

## ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA ANCORADA NA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

### RESOLUTION STRATEGY FOR PROBLEM-SITUATION ANCHORED IN THE THEORY OF CONCEPTUAL FIELDS

### ESTRATEGIA DE RESOLUCIÓN DE SITUACIÓN PROBLEMA ANCLADA EN LA TEORÍA DE CAMPOS CONCEPTUALES

Rudinei Alves dos Santos\*

Francisco Hermes Santos da Silva\*\*

Joelson Magno Dias\*\*\*

Vanessa Pires Santos Maduro\*\*\*\*

#### RESUMO

A pandemia da COVID-19 conduziu a suspensão de aulas presenciais. Obrigando os atores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem a buscarem, de forma emergencial, estratégias que possibilitassem a continuidade das atividades escolares. Entretanto, a comunicação entre professor e aluno ficou bastante prejudicada, devido às limitações tecnológicas, ou a pouca afinidade com os encontros virtuais. Assim, este trabalho construído a partir de uma abordagem qualitativa, aos moldes de uma pesquisa de cunho bibliográfico e ancorada na Teoria dos Campos Conceituais - TCC, objetivou propor estratégia de resolução de situações do campo conceitual da otimização, que favoreça a comunicação entre os atores do processo de ensino e aprendizagem, possibilitando a reflexão dos envolvidos e o (re) direcionamento do planejamento pedagógico do professor. Conclui-se que a estratégia de resolução de situações do campo conceitual da otimização através de subtarefas, a sombra da TCC, é um recurso que pode contribuir com a melhor comunicação entre alunos e professores, principalmente em momentos de encontros virtuais. Outrossim, considera-se que a estratégia discutida neste artigo não é exclusiva do campo abordado, podendo ser experimentada em outros campos conceituais e outras áreas do conhecimento, pois em tempos como este, nenhum recurso baseado na ciência deve ser descartado.

\* Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM/REAMEC). Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), Santarém, Pará, Brasil. Avenida Castelo Branco, 621, Bairro: Interventoria, Santarém - PA, Brasil, CEP: 68020-820. E-mail: [rudinei.alves@ifpa.edu.br](mailto:rudinei.alves@ifpa.edu.br).

\*\* Doutorado em Educação na Área de Educação Matemática, Universidade de Campinas (UNICAMP). Professor da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil. Instituto de Educação Matemática e Científica. Cidade Universitária Prof. José da Silveira Neto, Av. Augusto Correa nº. 01, Belém-PA, Brasil. E-mail: [fhermes@ufpa.br](mailto:fhermes@ufpa.br).

\*\*\* Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Professor da Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC), Santarém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia Santarém Curuá-Uma, s/n, Bairro: Livramento, Santarém-PA, Brasil, CEP: 68.100-000. E-mail: [joelson.dias@escola.seduc.pa.gov.br](mailto:joelson.dias@escola.seduc.pa.gov.br).

\*\*\*\* Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), Santarém, Pará, Brasil. Avenida Castelo Branco, 621, Bairro: Interventoria, Santarém - PA, Brasil, CEP: 68020-820. E-mail: [vanessa.maduro@ifpa.edu.br](mailto:vanessa.maduro@ifpa.edu.br).

**Palavras-chave:** Invariante Operatório. Otimização. Ponto Crítico. Subtarefa.

## ABSTRACT

The pandemic caused by COVID-19 led to the suspension of in-person classes, forcing those involved in the teaching and learning process to seek, as a matter of urgency, strategies that would enable the continuity of school activities. However, communication between teacher and student was relatively impaired due to technological limitations or lack of affinity with virtual meetings. Therefore, the present work, elaborated from a qualitative approach, in the molds of the bibliographical research and anchored in the Theory of Conceptual Fields - TCF, aimed to propose a strategy of resolution of situations in the conceptual field of optimization that favors the communication between the actors in the teaching and learning process, enabling the reflection of those involved and the (re)direction of the teacher's pedagogical planning. We conclude that the strategy of solving hypotheses of the conceptual field of optimization through subtasks, in light of the TCC, is a resource that can contribute to better communication between students and teachers, especially in virtual meetings. Furthermore, we consider that the strategy discussed in this article is not exclusive to the conceptual field approach and can be tested in other conceptual fields and other areas of knowledge, as in times like these, no science-based resource should be discarded.

**Keywords:** Operative Invariant. Optimization. Critical point. Subtask.

## RESUMEN

La pandemia de COVID-19 provocó la suspensión de las clases presenciales. Obligando a los actores involucrados en el proceso de enseñanza y aprendizaje a buscar, de manera urgente, estrategias que permitan la continuidad de las actividades escolares. Sin embargo, la comunicación entre profesor y alumno se vio muy afectada debido a limitaciones tecnológicas o falta de afinidad con las reuniones virtuales. Así, este trabajo, construido desde un enfoque cualitativo, en la línea de una investigación bibliográfica y anclado en la Teoría de los Campos Conceptuales - TCC, tuvo como objetivo proponer una estrategia de resolución de situaciones en el campo conceptual de la optimización, que favorezca la comunicación entre los actores del proceso de enseñanza y aprendizaje, posibilitando la reflexión de los involucrados y la (re) dirección de la planificación pedagógica del docente. Se concluye que la estrategia de resolución de situaciones en el campo conceptual de optimización a través de subtareas, a la sombra de TCC, es un recurso que puede contribuir a una mejor comunicación entre alumnos y docentes, especialmente en momentos de encuentros virtuales. Además, se considera que la estrategia discutida en este artículo no es exclusiva del campo abordado, pudiendo ensayarse en otros campos conceptuales y otras áreas del conocimiento, ya que en tiempos como este no se debe descartar ningún recurso basado en la ciencia.

**Palabras clave:** Operativa invariante. Mejoramiento. Punto crítico. Subtarea.

## 1 INTRODUÇÃO

No contexto de emergência sanitária vivida atualmente, enfrentamos desafios em todos os setores da sociedade e, em particular, o da educação. O ensino remoto foi uma das soluções emergenciais encontradas para dar continuidade ao processo educacional devido a impossibilidade de atividades presenciais. Com isso, vários recursos metodológicos e

ferramentas digitais foram elaboradas e readaptadas para uma melhor experiência nesse novo modelo de ensino.

Durante o processo de ensino e aprendizagem, a comunicação falada e escrita interfere diretamente na construção dos conceitos. Nas aulas presenciais o professor organiza a formação dos conceitos utilizando a fala como um recurso importante de ensino, como por exemplo, ao expressar a construção de uma solução em determinada tarefa através da fala, sem fazer os registros escritos de maneira organizada para os alunos. Porém, nas aulas remotas o uso desse recurso pode ocasionar ruídos na comunicação e na aprendizagem. Dessa forma, o presente artigo busca responder a seguinte questão: Em que termos a Teoria dos Campos Conceituais - TCC pode contribuir com a comunicação entre os atores do processo de ensino e aprendizagem envolvidos por situações do campo conceitual da otimização? Ressalta-se que, neste estudo, campo conceitual da otimização, a luz da TCC, é o conjunto de situações que remetem a conceitos relacionados a máximos/mínimos de funções e suas representações, que se articulam para construção e adaptação de esquemas que conduzem a ações presentes e futuras, baseadas nesse contexto de resolução de situações.

Diante da questão levantada, o estudo objetiva propor estratégia de resolução de situações do campo conceitual da otimização que favoreça a comunicação entre os atores do processo de ensino e aprendizagem, possibilitando a reflexão dos envolvidos e o (re)direcionamento do planejamento pedagógico do professor. Acerca da possibilidade de reflexão, Muniz (2009, p.38) afirma que as contribuições da TCC, fundamentação teórica deste estudo, “não se limitam à contribuição ao desenvolvimento da pesquisa científica, mas também à construção de um novo olhar sobre tais produções de nossos alunos, que deve implicar em novas possibilidades de práxis de nossos professores”.

Este artigo é fruto de um trabalho com abordagem qualitativa, embasado numa investigação de cunho bibliográfico, considerando que foi “desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 1991, p.48), com o intuito de obter fundamentação teórica para a pesquisa sobre estratégia de resolução de situações problema do campo conceitual da otimização ancorada na teoria dos campos conceituais.

## 2 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

O idealizador da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), professor Dr. Gérard Vergnaud

(1933 - 2021), é um filósofo, psicólogo e matemático com muitas contribuições para área da Psicologia Cognitiva, sendo referência na Didática da Matemática. Inclusive, no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental, séries iniciais, apresentam influências dessa teoria nos livros didáticos direcionados a essas séries (BITTAR, 2009). A TCC é uma teoria que se interessa pelo desenvolvimento cognitivo do sujeito em ação, evidenciando, assim, olhar diferenciado para o processo de conceitualização.

“A teoria dos campos conceituais diz respeito ao desenvolvimento do conhecimento” (VERGNAUD, 2007, p.292). Nesse sentido, Monteiro *et al* (2020, p.62) afirma que a TCC “é uma teoria psicológica do processo de conceitualização do real, voltada para a compreensão de como os alunos constroem os conhecimentos matemáticos, que visa oferecer um referencial ao estudo de desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem de competências complexas”. Então, pode lançar luz sobre o processo de ensino e aprendizagem, buscando explicar como o aluno aprende. Apresenta inovadora abordagem capaz de levar a construção de conceitos complexos, como aqueles estudados na matemática. Inicialmente, Vergnaud interessou-se pelos campos aditivos e multiplicativos da matemática, entretanto, devido a TCC ter como epicentro o processo de conceitualização, é encontrada no arcabouço teórico de diversas pesquisas que abordam campos conceituais de várias áreas do conhecimento.

Essa teoria considera que para compreender o desenvolvimento e a aprendizagem é necessário considerar como objeto de estudo o Campo Conceitual. Sendo esse o primeiro conceito que deve ser esclarecido para melhor compreendê-la. Vergnaud (2009, p. 29) diz que:

Definição: um campo conceitual é ao mesmo tempo um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações.

Um exemplo de campo conceitual é o conjunto de situações sobre máximo e mínimo de funções, todos os conceitos e suas representações linguísticas e simbólicas acionadas durante a resolução desse conjunto de situações. Sublinha-se que esse campo conceitual tomado como exemplo, fomenta as discussões deste estudo e aqui será tratado como *Campo Conceitual da Otimização*. Ademais, neste contexto e em consonância com a TCC, considera-se que sem um conjunto de situações capaz de propiciar discussão acerca dos conceitos e representações relacionadas ao campo conceitual de interesse, de fato, não se constrói conhecimento.

Também é importante destacar que na TCC situação não diz respeito ao conceito de Situações Didáticas idealizado por Brosseau. Segundo Vergnaud (1990, p.146), “o conceito de

situação aqui não tem o significado de situação didática, mas sim de tarefa, a ideia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, das quais é importante conhecer sua natureza e dificuldade”. Nesse sentido, surge a proposta de decompor situações do campo conceitual da otimização em subtarefas, para melhor evidenciar os conceitos evocados e as representações registradas pelos alunos em ação. Estratégia que pode amplificar o canal de comunicação entre aluno-aluno e aluno-professor, possibilitando a intervenção mais precisa do professor. De acordo com Silva (2020), subtarefas ou passos são situações problema que envolvem o problema proposto, justificadas por invariantes operatórios.

Outra característica peculiar da TCC é acerca de como compreende-se o Conceito. Nessa teoria o conceito é visto como uma terna formada por três conjuntos que, apesar de distintos, se articulam durante o processo de construção do conhecimento. De acordo com Vergnaud (1986, p. 83-84), pode-se definir conceito como sendo: “S: o conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I: o conjunto de invariantes que constituem as propriedades do conceito; L: o conjunto das representações simbólicas que podem ser utilizadas”.

Segundo Magina *et al* (2001, p.7), “pesquisadores e professores têm dificuldade em entender que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não emerge de um tipo de situação, assim como uma simples situação sempre envolve mais que um único conceito”. Isto posto, verifica-se a necessidade de seleção e elaboração de situações férteis para o brotamento dos conceitos do campo conceitual em estudo, pois o conjunto de situações para TCC é o referente do conceito, ou seja, elas que darão sentido a ele. Vergnaud (1990, p.10) aponta duas ideias principais para situações que serão destacadas a seguir:

- 1) a da variedade: há uma grande variedade de situações em um dado campo conceitual, e as variáveis de situação são um meio de gerar sistematicamente o conjunto de classes possíveis;
- 2) o da história: o conhecimento dos alunos é moldado pelas situações que vão encontrando e dominando progressivamente, especialmente pelas primeiras situações capazes de dar sentido aos conceitos e procedimentos que desejam ser ensinados.

Sendo assim, o trabalho do professor destinado à construção do conjunto de situações, composto por classes distintas de situações que deverão ser enfrentadas e dominadas pelos alunos durante o processo de construção de um conceito, é a principal estratégia de mediação dentro da TCC. “Essas situações podem ter características semelhantes, que fazem a pessoa, uma vez adaptada a elas, (já que ele tem o esquema construído), agir de maneira semelhante — previsivelmente, talvez” (PALMERO; MOREIRA, 2004, p. 17). A ação semelhante adotada pelo aluno quando defrontado por uma classe de situação, remete ao conceito de esquema que,

por sua vez, se relaciona com um dos conjuntos que define conceito na TCC - o conjunto dos Invariantes Operatórios.

O conjunto dos invariantes operatórios formados pelos conceitos-em-ação e teoremas-em-ação compõem os esquemas evocados pelos alunos imersos em um conjunto de situações. Vergnaud (1990, p.2) destaca que esquema é a “organização invariável do comportamento para uma determinada classe de situações”. Outrossim, Vergnaud (1998, p. 168) afirma que “um teorema-em-ação é uma proposição que é considerada verdadeira; um conceito-em-ação é um objeto, um predicado ou uma categoria considerada relevante”. Desta forma, os invariantes operatórios não são conceitos e teoremas plenamente aceitos do ponto de vista matemático. Apesar de implícitos, indicam como o aluno está construindo o conceito matemático. Sendo função do professor detectar quais conceitos e teoremas-em-ação estão sendo evocados pelos alunos para serem trabalhados e, paulatinamente, transformados em conceitos e teoremas matemáticos.

Sobre o conjunto das representações simbólicas, no livro “A Criança a Matemática e a Realidade”, Vergnaud (2009, p.86) afirma que “as principais representações utilizadas no ensino da Matemática são as seguintes: expressões linguísticas ou enunciadas da língua natural; esquemas espaciais no plano (linhas, flechas, regiões do espaço, localizações); expressões algébricas”. Moreira (2002, p. 24) diz que as representações podem “ser corretas ou erradas, vagas ou precisas, explícitas ou totalmente implícitas; em qualquer caso, elas funcionam como substitutos computáveis da realidade”. Nessa perspectiva, considera-se que o conjunto das representações carregam, em essência, conceitos e teoremas-em-ação, que externam como o aluno está pensando quando imerso em um conjunto de situações. Então, auxiliam na comunicação entre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, viabilizando a mediação do professor que ajudará na construção ou adaptação de esquemas mentais inerentes a classe de situações explorada.

Frente aos conceitos explorados na Teoria dos Campos Conceituais e suas relevantes contribuições para o processo de construções de conceitos complexos, vislumbra-se a proposta de abordagem do campo conceitual da otimização ancorada nessa teoria. De tal forma que contribua para melhor organização do pensamento e registro dos alunos. Além de possibilitar estratégia de identificação dos conceitos e teoremas-em-ação externados pelos alunos nos registros produzidos através de subtarefas, construídas e executadas de forma sequencial e ordenada, para viabilizarem a identificação dos invariantes operatórios evocados pelos alunos e interação mais dinâmica entre os envolvidos nesse processo de conceitualização.

### 3 O CAMPO CONCEITUAL DA OTIMIZAÇÃO

Situações que buscam explorar a maximização ou minimização de uma função em um determinado intervalo são apresentadas aos alunos, pelo menos, desde o nono ano do ensino fundamental, quando se introduz o conceito de função polinomial do segundo grau ou função quadrática. Essas situações continuam a povoar os livros didáticos do ensino médio desde a primeira série, quando se busca aprofundar os conceitos relacionados a função quadrática e, caso o aluno opte por um curso de graduação que possua em sua grade curricular a disciplina de cálculo diferencial, continuará a ser defrontado por esse tipo de situação. Hoffmann e Bradley (2011, 187) afirmam que na maioria das situações problema sobre otimização, “o objetivo é encontrar o mínimo absoluto ou máximo absoluto de uma função dentro de um certo intervalo de interesse”.

Essas situações envolvem conceitos apresentados, inicialmente, no ensino fundamental, como os relacionados a operações aritméticas, operações algébricas e conceito de função quadrática. À medida que o nível escolar cresce, esses conceitos são alargados e aprofundados, assim como novos conceitos são inseridos e proporcionam um olhar mais profundo sobre essas situações. Dentre esses conceitos, destacam-se alguns que são abordados nos cursos de cálculo diferencial e integral: Limite, Derivada, Ponto Crítico, Número Crítico, Máximo e Mínimo. Fato que torna importante o estudo desse tipo de situações durante o processo de formação, pois possibilita a evocação de conceitos e, conseqüentemente, a oportunidade de o professor verificar como estão sendo construídos ao longo do tempo. Nesse sentido, Vergnaud (1986, p.84) destaca que “a formação de um conceito, particularmente se o considerarmos através das atividades de resolução de problema, cobre, em geral, um período de tempo muito longo, com muitas interações e desníveis”.

Neste contexto, em consonância com a TCC, este artigo tratará como Campo Conceitual da Otimização o conjunto de situações que exploram máximos e mínimos de funções. Situações que para serem solucionadas necessitam de um conjunto de conceitos como, por exemplo, aqueles já citados anteriormente. Assim como, dos esquemas e representações simbólicas acionados no contexto de ação dos envolvidos por esse conjunto de situações. É importante salientar que este artigo não visa abordar teoricamente os conceitos matemáticos citados, com teoremas e suas demonstrações que, inclusive, podem ser encontradas em diversos livros e

textos de matemática. Deste modo, visa-se apresentar estratégia de resolução que possibilite ao professor e ao aluno estabelecer comunicação por meios de resoluções de situações.

Comunicação que, apesar de indispensável para construção do conhecimento, foi abalada em decorrência da COVID-19. Doença que flagela o mundo desde 2019 e levou ao impedimento e limitação de aulas presenciais. Isto posto, identificar e avaliar os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação nas resoluções de situações, em particular do campo conceitual da otimização, poderá contribuir com a efetivação do processo de ensino e aprendizagem, em tempos de pandemia. Uma vez que com a identificação desses invariantes operatórios o professor estabelecerá comunicação com seu aluno, sendo capaz de direcionar e redirecionar suas ações pedagógicas para adaptação e construção dos esquemas necessários para o domínio das situações e promoção do processo de conceitualização.

Ressalta-se que, assim como acontece em outros campos conceituais, o sucesso na resolução de situações do campo conceitual da otimização depende do domínio e articulação de muitos conceitos complexos. Tais conceitos, como dito anteriormente, são apresentados aos estudantes em momentos distintos de sua formação e necessitam de um período longo para seu completo domínio. Assim, é importante a promoção de momentos para discussão e resolução de situações que possibilitem a evocação desses conceitos. Dentre os conceitos que são evocados por situações do campo conceitual da otimização, alguns são bem frequentes, como os de área e volume de objetos geométricos. À vista disso e sabendo-se da importância dada a classe de situação do campo conceitual da otimização, que envolve conceito geométrico, bastante recorrente em livros textos da disciplina de cálculo diferencial, ilustra-se esse campo, com uma dessas situações: “Determine a altura do cone circular reto, de volume máximo, inscrito na esfera de raio  $R$  dado” (GUIDORIZZI, 2000, p.276).

Diante dessa situação, professores de matemática, a partir de uma primeira leitura conseguem acionar esquemas de resolução capazes de articular conceitos necessários para uma proposição de solução. Em sala de aula física, esse percurso de solução, geralmente, é anunciado verbalmente e simultaneamente executado em um quadro. Presencialmente, a dinâmica quase sempre é a mesma - durante a resolução os alunos apresentam suas dúvidas, ou o professor as percebem através dos gestos ou ações, então tais dúvidas são discutidas em busca da compreensão. Veja no quadro 1, proposta de solução para a situação apresentada.



	<p>O: Centro esférico;  <math>h &gt; 0</math>: altura da superfície cônica;  <math>R &gt; 0</math>: raio esférico;  <math>r &gt; 0</math>: raio da base da superfície cônica;  <math>O\hat{O}'P</math>: ângulo reto.</p>
$R^2 = (h - R)^2 + r^2$ $R^2 = h^2 - 2hR + R^2 + r^2$ $r^2 = 2hR - h^2$ $\begin{cases} r^2 = 2hR - h^2 \\ V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \end{cases}$ $V = \frac{\pi}{3} h(2hR - h^2)$ $V = \frac{\pi}{3} (2Rh^2 - h^3)$	$V' = \frac{\pi}{3} [2Rh^2 - h^3]'$ $V' = \frac{\pi}{3} [4Rh - 3h^2]$ $V' = 0$ $4Rh - 3h^2 = 0$ $h(4R - 3h) = 0$ $h = 0 \quad \text{ou} \quad 4R - 3h = 0$ $h = \frac{4R}{3}$ <p>– Se <math>h &lt; 0</math>; <math>V</math> é decrescente;          – Se <math>0 &lt; h &lt; \frac{4R}{3}</math>; <math>V</math> é crescente;          – Se <math>h &gt; \frac{4R}{3}</math>; <math>V</math> é decrescente.</p> <p>Com o estudo do sinal, verifica-se que <math>h = \frac{4R}{3}</math> é a medida da altura do cone circular reto de área máxima inscrito na esfera de raio <math>R</math>.</p>

**Quadro 1** – Resolução de uma situação do Campo Conceitual da Otimização.  
 Fonte: Produção dos autores (2021)

Para solucionar essa situação é necessário modelar a função volume do cone em função de sua altura  $\left(V(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (2Rh^2 - h^3)\right)$ , para tanto, recorreu-se ao esboço da situação que possibilita melhor visualizar os conceitos geométricos envolvidos e que podem ser relacionados. Segundo Stewart (2013, p.294), na solução de situações como essa, “o maior desafio está frequentemente em converter o problema em um problema de otimização matemática, determinando a função que deve ser maximizada ou minimizada”. Com a construção dessa função que demandou a exploração de conceitos geométricos prévios, foi possível recorrer ao conceito de ponto crítico que segundo Guidorizzi (2000, p.280) trata-se de uma condição necessária para que uma função admita máximo ou mínimo local. De acordo com Hoffmann e Bradley (2011, p.153),

**Números Críticos e Pontos Críticos:** Um número  $c$  pertencente ao domínio de  $f(x)$  é chamado de **número crítico** se  $f'(c) = 0$  ou  $f'(c)$  não existe. O ponto correspondente  $(c, f(c))$  no gráfico de  $f(x)$  é chamado de **ponto crítico** de  $f(x)$ . Os extremos relativos podem ocorrer apenas em pontos críticos.

A reboque do conceito de ponto crítico apresentam-se outros conceitos utilizados na resolução, como o de derivada. Então, após o cálculo da primeira derivada, calculou-se o número crítico ( $h$ ) da função e como a função  $V(h)$  é uma função polinomial do 3º grau realizou o estudo do sinal da primeira derivada ( $V'(h)$ ) nas proximidades do número crítico para verificar se os pontos críticos eram pontos de máximo ou mínimo da função. Nessa ação, outros conceitos são evocados: crescimento e decrescimento de uma função, significado geométrico de uma derivada e outros. Tais conceitos, conduzem a conclusão de que  $h = \frac{4R}{3}$  é a altura procurada.

Ao analisar tal proposta de solução é possível perceber a diversidade de conceitos que precisam ser articulados para resolução de uma única situação. Sobre isso, Magina *et al* (2001, p. 8) destaca que “os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito”. Nesse sentido, é importante que o professor apresente estratégia de resolução para situações que permitam ao aluno mais clareza sobre os conceitos matemáticos explorados. Ou seja, para o professor a postura de mostrar como pensou sua proposta de resolução deve ser tão importante quanto a busca em descobrir como o aluno constrói sua resolução e, desta forma, será possível estabelecer um canal de comunicação povoado por invariantes operatórios fundamentais para leitura de como está se passando o processo de conceitualização.

Ademais, coloca-se para reflexão do leitor a seguinte pergunta: estratégias de resolução de situações, nas quais o professor explica verbalmente o percurso de resolução e o executa no quadro, muitas vezes eficientes em aulas presenciais, é suficiente para o entendimento de alunos em encontros síncronos? Não se pretende, neste artigo, responder essa pergunta, mas é importante registrar que, por uma série de fatores, a comunicação entre aluno-aluno e aluno-professor, em encontros virtuais, não acontece de forma tão eficiente como em encontros presenciais. Os fatores que dificultam a comunicação estão muito relacionados a falta de recursos tecnológicos dos alunos, mas também a impossibilidade de o professor acompanhar, simultaneamente as suas intervenções, as expressões dos alunos e suas inquietações. Tais adversidades, podem prejudicar essa estratégia de resolução.

Então, neste momento de atividades a distância, tornou-se mais necessárias resoluções de situações que deixem registrado detalhes sobre o caminho adotado, para que o aluno possa realizar seus estudos autônomos e o professor consiga melhor avaliar as atividades entregues por esses alunos, pois chamar à mesa para questionar sobre um passo da resolução, tornou-se mais difícil depois da COVID-19. Frente a essas questões impostas pelo distanciamento social,

buscou-se estruturar estratégia de resolução a luz da Teoria dos Campos Conceituais, a fim de minimizar os “ruídos” na comunicação causados pela pandemia que nos assola. Desta forma, no próximo tópico, tal estratégia será apresentada.

#### **4 ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO DE SITUAÇÃO POR MEIO DE SUBTAREFAS**

No tópico 3 deste artigo apresentou-se uma situação do campo conceitual da otimização. Naquele momento buscou-se adotar o procedimento comumente desenvolvido em aulas presenciais. Observa-se, por exemplo, uma resolução sem subtarefas anunciadas ou registros escritos que pudessem auxiliar o aluno, em momentos de estudo autônomo, ou o professor durante seu trabalho de avaliação. Neste tópico será retomada aquela situação e, novamente, resolvida, com intuito de ilustrar a proposta de estratégia de resolução de uma situação do campo conceitual da otimização, através de subtarefas que poderão auxiliar na comunicação entre os autores do processo de ensino e aprendizagem, em particular, neste momento em que os estudos autônomos são cada vez mais necessários devido o distanciamento social. Inclusive, permitindo ao professor mais detalhes sobre o conhecimento dos alunos em ação que poderão ser discutidos, nos poucos encontros síncronos ou assíncronos que acontecem e, assim, propor novas situações que conduzam ao domínio do campo conceitual em estudo.

Ao se apresentar uma proposta de resolução, implicitamente apresenta-se um esquema mental acionado pelo sujeito (aluno ou professor) sempre que envolto por uma determinada classe de situação. Essa classe de situação reúne um conjunto de conceitos necessários para construção da proposta de solução, no entanto, apesar do esquema organizar a atividade, a construção da resolução não acontece de forma linear, pois muitos conceitos e esquemas são implicitamente testados. Ação que pode levar uma certa “desorganização” dos registros ou “saltos” que podem omitir dados e procedimentos relevantes, pois poderiam, por exemplo, indicar quais os invariantes operatórios adotados em determinadas ações.

Nessa perspectiva é necessário entender cada situação como um conjunto de subtarefas que precisam ser superadas de forma organizada para o sucesso da resolução. Sobre isso, Vergnaud (1990, p. 146) destaca que “a dificuldade de uma tarefa não é a soma nem o produto da dificuldade das diferentes subtarefas, mas é claro que a falha em uma subtarefa implica em falha global”. Então, é imperativo buscar estratégia de resolução capaz de organizar os registros dos alunos de tal forma que possibilite aos atores do processo de ensino e aprendizagem identificar os esquemas acionados e, assim, viabilizar intervenções mais bem-sucedidas. Nesse

intendo de identificação dos esquemas, é preciso atentar para uma definição do conceito de esquema apresentada por Vergnaud (2009, p. 21), na qual afirma que o esquema é composto por quatro componentes: “1º: um objetivo, subobjetivos e antecipações. 2º: Regras em ação de tomada de informação e de controle. 3º: Invariantes operatórios: conceitos em ação e teoremas em ação. 4º: Possibilidades de inferência em situação”.

Desta forma, apresentar aos alunos estratégia que viabilize a identificação desses componentes, poderá contribuir com a comunicação e superação das dificuldades inerentes ao processo de aquisição de conceitos complexos. Sendo assim, apresenta-se estrutura de uma estratégia de resolução de situações, composta por cinco etapas pensadas a luz da Teoria dos Campos conceituais, que poderá auxiliar professores e alunos na resolução de situações problema, em particular, do campo conceitual da otimização. Salienta-se que, as etapas a seguir podem auxiliar na identificação dos componentes do esquema, contudo não permitem, de forma alguma, isolá-los, por se compreender que ocorrem simultaneamente na prática.

#### 4.1 Identificação do Campo Conceitual

Mesmo sabendo-se que este artigo adota como cenário de resolução o campo conceitual da otimização, é importante apresentar esta etapa por dois motivos. O primeiro é a possibilidade dessa estratégia ser experimentada em outros campos conceituais. O segundo é devido esta etapa conter uma ação que conduz o aluno a reflexão sobre suas experiências vivenciadas dentro e fora da escola. Esse ato de reflexão sobre a situação e os conceitos, além de permitir a identificação do campo conceitual, dá início a estruturação de representações mentais da situação e dos conceitos identificados. Trata-se do primeiro momento em que o aluno aciona conhecimentos prévios retirados de seu conjunto de repertórios de resolução, isto é, dos seus esquemas. Nesta etapa, propõe-se que seja identificado e registrado, após leitura detalhada da situação, o campo conceitual em que está inserida a situação. Veja quadro 2.

<b>SITUAÇÃO:</b> (GUIDORIZZI,2000, p.276) Determine a altura do cone circular reto, de volume máximo, inscrito na esfera de raio R dado.
--

<b>1ª ETAPA - Identificação do Campo Conceitual:</b> Otimização
---

**Quadro 2** – Situação e 1ª etapa na estratégia de solução de uma situação por meio de subtarefas.

Fonte: Produção dos autores (2021)

Sublinha-se que um conceito não é exclusivo de um único campo conceitual, podendo figurar-se como pontos de intersecção entre campos, fato que pode conduzir sujeitos distintos,

envolvidos por uma mesma situação, à identificação de campos conceituais diferentes, porém isto não pode ser encarado como erro e sim, como possibilidade de discussão sobre os conceitos envolvidos. Nesta etapa o sujeito precisa ser conduzido a iniciar o processo de visualização do seu objetivo, subobjetivos e antecipações. De acordo com Vergnaud (2009) o objetivo é a parte intencional do esquema, sendo uma estrutura fundamental para organização da atividade que se decompõe em subobjetivos ordinais, que possibilitam inúmeras antecipações. Outrossim, a relevância desta etapa não se encontra na simples identificação do campo conceitual, mas na discussão dos conceitos evocados que levaram a identificação.

#### 4.2 Identificação dos principais conceitos evocados

Dando continuidade a construção do objetivo, subobjetivos e antecipações, após reflexão sobre os conceitos evocados pela situação, nesta etapa o sujeito deverá registrar os conceitos explícitos ou implícitos identificados a partir da leitura do enunciado da situação, como se ilustra no quadro 3.

##### 2ª ETAPA – Identificação dos Principais Conceitos Evocados:

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Operações algébricas;</li><li>• Teorema de Pitágoras;</li><li>• Função polinomial;</li><li>• Volume de um cone;</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Derivada;</li><li>• Número Crítico e Ponto Crítico;</li><li>• Decrescimento e Crescimento de uma função;</li><li>• Máximo e Mínimo de uma função.</li></ul> |
|---|---|

**Quadro 3** – 2ª etapa na estratégia de solução de uma situação por meio de subtarefas.

Fonte: Produção dos autores (2021)

Os conceitos a serem registrados serão explorados na construção da proposta de solução. Ressalta-se que como o processo de construção da resolução de uma situação é dinâmico, a lista de conceitos elaborada nesta etapa pode sofrer alterações durante todo o processo de construção da resposta.

#### 4.3 Roteiro de Subtarefas

Após o registro do campo conceitual e principais conceitos evocados, o aluno propõe subtarefas necessárias para resolução da situação. Esse conjunto de subtarefas que devem ser listadas de forma ordenada, apresenta o roteiro de resolução da situação. O qual ajuda o aluno organizar seu pensamento, no sentido de alcançar uma resposta para situação, pois trata-se de

um conjunto de ações previstas. Nesta etapa, o sujeito externará seu objetivo, subobjetivos e antecipações, através da listagem das subtarefas construídas. Observe o quadro 4, a seguir.

**3ª ETAPA – Roteiro de Subtarefas**

- 1ª Subtarefa: Representar a situação por meio de um esboço;
- 2ª Subtarefa: Estabelecer relação entre o raio da base do cone, altura do cone e raio esférico;
- 3ª Subtarefa: Determinar a função do volume do cone;
- 4ª Subtarefa: Derivar a função volume em relação à altura do cone;
- 5ª Subtarefa: Calcular número crítico da função volume.
- 6ª Subtarefa: Estudar o sinal da primeira derivada;
- 7ª Subtarefa: Identificar os intervalos de crescimento e decrescimento da função volume do cone.
- 8ª Subtarefa: Verificar se a função volume admite valor máximo.
- 9ª Subtarefa: Apresentar a resposta da situação.

**Quadro 4** – 3ª etapa na estratégia de solução de uma situação por meio de subtarefas.  
Fonte: Produção dos autores (2021)

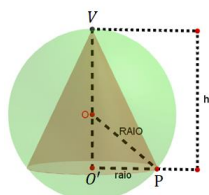
Ressalta-se que esse conjunto de subtarefas está sujeito a ajustes durante todo processo de resolução e nelas podem ser externadas, através da escrita, invariantes operatórios acionados, em particular, os conceitos-em-ação. Além disso, essas subtarefas não são, necessariamente, unidades de resolução que evocam um único conceito, mas uma tarefa que também pode ser decomposta em outras subtarefas, muitas vezes identificadas durante a execução do roteiro das primeiras subtarefas anunciadas.

**4.4 Execução do Roteiro de Subtarefas**

Nesta etapa os alunos iniciam a execução das subtarefas planejadas. Neste momento, o sujeito através de argumentos e cálculos, registra os procedimentos que conduzirão a resposta da situação. Então, o sujeito segue a lista de subtarefas que acomodam o objetivo, subobjetivos e antecipações, construídas em consonância com os conceitos evocados. Veja o quadro 5.

**4ª ETAPA – Execução do Roteiro de Subtarefas:**

1ª Subtarefa: De acordo com o enunciado da situação, apresenta-se um cone inscrito em uma esfera de raio  $R$ .



Considera-se:

- $O$ : Centro da superfície esférica;
- $\overline{VO'} = h$ : altura do cone;
- $\overline{VO} = \overline{OP} = R$ : raio dado da esfera;
- $\overline{O'P} = r$ : raio da base do cone;
- $\widehat{OO'P}$ : ângulo reto.

2ª Subtarefa: De acordo com a representação da tarefa anterior o  $\Delta VO'P$  é retângulo em  $O'$ . Desta forma, aplica-se o Teorema de Pitágoras para estabelecer relação entre o raio esférico ( $R$ ), o raio da base do cone ( $r$ ) e altura do cone ( $h$ ).

$$\overline{OP}^2 = \overline{O'P}^2 + \overline{OO'}^2$$

$$R^2 = r^2 + h^2 - 2hR + R^2$$

$$R^2 = r^2 + (h - R)^2$$

$$r^2 = 2hR - h^2$$

3ª Subtarefa: Como o volume do cone pode ser dado por  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 h$ , o volume do cone será dado pela função  $V(h)$  a seguir:

$$\begin{cases} V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ r^2 = 2hR - h^2 \end{cases} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2hR - h^2) \cdot h \Rightarrow V(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (2Rh^2 - h^3)$$

4ª Subtarefa: Deriva-se a função  $V(h)$  em relação a  $h$ .

$$V(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (2Rh^2 - h^3) \quad \text{- Como } \frac{\pi}{3} \text{ é constante, então,}$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{3} \cdot [2Rh^2 - h^3]' \quad \text{- Sabendo-se que } f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1},$$

$$V'(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (4Rh - 3h^2)$$

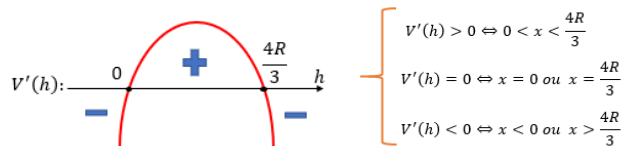
5ª Subtarefa: Como ponto crítico é um candidato a ponto de máximo de uma função e sabendo-se que o número crítico é dado quando o valor da primeira derivada é igual a zero ( $V'(h) = 0$ ), calculam-se os zeros da função  $V'(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (4Rh - 3h^2)$ .

$$V'(h) = 0 \qquad h \cdot (4R - 3h) = 0 \qquad 4R - 3h = 0$$

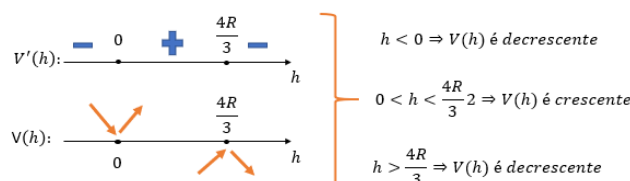
$$\frac{\pi}{3} \cdot (4Rh - 3h^2) = 0 \qquad h = 0 \qquad 3h = 4R$$

$$4Rh - 3h^2 = 0 \qquad \text{ou} \qquad h = \frac{4R}{3}$$

6ª Subtarefa: Sabendo-se que a primeira derivada é uma função polinomial do segundo grau e os números críticos calculados são os zeros dessa função, então:



7ª Subtarefa: Sabendo que nos intervalos de decrescimento de uma função, a primeira derivada é negativa e, nos intervalos de crescimento, a primeira derivada é positiva, então:



8ª Subtarefa: Como  $h = \frac{4R}{3}$  é número crítico da função,  $V(t)$  é crescente até ele e decrescente depois dele, então **trata-se do domínio da função que possui como imagem o valor máximo dessa função.**

9ª Subtarefa: Portanto, o número crítico  $h = \frac{4R}{3}$  é a altura do cone de volume máximo inscrito na esfera de raio  $R$ .

**Quadro 5** – 4ª etapa na estratégia de solução de uma situação por meio de subtarefas.

Fonte: Produção dos autores (2021)

Esse percurso de resolução se desenvolve a luz dos conceitos evocados que são balizadores da conduta, logo, além de auxiliarem no desenvolvimento da atividade, possibilitarão redirecionamentos necessários durante a execução das subtarefas. Ou seja, trata-se da etapa em que o segundo componente do esquema atua de forma determinante, pois o sujeito opera segundo suas regras em ação de tomada de informação e de controle. Levain

(1997) sublinha que o segundo componente do esquema é o mais observável, sendo responsável pela organização da ação.

Destaca-se que os registros produzidos nesta etapa, ricos em argumentos e cálculos, podem externar o terceiro componente do esquema – invariantes operatórios: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, fundamentais para a verificação de como está se passando o processo de conceitualização. Ademais, tais cálculos são frutos de argumentos que só podem ser construídos se houver possibilidade de inferência em ação – quarto componente do esquema. Sobre possibilidade de inferência, Vergnaud (1990, p. 159) diz que as “inferências (ou raciocínios) que permitem ‘calcular’ as regras e antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operativos de que dispõe o sujeito”. Assim, essa possibilidade contribui para a visualização de todo o processo de resolução, trazendo harmonia entre objetivo, regras e invariantes operatórios.

#### 4.5 Explicitação do Resultado

Esta etapa objetiva conduzir o sujeito a retomada da situação, que oportunizará reflexão sobre os conceitos evocados e os procedimentos adotados. Desta forma, o sujeito é conduzido a verificar se o resultado obtido está de acordo com o que foi solicitado na situação, ou se ocorreu algum equívoco conceitual ou de procedimento. Observe o quadro 6.

##### 5ª ETAPA - Síntese da Resolução:

Como o objetivo de determinar a altura do cone circular reto de volume máximo, inscrito em uma esfera de raio  $R$ , recorreu-se ao conceito de ponto crítico, pois sabe-se que se trata de um candidato a ponto de máximo de uma função. Desta forma, foi necessário modelar a função volume do cone:  $V(h) = \frac{\pi}{3} \cdot (4Rh^2 - h^3)$  e derivá-la. Sabendo-se que uma altura " $h$ ", pertencente ao domínio da função  $V(h)$ , será número crítico dessa função se  $V'(h) = 0$  ou  $V'(h)$  não existe, buscou-se calcular  $V'(h) = 0$ . Em seguida, estudou-se o sinal da primeira derivada da função. Sabendo-se que a derivada determina o coeficiente angular de uma reta tangente a função, em um ponto  $h$ , informando, assim, se a função é crescente ou decrescente em um intervalo do seu domínio, determinou-se os intervalos de crescimento e decréscimo da função  $V(h)$ . Como a função volume cresce até o número crítico  $h = \frac{4R}{3}$  e depois dele decresce, concluiu-se que esse número crítico é a altura do cone de volume máximo. Respondendo-se, assim, a situação. Salienta-se que o número crítico  $h = 0$  não foi considerado, pois trata-se do domínio de um ponto de mínimo da função, já que a função decresce até ele e depois cresce. Além disso, percebe-se que o volume de um cone de altura zero é igual a zero.

**Quadro 6** – 4ª etapa na estratégia de solução de uma situação por meio de subtarefas.

Fonte: Produção dos autores (2021)

Salienta-se que apesar desta etapa propor revisar os conceitos e procedimentos adotados, tal ação acontece em todas as etapas de resolução. Então, nesta etapa o sujeito deverá



redigir uma síntese de forma clara e precisa sobre sua resolução. Destaca-se que essa síntese, também, pode auxiliar na identificação de invariantes operatórios.

Com essa resolução buscou-se ilustrar como a estratégia proposta neste artigo poderá auxiliar professor e aluno durante o processo de ensino e aprendizagem, pois, além de permitir maior organização da atividade, abre espaço para que esses sujeitos possam representar seus pensamentos de forma escrita, usando a língua nativa. Esse movimento organizado da ação, ao permitir representações de tipos distintos, auxilia na identificação dos componentes do esquema, pois permeiam a atividade de resolução. Logo, possibilita que seja externada a parte conceitual do esquema - os invariantes operatórios: conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Moreira (2002, P.17) ao discorrer sobre os invariantes operatórios, afirma que,

Esse conhecimento é principalmente implícito e o aprendiz tem dificuldade em explicá-lo ou expressá-lo, mas isso não significa que tal conhecimento não possa ser explicitado. É através do processo de explicitação do conhecimento implícito – aí o professor tem um papel mediador fundamental – que os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação podem tornar-se verdadeiros teoremas e conceitos científicos.

Em nível de exemplo, na 6ª subtarefa identifica-se um conceito implícito que pode ser verificado: em uma função quadrática, a concavidade da parábola é voltada para baixo quando o coeficiente da variável ao quadrado é negativo, mostrando a importância de uma estratégia de resolução organizada que permita ao professor mais detalhes do pensamento do aluno e vice-versa. Sendo assim, a estratégia de resolução apresentada é mais um recurso a favor do processo de ensino e aprendizagem, pois ao auxiliar na organização da resolução de uma situação, através de etapas previamente definidas, amplifica este canal de comunicação e possibilita a identificação dos invariantes operatórios, tão importantes para o processo de conceitualização.

## 5 CONSIDERAÇÕES

Na Teoria dos Campos Conceituais acessar um conceito a partir de sua definição não é um caminho considerado adequado para o processo de ensino e aprendizagem. Essa teoria considera que a forma adequada de acesso ao conceito seja por meio de situações que permitem o afloramento de conceitos importantes para o seu domínio. De acordo com Vergnaud (1990, p. 133) “é por meio das situações e problemas a serem resolvidos que um conceito adquire sentido para a criança. Nesse sentido, resoluções apresentadas por professores e alunos devem configurar um canal de comunicação de mão dupla.

Desta forma, uma estrutura organizacional que contribua com a construção de resoluções do campo conceitual da otimização, pode ser uma estratégia que auxilie na amplificação desse canal de comunicação, pois, o aluno em momentos de estudo autônomo, ao olhar para a resolução proposta pelo professor poderá com maior facilidade seguir seus passos através das subtarefas propostas, identificando suas dificuldades e refletindo sobre elas. Já o professor, ao acessar a resolução do seu aluno terá em mãos uma representação mais detalhada da estrutura de pensamento, ou seja, do esquema evocado e organizado nas etapas da resolução. Fato que contribuirá com a ação de mediação do professor, pois, nas etapas da estratégia de resolução proposta, poderão ser identificados conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, que são indicadores do desenvolvimento do processo de conceitualização.

É relevante salientar que mesmo considerando essa estratégia de resolução de situações do campo conceitual da otimização um recurso viável, não se trata da solução para todas as dificuldades de comunicação inerentes ao processo de ensino e aprendizagem, pois os conceitos implícitos não são facilmente externados pelos alunos. Portanto, se aproximar do aluno e questionar sobre sua proposta de resolução continua sendo uma estratégia importante, independentemente do nível de organização da resolução desse aluno. Ademais, por ser uma estratégia dividida em etapas pode tornar-se cansativa ao aluno, fato que inicialmente poderá gerar desconforto e desinteresse.

Apesar disso, nestes tempos “frios” de encontros virtuais, precisa-se buscar novos caminhos para comunicação, pois, por diversos motivos, associados a fatores econômicos, tecnológicos, sociais e culturais, as aulas, por vezes, parecem monólogos que carregam algumas perguntas como se fossem vírgulas: Entenderam? Perguntas? Fulano, você está aí? Caiu...? Diante disso, supõem-se que a frase “de onde veio isso” se tornou mais frequente no trabalho de avaliação do professor e no estudo autônomo do aluno. Nesse contexto, considera-se a estratégia de resolução ancorada na Teoria dos Campos Conceituais, um caminho viável para redução dos “ruídos” de comunicação inerentes às aulas virtuais do campo conceitual da otimização. Além de poder ser testado em outros campos conceituais, pois nesta luta diária em favor da educação matemática, muitas vezes solitária em decorrência da COVID-19, nenhum recurso baseado na ciência pode ser simplesmente ignorado.

## REFERÊNCIAS

BITTAR, Marilena. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o estudo das dificuldades dos alunos na passagem da Geometria Afim à Geometria Vetorial. In: BITTAR,

M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1ª ed., Curitiba: CRV, 2009. p. 53 – 76.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 3ª ed., São Paulo: Atlas S.A, 1991.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um Curso de Cálculo**. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2000.

HOFFMANN, L. D.; BRADLEY, G. L. **CÁLCULO: um curso moderno e suas aplicações**. 10. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2011.

LEVAIN, Jean-Pierre. **Aprender a matemática de outra forma: desenvolvimento cognitivo e proporcionalidade**. Lisboa: Instituto Piaget, 1997.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; NUNES, Terezinha; GITIRANA, Verônica. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 2. ed. São Paulo: Editora PROEM, 2001.

MONTEIRO, Roberta Borges et al. Contribuição da Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino de Matemática. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v. 8, n. 2, p. 57-68, mai/ago, 2020.  
<https://doi.org/10.26571/reamec.v8i2.9396>.

MOREIRA, Antônio Moreira. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências – IENCI**. v.7, n.1, 2002, p. 07 – 29. ISSN: 1518-8795. Disponível em:  
<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569/361>. Acesso em: 16 jul. 2019.

MUNIZ, C. A. O conceito de “esquema” para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1ª ed., Curitiba: CRV, 2009. p. 37 – 52.

PALMERO, Maria Luz Rodríguez; MOREIRA, Marco Antonio. La Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud. In: MOREIRA, Marco Antonio (Org.). **La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, la Enseñanza de las Ciencias y la Investigación en el Área**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2004. p. 7 – 39.

SILVA, F. H. S. **Construir ou Desconstruir o algoritmo para conhecer os invariantes operatórios II**. Facebook, 2020. Disponível em: [www.facebook.com/photo.php?fbid=389670072294979&set=pb.100037559690114.-2207520000.&type=3](https://www.facebook.com/photo.php?fbid=389670072294979&set=pb.100037559690114.-2207520000.&type=3). Acesso em: 29 dez. 2020.

STEWART, James. **Cálculo – Volume 1**. 7.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**. v. 17, n. 2, p. 167-181, 1998.  
[https://doi.org/10.1016/S0364-0213\(99\)80057-3](https://doi.org/10.1016/S0364-0213(99)80057-3)

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? (In what sense the conceptual fields theory might help us to facilitate meaningful learning?). **In: Investigações em Ensino de Ciências**. v.12 (2), 285-302, 2007. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/download/475/277>. Acesso em: 30 mai. 2020.

VERGNAUD, G. La teoría de los campos conceptuales. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, 1990, p. 133-170. Disponível em: [Vergnaud\\_CamposConceptuales.PDF \(usp.br\)](#). Acesso em: 27 nov. 2019.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1ª ed. Curitiba: CRV, 2009. p. 13 – 35.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, p. 75-90, 1986. Disponível em: [https://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/2150/1/1986\\_1\\_75.pdf](https://repositorio.ispa.pt/bitstream/10400.12/2150/1/1986_1_75.pdf). Acesso em: 17 out. 2019.

---

## APÊNDICE 1

### AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Pará – IFPA.

### FINANCIAMENTO

Não se aplica.

### CONTRIBUIÇÕES DE AUTORIA

Resumo/Abstract/Resumen: Rudinei Alves dos Santos/ Joelson Magno Dias

Introdução: Rudinei Alves dos Santos/ Vanessa Pires Santos Maduro

Referencial teórico: Rudinei Alves dos Santos/ Francisco Hermes Santos da Silva

Análise de dados: Rudinei Alves dos Santos/ Francisco Hermes Santos da Silva/ Joelson Magno Dias

Discussão dos resultados: Rudinei Alves dos Santos/ Francisco Hermes S. da Silva/ Vanessa P. Santos Maduro.

Conclusão e considerações finais: Rudinei Alves dos Santos/ Joelson Magno Dias/ Vanessa Pires Santos Maduro.

Referências: Rudinei A. dos Santos/ Francisco Hermes S. da Silva/ Joelson M. Dias/ Vanessa P. Santos Maduro.

Revisão do manuscrito: Rudinei Alves dos Santos

Aprovação da versão final publicada: Rudinei Alves dos Santos; Francisco Hermes Santos da Silva; Joelson Magno Dias; Vanessa Pires Santos Maduro.

### CONFLITOS DE INTERESSE

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmico, político e financeiro referente a este manuscrito.

### DISPONIBILIDADE DE DADOS DE PESQUISA

Os autores declaram que o conjunto de dados que dá suporte aos resultados da pesquisa está publicado no próprio artigo. Ressalta-se que este trabalho foi construído a partir de uma abordagem qualitativa, aos moldes de uma pesquisa de cunho bibliográfico.

### CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica.

## APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

## COMO CITAR - ABNT

SANTOS, Rudinei Alves dos; SILVA, Francisco Hermes Santos da; DIAS, Joelson Magno; MADURO, Vanessa Pires Santos. Estratégia de resolução de situações-problema ancorada na teoria dos campos conceituais. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 9, n.3, e21095, set./dez., 2021. <https://doi.org/10.26571/reamec.v9i3.13030>

## COMO CITAR – APA

Santos, R. A., Silva, F. H. S., Dias, J. M., Maduro, V. P. S., (2021). Estratégia de resolução de situações-problema ancorada na teoria dos campos conceituais. *REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*. 9(3), e21095. <https://doi.org/10.26571/reamec.v9i3.13030>

## LICENÇA DE USO

Licenciado sob a Licença Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o manuscrito em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico.



## DIREITOS AUTORAIS

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico. Os editores da Revista têm o direito de proceder a ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

## PUBLISHER

Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicação no [Portal de Periódicos UFMT](https://portal.periodicos.ufmt.br/). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da referida universidade.

## EDITOR

Geslane Figueiredo da Silva Santana  

## HISTÓRICO

Submetido: 24 de setembro de 2021.

Aprovado: 14 de outubro de 2021.

Publicado: 13 de novembro de 2021.