocorrer uma mudança de notação ao longo do desenvolvimento da solução. No início, fizemos relação aos desenhos (imagens) e aos poucos elas foram ‘naturalmente’, traduzidas para linguagem algébrica e, depois que se descobre a quantidade de laranjas, há uma mudança de campo semântico e num processo de generalização as transformações algébricas são realizadas sem o apoio das imagens, passam a ser expressos em notação algébrica.

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608 2318-6674

4.3 Encaminhamento 3 – Suposição ou "Chute qualificado"

Esta estratégia foi elaborada a partir da demanda de docentes que pretendiam resolver o problema usando recursos tecnológicos, haja vista que nos encontrávamos em período de pandemia e as professoras entendiam que isso poderia auxiliar no ensino remoto emergencial.

A proposta de solução foi encaminhada considerando o uso de uma planilha eletrônica, nesse caso o Excel, pois era a mais conhecida dos envolvidos na discussão, mas esta atividade é possível realizar em outras planilhas (Calc, Planilhas Google, Planilha Geogebra etc.) de forma similar, ou pode ainda ser feita no quadro ou papel.

Quadro 1 – Tentativas dos docentes para a quantidade de frutas na cesta.

Suposição ou "Chute qualificado"				
Chute	**Laranjas**	**Bananas= Laranjas mais 3**	**Maçãs= Laranjas menos 3**	**Total = 57**
1ª Tentativa	25	28	22	75
2ª Tentativa	20	23	17	60
3ª Tentativa	19	22	16	57

Fonte: Elaborado pelos autores.

Depois, passamos a verificação. Primeiro supomos que teriam 25 as laranjas, como consequência o total excede o 57. Então, precisamos diminuir a quantidade de frutas. Na segunda tentativa a suposição foi de que seria 20 a quantidade de laranjas e o resultado foi 60, valor que excede por pouco 57. Por fim, supomos ser 19 a quantidade de laranjas, consequentemente, chegou-se à resposta. Conferido o total de 57 frutas, são 19 laranjas, 22 bananas e 16 maçãs.

Por meio desta estratégia, também encontramos a resposta do problema e já realizamos a verificação do resultado. Após releitura e constatação de que a resposta era plausível elaborarmos em uma frase: Na cesta, havia 19 laranjas, 22 bananas e 16 maçãs.

Esta solução, em nossa leitura, é característica da transição da Aritmética para a Álgebra, na qual trata-se de produzir um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações Aritméticas, envolvendo igualdade ou desigualdade. Esse modo de solução é incentivado e explorado nos materiais de Singapura no processo de transição da Aritmética para a Aritmética Generalizada. Esse tipo de procedimento pode ser caracterizado como característico da transição da Aritmética para Álgebra.

4.4 Encaminhamento 4 – Álgebra com Equação

Para resolver este problema a partir da leitura das barras, organizamos um sistema de equações:

$$\begin{cases} l + b + m = 57 & [I] \\ l + 3 = b & [II] \\ m = b - 6 & [III] \end{cases}$$

Substituindo resultados das equações II e III na equação I, obtivemos um sistema equivalente, no qual a única incógnita é a quantidade de laranjas, ***l***:

$$l + \overbrace{(l+3)}^{b} + \overbrace{(b-6)}^{m} = 57$$

$$l + l + 3 + b - 6 = 57$$

$$l + l + 3 + \overbrace{(l+3)}^{b} - 6 = 57$$

$$3l = 57$$

$$\frac{3}{3}l = \frac{57}{3}$$

$$l = 19$$

Encontrado o valor de “$\boldsymbol{l}$", substituímos na equação $[II]$:

$$l + 3 = b(II)$$

$$19 + 3 = b$$

$$22 = b$$

O Substituiremos “b” na equação $[III]$:

$$m = b - 6$$

$$m = 22 - 6$$

$$m = 16$$

Agora, de forma a validar verificaremos na equação $[I]$:

$$b + l + m = 57$$
$$22 + 19 + 16 = 57$$
$$57 = 57$$

Após a verificação escrevemos a seguinte frase como resposta: Na cesta de frutas havia 19 laranjas, 22 bananas e 16 maçãs.

Esta solução, em nossa leitura, está no campo semântico da Álgebra como equação, mas foi desenvolvido com o uso de letras indicando objetos dos problemas – l para laranja, b para indicar banana e m para maçã –, uma notação algébrica com referência a algo conhecido dos envolvidos na atividade, portanto mais significativo.

4.5 Encaminhamento 5 – Matriz

Nesta estratégia, a partir da modelagem pictórica, o problema foi representado por um sistema linear de três equações, que representam a quantidade de frutas na cesta.

$$\begin{cases} l + b + m = 57 & [I] \\ l + 3 = b & [II] \\ m = b - 6 & [III] \end{cases}$$

Um primeiro passo foi elaborar a matriz aumentada de modo que na primeira coluna temos todos os coeficientes que acompanham "l" de laranja, na segunda coluna os coeficientes que acompanham "b" de banana, na terceira coluna os coeficientes que acompanham "m" que se refere a maçã, e depois do sinal de igualdade os valores independentes.

$$\begin{cases} l + b + m = 57 \\ l - b \qquad = -3 \\ \quad -b + m = -6 \end{cases}$$

$$\begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 1 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{bmatrix} & \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{matrix} \end{array}$$

A partir deste sistema de equações lineares foi construída a matriz associada. O procedimento utilizado para solução foi a eliminação de Gauss-Jordan, por meio das operações elementares nas linhas da matriz.

No quadro a seguir, exibimos na segunda coluna em destaque as linhas em que ocorreram as operações.

Quadro 2 – Quadro com matriz aumentada e operações elementares do sistema de equações.

Matriz e suas operações	Operação executada em destaque
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 1 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right) L_2 - 1.L_1$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ \mathbf{0} & \mathbf{-2} & \mathbf{-1} & \mathbf{-60} \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)$
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & -2 & -1 & -60 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right) L_2.-\frac{1}{2}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{\frac{1}{2}} & \mathbf{30} \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)$
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 30 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right) L_3 - (-1).L_2$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 30 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{\frac{3}{2}} & \mathbf{24} \end{array}\right)$
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 30 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 24 \end{array}\right) L_3.\frac{2}{3}$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 30 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{16} \end{array}\right)$
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2} & 30 \\ 0 & 0 & 1 & 16 \end{array}\right) L_2 - \left(\frac{1}{2}\right).L_3$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{22} \\ 0 & 0 & 1 & 16 \end{array}\right)$
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 1 & 57 \\ 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 16 \end{array}\right) L_1 - 1.L_3$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{41} \\ 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 16 \end{array}\right)$
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 1 & 0 & 41 \\ 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 16 \end{array}\right) L_1 - 1.L_2$	$\left(\begin{array}{ccc\|c} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{19} \\ 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 16 \end{array}\right)$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Logo a solução é, $x = 19, y = 22, z = 16$ e a resposta escrita da seguinte forma: Na cesta havia 19 laranjas, 22 bananas e 16 maçãs.

A solução usando matriz, partiu de um sistema de equação já construído, nesse caso, tal como na solução "Álgebra como equação" a produção de significados para as letras ainda fazem referência às frutas, no entanto as operações de transformações algébricas são realizadas de forma generalizada e técnica, que foi visto, pelos participantes da pesquisa, como uma expansão ou alternativa a solução "Álgebra como equação".

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608 2318-6674

4.6 Encaminhamento 6 – Solução Algébrica com o Software Geogebra

Neste encaminhamento resolvemos este sistema linear com o Software Geogebra, e ainda é possível visualizar na forma 3D, o qual é representação de um sistema linear com três variáveis, onde os 3 (três) planos se encontram, revela a resposta ao problema proposto.

Com a leitura e modelagem do problema (Figura 1) chegamos a este sistema de equações, com 3 variáveis.

$$\begin{cases} l + b + m = 57 \\ l + 3 = b \\ m = b - 6 \end{cases}$$

Mas para resolvermos com o Software Geogebra trocamos as variáveis por (x, y, z):

$$\begin{cases} x + y + z = 57 \\ x + 3 = y \\ z = y - 6 \end{cases}$$

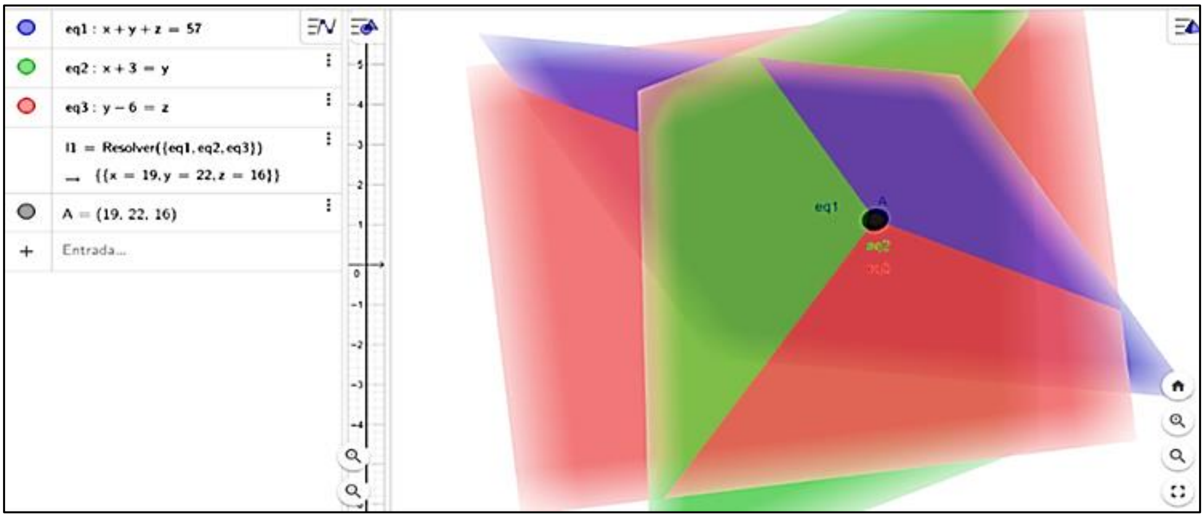
Considerando que já tenha o Software Geogebra instalado e saiba utilizá-lo. O primeiro passo é selecionar na página principal as janelas de Álgebra e de visualização 3D e digitar na janela de Álgebra as equações (Figura 10). Ressaltamos a importância de observar que, nesse caso, trata-se de equações de planos. A solução algébrica, nesse caso foi obtida por meio do comando "resolver, ({eq1, eq2, eq3})", cuja resposta é $(x = 19, y = 22, z = 16)$.

Essa solução utilizando o Software Geogebra, em nossa leitura se insere no campo da Álgebra como equação e reporta ao uso de um recurso, no qual habilidades para resolver o problema e realizar transformações algébricas são requeridas para elaborar o sistema de equações. Nesse caso, as transformações algébricas, inerente a fase de execução da estratégia são atribuídas ao computador, necessitando dos envolvidos na atividade, competência algébrica na fase de avaliação e validação do resultado, situação em que demanda uma nova troca de variáveis.

4.7 Encaminhamento 7 – Solução Geométrica com o Software Geogebra

Para obter uma solução geométrica selecionamos o comando intersecção e marcamos os três planos e assim obtivemos como resposta o ponto A, cujas coordenadas são, (19, 22 e 16), conforme figura 10.

Figura 10 — Representação geométrica do Sistema de Equações.



Fonte: Elaborado pelos autores (2022), por meio do Software Geogebra.

Com o *Software* Geogebra, podemos também avaliar a solução geométrica ao problema. Pois a trinca $(x = 19, y = 22, z = 16)$ representa um ponto no espaço, que é a intersecção de planos cujas equações são $x + y + z = 57; x + 3 = y \; e \; z = y - 6$, conforme figura 10. Assim a resposta pode ser enunciada da seguinte forma: Na cesta havia 19 laranjas, 22 bananas e 16 maçãs.

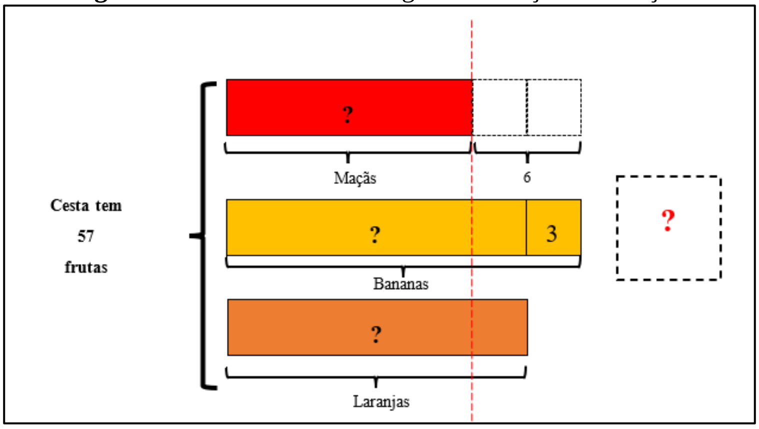
Esta solução tem como campo preferencial a geometria, no entanto essa estratégia exige dos envolvidos na atividade além da habilidade para elaborar o sistema de equações, produzir significados que relacionam Álgebra e geometria, pois requer dos envolvidos na atividade a observação de que o sistema de equações algébricas é homologo a um sistema de equações de retas no espaço. No momento de escrever as equações no computador, foi necessária uma mudança de variável, de *l*, *b* e *m* para *x, y* e *z*. Além disso, exigiu, na fase de validação, a interpretação do resultado geométrico, coordenadas cartesianas do ponto de intersecção das retas, como solução para um problema algébrico se referindo a frutas. Um movimento de ida e volta que, permitiu aos envolvidos observar potencial para desenvolver, no decorrer da atividade, a capacidade de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como preconiza a

BNCC. Nesse caso, a situações-problema apresentada em língua materna, traduzida para a linguagem algébrica que em seguida é relacionada a geometria, visualizada em gráfico, interpretada no campo da geometria e, por fim, validada como solução algébrica do problema.

Um convite!

Depois de apresentar um conjunto de encaminhamentos, indagamos sobre novas leituras ao problema apresentado, com o propósito de mostrar seu potencial para trabalhar com mais significado no processo da transição da Aritmética para a Álgebra. Inclusive, deixamos ao leitor o convite para ir a outros lugares, experienciar outros encaminhamentos com essas novas leituras do problema, cesta de frutas. Nesse texto exploramos modelagens que colocavam a quantidade de laranjas como referência, mas é possível outras modelagens que por sua vez podem nos levar a outros lugares como a representada na figura 11, leitura esta, feita em função das maças.

Figura 11 — Leitura e modelagem em função das maças.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Esta modelagem em função da quantidade de maças, constituíram, em nossa experiência em um novo convite, e a medida que foram sendo explicitadas as produções, outras equações, como por exemplo: $m + b + l = 57$, onde: $m + \overbrace{m+6}^{b} + \overbrace{m+3}^{l} = 57$, outras experiências de uso da notação foram exercitadas e discutidas, novos significados negociados e, consequentemente, o repertório dos envolvidos ampliado.

5 ANÁLISE E RESULTADOS

Com relação as atividades procuramos, com base na noção de leitura plausível, conhecer e analisar a respeito de seu potencial do Modelo de Barras: i) como disparador de multiestratégias para resolução de problemas e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra e; ii) de seu potencial para ampliar, em situações de formação de professores, o repertório docente.

Os participantes da pesquisa, observaram que o Modelo de Barras associado a orientação de Pólya (2006) para resolução de problemas, coloca em evidência o cuidado e a importância da leitura e entendimento do problema e observaram que as barras auxiliam na fase de validação ou verificação da solução.

Observar um conjunto de estratégias para um mesmo problema chamou atenção dos professores participantes que, no âmbito de uma sala de aula, que os passos de Polya para resolução de problema não é um conjunto de procedimentos rígidos e ótimos, pois, para um mesmo enunciado, é possível diferentes leituras do problema, nesse texto apresentamos duas com o Modelo de Barras, Figura 1 e Figura 11. E que a aceitação das diferentes leituras requer do professor um repertório que lhe dê segurança e maturidade para conceber outras compreensões, leituras e modelagens para um mesmo problema.

Nese texto verificamos, a partir de uma mesma leitura usando o Modelo de Barras (Figura 1), suscitou diferentes estratégias que levaram a solução do problema, isso coloca em evidência a importância de que os alunos sejam incentivados a elaborarem suas estratégias a persistirem na execução de suas estratégias para só depois, na fase de validação avaliar a solução. Nesse caso, além da maturidade do professor para aceitar outros resultados é importante que o professor tenha domínio de conteúdo, experiências, ter entusiasmo e cultura. Assim, como propõem Viola dos Santos e Lins (2016) a execução e discussão desse conjunto de estratégias foi uma oportunidade formativa na qual os professores exercitarem uma diversidade de abordagens, observando a relação entre a Álgebra e outros campos da Matemática, Aritmética e Geometria.

A respeito das atividades desenvolvidas no curso, Encontros Formativos, os participantes afirmaram que em cada encaminhamento ou solução foi oportunizado um refletir, organizar e reorganizar a leitura do problema e esse processo, de acordo com os professores com quem trabalhamos, auxilia no entendimento do uso das letras, na elaboração e compreensão das expressões, exercita as transformações algébricas e resolução de equações.

https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608 2318-6674

Os professores que usaram o Modelo de Barras em suas aulas relataram, nos encontros do GT, que ao adotar esse procedimento em sala de aula os alunos se mostraram mais participativos e persistentes ao resolver problemas. Ainda segundo os professores, o uso das barras foi relevante para ensinar os alunos, pois essa estratégia e o fato de aceitar mais de uma solução permitia que, mais alunos participassem das discussões e, conhecer antecipadamente algumas possibilidades de solução aumentou-lhes confiança para conduzir resolução de problemas em sala.

Durante a primeira parte da formação alguns professores questionaram o tempo para realizar todo esse trabalho com as barras, mas após o uso do Modelo de Barras em sala de aula esses participantes reviram suas posições e disseram que esse tempo inicialmente gasto para compreensão, modelagem, discussão das soluções e validação era recompensado porque os alunos aos poucos foram ganhando autonomia para elaboração e desenvolvimento da linguagem algébrica, para estabelecer generalização e persistiram na busca de soluções.

Além disso, alguns professores tanto nos Encontros Formativos como no GT, disseram que o uso das barras lhes permitiu perceber e acompanhar diferentes modos de enfrentar o problema por parte dos alunos e que isso estava provocando neles a necessidade de mudar seus modos de serem professores e observarem mais os desenvolvimentos e ritmos dos alunos. O que, em nossa leitura, indica que os professores participantes foram sensibilizados com relação a importância de o professor “ler a produção de conhecimento e a produção de sentido dos seus alunos” Lins (2005, p.2).

Os docentes observaram que o uso do Modelo de Barras apresentou potencial para o uso da Álgebra como instrumento de resolução de problemas, como prescreve a BNCC, que essa estratégia contribuiu para ampliar suas compreensões para o uso das letras em expressões matemáticas e, consequentemente, cria mais oportunidades para o professor identificar possíveis dificuldades dos alunos com as transformações algébricas.

Em nosso entendimento, a explicitação e convivência dos diferentes modos considerados legítimos para resolver um problema foi importante por colocar no centro do processo de aprendizagem o desenvolvimento e discussão das habilidades para de resolver o problema. Contribuindo para a discussão de que na prática escolar vigente, geralmente, o problema está associado a um determinado objeto de conhecimento do currículo, ao passo que a partir do Modelo de Barras como estratégia de resolução de problemas, tem-se a oportunidade de desenvolver diferentes habilidades para resolver o problema.

A respeito desse aspecto os professores produziram falas na direção de dizer que o desenvolvimento e discussão das diferentes soluções para um problema, além de exercitar a aplicação ou usando diferentes estratégias e conteúdo, contribui para ampliar a compreensão do currículo e tem potencial para superar o paradigma de exercício.

Em conformidade com professores que participaram do Grupo de Trabalho (GT) as soluções Aritméticas enriqueceram seus repertórios e permitiram ampliar as alternativas para trabalhar com os alunos na resolução de problemas. Que encaminhar soluções desse tipo encorajam os alunos a desenvolverem e persistirem em seus métodos.

As soluções cinco e sete (matriz e solução geométrica com o Software Geogebra respectivamente) de acordo com os professores participantes da pesquisa não são compatíveis com suas vivências e práticas docentes nos Anos Finais de Ensino Fundamental, sendo consideradas por eles, soluções desenvolvidas a partir de objetos de conhecimentos próprios do ensino médio, mas que conhecer, desenvolver e compartilhar as soluções foi relevante para ampliar seus repertórios docentes e observarem que um problema pode ser resolvido usando diferentes objetos de conhecimento.

Os professores participantes da pesquisa informaram que a partir do curso passaram a trabalhar e incentivar os alunos a usarem da estratégia "por suposição", e que essa estratégia se revelou importante para encorajar os alunos a enfrentarem o problema, por lhes dar o controle da solução e por facilitar a validação da solução e elaboração da resposta.

Com relação ao repertório docente alguns professores disseram que o fato de conhecer e discutir diferentes soluções para uma mesma situação alterou seus modos de conduzir a resolução de problemas em sala de aula, inclusive se preocupando mais em ouvir os alunos e deixar tempo, durante as aulas, para troca de ideias e compartilhamento de soluções dos alunos. O que em nossa leitura indica que essa formação contribuiu para desenvolver com os professores os dois componentes propostos por Lins (2005) ampliou a capacidade dos professores de lerem a produção de conhecimento e a produção de sentido de seus alunos e sensibilizou e estimular nos docentes a disposição dos professores para aceitar diferenças na produção de significado.

6 CONSIDERAÇÕES

Destacamos que o propósito neste artigo foi apresentar e discutir o potencial do Modelo de Barras como disparador de multiestratégias para resolver problemas, contribuir no processo de ensino e aprendizagem na transição da Aritmética para a Álgebra e ampliar o repertório docente.

A partir da leitura e apresentação de alguns encaminhamentos de resolução para um único problema, pudemos conhecer diferentes soluções. Reforçamos que é importante o professor "ler a produção de conhecimento e a produção de sentido dos seus alunos" Lins (2005, p.2) e essa possibilidade acontece quando o professor aceita que há diferentes maneiras de produzir significados a partir de um resíduo de enunciação.

Em nossa leitura, o potencial do Modelo de Barras, em conjunto com os quatro passos de resolução de problemas de Pólya (2006), se mostra promissor para lidar com a heterogeneidade das turmas de Anos Finais do Ensino Fundamental, de modo que possa atenuar a entrada brusca na Álgebra. Pois na fase de leitura e modelagem do problema já coloca em movimento habilidade de produção de registros, uso de diferentes linguagens e processos de generalização.

Em nossa experiência, durante a Ação Formativa, constituímos um espaço comunicativo com professores que ensinam matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, utilizamos o Modelo de Barras como disparador para desenvolvimento de várias estratégias de resolução do problema. Os professores produziram diferentes leituras, modelagens com barras, para um mesmo enunciado. Para uma mesma leitura elaboraram e discutiram, usando diferentes recursos – material concreto, pictóricos, digital e abstratos – mobilizando e produzindo significados relacionando a Álgebra a outros campos da Matemática, Aritmética e Geometria.

Assentimos que esse conjunto de técnicas tem potencial para sugerir ao professor a importância de observar, identificar onde cada aluno está e constituir um espaço comunicativo, no qual interações produtivas possam ocorrer, à medida que são constituídos em sala de aula um ambiente no qual é possível desenvolver e negociar, no ritmo dos envolvidos na atividade pedagógica (professor e alunos), diferentes significados para o uso de letras em matemática.

Em cada encaminhamento ou solução foi oportunizado um refletir, organizar e reorganizar a leitura do problema e esse processo, de acordo com os professores com quem trabalhamos, auxilia no entendimento do uso das letras, na elaboração e compreensão das expressões, exercita as transformações algébricas, resolução de equações. Em nosso entendimento e no depoimento dos professores isso tem potencial para contribuir no processo de transição da Aritmética para a Álgebra, para ampliar o repertório como resolvedores de problemas, confiança para aceitar e acompanhar as diferentes estratégias dos alunos.

Cabe-nos observar que dentre as sete soluções apresentadas duas são Aritméticas, a primeira (usando material manipulável) e a terceira (tentativa e erro ou suposição) e a sétima é uma solução geométrica, com auxílio do Software Geogebra. As outras quatro, em nossa leitura, foram desenvolvidas com base em pensamentos algébricos. Portanto, conforme orienta a BNCC este conjunto de solução considera aspectos que relacionam a Álgebra a outros campos da matemática, nesse caso, a Aritmética e Geometria.

A mobilização e uso de estratégias Aritméticas, campo mais familiar aos alunos, junto com soluções de Aritmética Generalizada e algébricas em nossa leitura permite os alunos a se sentirem legitimados a reconhecer e adotar outros modos de produzir significados, inclusive o algébrico.

Reforçamos que as soluções apresentadas neste texto são sugestivas e plausíveis, mas não são definitivas nem dão conta da totalidade, com esse exercício esperamos contribuir para que o professor e formadores de professores ampliem seus repertórios a respeito do modo de conduzir a transição do ensino de Aritmética para a Álgebra por meio da resolução de problema. Tal como ocorreu no segundo encaminhamento, em que ocorre uma mudança de notação inicia-se com os desenhos e aos poucos elas são naturalmente traduzidas e, aos poucos, expressas em notação algébrica. Além disso, destacamos a importância de discutir e analisar, como forma de ampliar o repertório docente na formação docente. as multiestratégias de resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 23 dez. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 26 out. 2020.

CINTRA, Camila Coppi. **Proposta para o ensino de frações para o 7 ano**: do diagnóstico a aprendizagem mediada por Modelo de Barras. 2017. 180 f. Dissertação. (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/10005/CINTRA_Camila_Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Mestrado%20Profmat.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 17 dez. 2020.

DOTTI, Tamara Garcia Pinheiro**. Um estudo do Modelo de Barras nos livros didáticos da Matemática de Singapura**: Fundamentação da Álgebra no Ensino Fundamental I Ciclo. 2016. 88 f. Monografia (Graduação em Matemática) — Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2016 Disponível em: https://www.dm.ufscar.br/dm/index.php/component/attachments/download/2304. Acesso em: 17 dez. 2020.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. História Oral e Educação Matemática. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. p. 85-105.

GOIS, Renata Cláudia. **O efeito do Material Concreto e do Modelo de Barras no Processo de Aprendizagem Significativa do Conteúdo Curricular de Frações pelos Alunos de 7º Ano do Ensino Fundamental**. 2014. 99 f. Dissertação (Mestrado) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4472/6458.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 23 dez. 2020.

HILAQUITA INGA, Veronica. **Método Singapur en la Resolución de Problemas Matemáticos en los Estudiantes del Quinto Grado de Educación Primaria de la Institución Educativa Mercedario San Pedro Pascual de la Ciudad de Arequipa 2018**. 2018. 103f. Dissertação (Mestrado em Ciências: Educação com menção em Gestão e Administração Educativa) — Universidad Nacional de San Agustín, Escuela de Posgrado, Unidad de Posgrado Facultad de Ciencias de la Educación, Arequipa (Peru), 2018. Disponível em: http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/7241/EDMhiinv.pdf?sequence=3&isAllowed=y. Acesso em: 28 jan. 2022.

HOLETZ, Melissa Samanta. **Utilizando a gamificação e a metodologia de ensino de Singapura para trabalhar com as operações matemáticas básicas nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2019. 147 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias) — Centro Universitário Internacional UNINTER, Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias, Curitiba, 2019. Disponível em: https://repositorio.uninter.com/bitstream/handle/1/491/Disserta%c3%a7%c3%a3o%20Final_Melissa%20Samantha%20Holetz.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 12 set. 2022.

LINS, Romulo. Categories of everyday life as elements organising mathematics teacher education and development projects. In**: ICMI STUDY CONFERENCE:** The professional education and development of teachers of mathematics, 15., 2005, Águas de Lindóia (SP). Anais […]. Águas de Lindóia (SP): International Mathematical Union (IMU), 2005, p. 1-6. Disponível em: http://sigma-t.org/permanente/2005b.pdf. Acesso em:16 set. 2022.

LINS, Romulo Campos. O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia L. et al. (org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 11-30.

LINS, Romulo Campos. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 75-94.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

PÓLYA, George. [1887-1985]. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PORTO, Simone Cristina do Amaral. **A inserção da resolução de problemas na prática Docente de uma professora de Matemática.** 2015. 148 F. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) − Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em: https://repositorio.pgsskroton.com/bitstream/123456789/3666/1/SIMONE%20CRISTINA%20DO%20AMARAL%20PORTO.pdf. Acesso em: 12 set. 2022

QUEIROZ, Jonas Marques dos Santos. **Resolução de problemas da pré-Álgebra e Álgebra para fundamental II do ensino básico com auxílio do Modelo de Barras.** 2014. 144 f. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/4473/6507.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 23 dez. 2020.

RICHIT, Luiz Augusto e RICHIT, Adriana. O Modelo de Barras de Singapura na Resolução de Problemas Aritméticos e Algébricos**. Bolema - Boletim de Educação Matemática,** Rio Claro, v. 36, n. 73, p. 697-724, ago.2022. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/DKJvqbxGfpy8g6mwQCqHs9r/abstract/?lang=pt. Acesso em: 29 de nov. 2022.

SILVA, Amarildo Melchiades da. **O Modelo dos Campos Semânticos –** Um Modelo Epistemológico em Educação Matemática. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2022.

SILVA, Paulo Eugênio da; CURI, Edda. Análise da Abordagem do Pensamento Algébrico no Currículo ao Longo do Tempo. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 11, n. 1, p. 1-25, e23009, jan./dez., 2023. https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.14168

SILVA, Magno Rodrigo da. BARBOSA, Edson Pereira. O Processo de Apresentação das Orientações Curriculares aos Professores da Educação Básica Do Estado de Mato Grosso na Cidade de Sinop (MT). **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 5, n. 2, p. 2015-234, jul/dez 2017. https://doi.org/10.26571/2318-6674.a2017.v5.n2.p215-234.i5440

VARGAS ACOSTA, Liliana Mercedes; SOTILLO FAJARDO, Elkye Xiomara Sotillo. **Efecto de la metodología Singapur en el desarrollo de la competencia comunicación en el área de matemática para estudiantes de grado sexto**. 2019. 138 f. Projeto de Pesquisa (Magister en Educación) — Universidad de La Costa CUC, Facultad de Humanidades Maestría en Educación, Barranquilla (Colômbia), 2019. Disponível em: https://repositorio.cuc.edu.co/handle/11323/5538. Acesso em: 28 jan. 2022.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. Grupo de Trabalho como Espaço Formações (ou: a arte de produzir efeitos sem causa). **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 11, n. 16, p. 365-391, 2018. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/7701/5497. Acesso em: 10 out. 2020.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; LINS, Rômulo Campos. Movimentos de Teorizações em Educação Matemática. **Bolema — Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 55, p. 325-367, ago. 2016. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a02

ZAMBIASI, Gislaine Aparecida Maria. **Modelo de Barras como Estratégia para Educação Algébrica:** um Estudo com Professores de Matemática do Ensino Fundamental. 2022. 435 f. Dissertação (Mestrado Profissional), Universidade Federal de Mato Grosso, Sinop, 2022. Disponível em: https://cms.ufmt.br/files/galleries/87/Disserta%C3%A7%C3%B5es%202021/disserta%C3%A7%C3%A3o%202022/Gislaine.pdf. Acesso em: 22 fev. 2023.

ZAMBIASI, Gislaine Aparecida Maria. BARBOSA, Edson Pereira. **Produto Educacional. Modelo de Barras como Estratégia de Resolução de Problemas Algébricos**. p. 198-435. *In*: ZAMBIASI, Gislaine Aparecida Maria. Dissertação. Modelo de Barras como Estratégia para Educação Algébrica: um Estudo com Professores de Matemática do Ensino Fundamental. 2022. Universidade Federal de Mato Grosso, Sinop, 2022. Disponível em: https://cms.ufmt.br/files/galleries/87/Disserta%C3%A7%C3%B5es%202021/disserta%C3%A7%C3%A3o%202022/Gislaine.pdf**.** Acesso em: 22 fev. 2023.

APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES SOBRE O MANUSCRITO

AGRADECIMENTOS
Não se aplica.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA
Resumo/Abstract/Resumen: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Introdução: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Referencial teórico: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Análise de dados: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Discussão dos resultados: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Conclusão e considerações finais: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Referências: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa
Revisão do manuscrito: Lenir Terezinha de Moura Pereira Barbosa
Aprovação da versão final publicada:
Revisão do manuscrito: Lenir Terezinha de Moura Pereira Barbosa
Aprovação da versão final publicada: Gislaine Aparecida Maria Zambiasi; Edson Pereira Barbosa

CONFLITOS DE INTERESSE
Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmico, político e financeiro referente a este manuscrito.

DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados da pesquisa foi publicado no próprio artigo.

PREPRINT
Não publicado.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Nós autores, informamos que a pesquisa "Efeitos do Modelo de Barras no Ensino de Álgebra", foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos, da UFMT Sinop, com nº do Certificado de Apresentação de Apreciação Ética CAAE nº 43031421.4.0000.8097.

COMO CITAR - ABNT
ZAMBIASI, Gislaine Aparecida Maria; BARBOSA, Edson Pereira. Formação Continuada Ancorada no Modelo de Barras: Multiestratégias no Ensino de Álgebra. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 12, *e*24010, jan./dez., 2024. https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608

COMO CITAR - APA
Zambiasi, G. A. M. & Barbosa, E. P. (2024). Formação Continuada Ancorada no Modelo de Barras: Multiestratégias no Ensino de Álgebra. *REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, *12*, *e*24010. https://doi.org/10.26571/reamec.v12.15608

POLÍTICA DE RETRATAÇÃO - CROSSMARK/CROSSREF
Os autores e os editores assumem a responsabilidade e o compromisso com os termos da Política de Retratação da Revista REAMEC. Esta política é registrada na Crossref com o DOI: https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao

Check for updates

VERIFICAÇÃO DE SIMILARIDADE

Este manuscrito foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o *software* de detecção de texto iThenticate da Turnitin, através do serviço *Similarity Check* da Crossref.

iThenticate

PUBLISHER
Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

EDITOR
Dailson Evangelista Costa

AVALIADORES
Rochelande Felipe Rodrigues
Rudinei Alves dos Santos

Avaliador 3: não respondeu ao convite para divulgar seu nome.

HISTÓRICO
Submetido: 26 de maio de 2023.
Aprovado: 12 de outubro de 2023.
Publicado: 31 de janeiro de 2024.
