

APRENDIZAGEM COOPERATIVA BASEADA EM PROBLEMAS E ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL NO ENSINO DE CÁLCULO

PROBLEM-BASED COOPERATIVE LEARNING AND INSTRUMENTAL ORCHESTRATION IN CALCULOS TEACHING

EL APRENDIZAJE COOPERATIVO BASADO EN PROBLEMAS Y LA ORQUESTACIÓN INSTRUMENTAL EN LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO

Francisco Eteval da Silva Feitosa¹ Roberta dos Santos Rodrigues²

RESUMO

Este trabalho trata da análise do processo de concepção e aplicação de uma orquestração instrumental, por meio remoto, visando a desenvolver a habilidade de resolver problemas, tais como maximizar áreas, volumes e lucros e minimizar distâncias, tempo e custos, isto é, problemas de otimização. Para isso, realizou-se uma pesquisa qualitativa de caráter descritivo na qual aplicamos o método Aprendizagem Cooperativa Baseada em Problemas com 21 discentes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas. Os pressupostos teóricos estão fundamentados na Teoria da Orquestração Instrumental e nos princípios da aprendizagem cooperativa. Os discentes foram divididos em grupos, e as situações de ensino foram trabalhadas em atividades síncronas e assíncronas de modo que, ao final da orquestração, cada grupo apresentou um relatório escrito e uma apresentação oral. A análise dos dados nos possibilitou perceber que a maioria dos discentes apresentou interesse pelo trabalho em grupo e se mostrou satisfeita com a metodologia empregada, desenvolvendo a habilidade de resolver os problemas propostos neste estudo. Além disso, percebeu-se o aumento da satisfação discente com as atividades de ensino, melhora qualitativa na aprendizagem, seu rendimento e diminuição da evasão/desistência.

Palavras-chave: Aprendizagem Baseada em Problemas. Cálculo. Orquestração Instrumental.

ABSTRACT

This work deals with the analysis of the process of conception and application of an instrumental orchestration, through remote means, aiming to develop the ability to solving problems such as maximizing areas, volumes and profits and minimizing distances, time and expenses, that is, problems involving optimization. Thus, a qualitative research with descriptive disposition was made in which we applied the Problem-Based Cooperative Learning method with 21 undergraduate students in mathematics at the Federal University of Amazonas. The theoretical assumptions are based on the Instrumental Orchestration Theory and the basics of the cooperative learning. Students were divided into groups and the situations of teaching were worked out in synchronous and asynchronous activities so that, in the end of the orchestration, each group presented a written report and an oral presentation. The data analysis enabled us to realize that most students showed interest in group work and were satisfied with the methodology employed, developing the ability to solving problems proposed in this

¹ Doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Amazonas e Pós-Doutorado em Educação Matemática (PUC-SP). Endereço para correspondência: Av. das Oliveiras, n.9, Novo Israel, Manaus, Amazonas, Brasil. CEP: 69039-205. E-mail: sfeitosa@ufam.edu.br.

² Graduanda em Licenciatura em Matemática e Bolsista de Iniciação Científica pela Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, Amazonas, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Genebra, 4, Conj. Campos Eliseos, Planalto, Manaus, Amazonas, Brasil. CEP: 69045-380. E-mail: roberta10rodrigues@gmail.com.

study. In addition, it was noticed the increasing in student satisfaction with the activities of teaching, an qualitative improvement in their learning and academic achievement and a decrease in evasion/forfeit.

Keywords/Palabras clave: Problem Based Learning. Calculus. Instrumental Orchestration.

RESUMEN

Este trabajo trata del análisis de la implementación y conducción de una orquestación instrumental, por medios remotos, con el fin de desarrollar la capacidad de resolver problemas como la maximización de áreas, volúmenes y beneficios y la minimización de distancias, tiempos y costos, es decir, problemas de optimización. Para ello, se realizó una investigación cualitativa de carácter descriptivo en la que se aplicó el método de Aprendizaje Cooperativo Basado en Problemas con 21 alumnos del curso de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Federal de Amazonas. Los supuestos teóricos se basan en la teoría de la orquestación instrumental y en los principios del aprendizaje cooperativo. Los alumnos se dividieron en grupos y las situaciones didácticas se trabajaron en actividades sincrónicas y asincrónicas para que, al final de la orquestación, cada grupo presentara un informe escrito y una presentación oral. El análisis de los datos permitió constatar que la mayoría de los alumnos mostraron interés por el trabajo en grupo y se mostraron satisfechos con la metodología empleada, desarrollando la capacidad de resolver los problemas propuestos en este estudio. Además, observamos un aumento de la satisfacción de los estudiantes con las actividades docentes, una mejora cualitativa del aprendizaje y del rendimiento de las mismas, y una disminución de la evasión/incapacidad.

Palabras clave: Aprendizaje basado en problemas. Cálculo. Orquestación instrumental.

1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho apresentamos uma experiência, em sala de aula, em que foi realizada uma orquestração instrumental, por meio remoto, com a metodologia denominada Aprendizagem Cooperativa Baseada em Problemas, no âmbito do componente curricular Cálculo I, no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas (UFAM).

Tal discussão é relevante neste momento, visto que há muito se discutem os propósitos do ensino da Matemática e o esgotamento do atual modelo que se mostra ineficaz, para garantir ao estudante o desenvolvimento de competências específicas, como, por exemplo, utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnológicas, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento.

No tocante à disciplina de Cálculo, a metodologia de ensino, tradicionalmente empregada nas universidades, é fundamentada na transmissão/recepção de conhecimentos fixos e acabados, nos quais os conceitos são introduzidos em aulas expositivas, cujo professor apresenta definições, propriedades, exemplos e os alunos resolvem listas de exercícios (DALL'ANNE; TRENTIN, 2018). Isso faz o componente curricular de Cálculo destacar-se,

Uma orquestração instrumental tem também uma dimensão de tempo que está relacionada com o desempenho didático. Pensar a organização do tempo de aula significa pensar na sucessão de configurações didáticas e de seus modos de execução recorrentes das atividades que o professor havia planejado *a priori*.

Têm-se, assim, as principais etapas de uma orquestração instrumental, que foram consideradas neste estudo, em conjunto com os princípios essenciais da aprendizagem cooperativa, que serão abordados na próxima sessão.

A aprendizagem cooperativa é uma metodologia na qual pequenos grupos de alunos trabalham juntos em uma tarefa comum. As raízes da aprendizagem cooperativa estão profundas, nas teorias de aprendizagem, que fornecem uma estrutura teórica sólida e uma base conceitual para a aprendizagem cooperativa. De acordo com Johnson e Johnson (1999), existem cinco elementos básicos essenciais que precisam ser incluídos para que uma aula seja cooperativa: interdependência positiva, responsabilização individual, interação promotora, habilidades sociais e processamento de grupo.

O professor garante a interdependência positiva quando assegura que cada estudante perceba que está ligado aos outros de tal maneira a sentir que não terá sucesso algum a não ser que os outros também o tenham. O professor deve estruturar cada aula de modo que cada aluno assuma a responsabilidade de aprender o material designado e certificar-se de que todos os membros do grupo o aprendam também.

O segundo elemento básico é a responsabilidade individual, que existe, quando o desempenho de cada aluno é avaliado individualmente e os resultados são devolvidos ao grupo e ao indivíduo (Johnson & Johnson, 1989). Cada aluno precisa se responsabilizar em executar a parte do trabalho que lhe foi confiada e que não pode esperar que os outros façam o é seu dever. Além disso, todos os membros do grupo devem estar atentos a perceber quem do grupo está precisando de mais assistência e apoio para concluir a tarefa. Johnson, Johnson e Smith (2014, p.6) afirmam que:

O objetivo da aprendizagem cooperativa é tornar cada membro um indivíduo mais forte por seus próprios direitos. Os alunos aprendem juntos para que possam posteriormente ter um desempenho superior como indivíduos. Para garantir que cada membro seja fortalecido, os alunos são considerados individualmente responsáveis por concluir as tarefas, aprender o que está sendo ensinado e ajudar outros membros do grupo a fazer o mesmo.

A interação promotora acontece, quando os alunos promovem o sucesso uns dos outros, auxiliando, encorajando e elogiando os esforços uns dos outros para aprender. Fazer

isso resulta em processos cognitivos, como explicar oralmente como resolver problemas, discutir a natureza dos conceitos que estão sendo aprendidos, ensinar o conhecimento aprendido para os colegas, desafiar o raciocínio e as conclusões de uns e outros e conectar o conhecimento presente com o aprendizado passado. Para se conseguir uma interação promotora eficiente, o tamanho do grupo precisa ser pequeno, de dois a quatro membros no máximo.

O sucesso de um esforço cooperativo requer o uso apropriado de habilidades sociais. Com o mesmo propósito e precisão que ensinamos habilidades acadêmicas aos alunos, as habilidades interpessoais e de pequenos grupos, como liderança, tomada de decisão, construção de confiança, comunicação e gestão de conflitos, devem ser ensinadas.

O processamento de grupo tem como objetivo simplificar o processo de aprendizagem para torná-lo mais simples, eliminar ações não qualificadas e inadequadas, melhorar continuamente as habilidades dos alunos em trabalhar como parte de uma equipe e celebrar o trabalho árduo e o sucesso. A partir do processamento de grupo, cada membro maximiza a sua própria aprendizagem e a dos outros para que as formas de melhorar o processo possam ser identificadas (Johnson & Johnson, 1989).

3 APRENDIZAGEM COOPERATIVA BASEADA EM PROBLEMAS

A Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), ou *Problem Based Learning* (PBL), como é conhecida mundialmente, é uma metodologia de ensino-aprendizagem que se caracteriza pelo uso de problemas para estimular o desenvolvimento do pensamento crítico e das habilidades de solução de problemas e a aquisição de conceitos fundamentais de uma área do conhecimento (RIBEIRO, 2010). Para Neves et al. (2018, p. 68),

A aprendizagem baseada em problemas ou do inglês, “*Problem Based Learning*” (PBL) é um mecanismo didático que coloca o aluno direta e ativamente no centro da aquisição do conhecimento, pois concentra a aprendizagem na busca do conhecimento autônomo, estimula a convivência cooperativa entre os membros dos grupos PBL e induz o aluno a adquirir independência na tomada de decisões.

Enemark e Kjaersdam (2018) consideram que a expressão “Aprendizagem Baseada em Problemas” engloba diferentes aspectos do ensino e da aprendizagem, podendo se referir a “conceitos didáticos baseados somente na resolução de problemas ou a conceitos que

combinem os cursos tradicionais com resolução de problemas por meio do trabalho com projeto” (ENEMARK, KJAERSDAM, 2018, p. 17).

Na ABP damos aos alunos um problema para compreender e resolver com o objetivo de fazer com que eles aprendam informações e procedimentos relevantes. Para Johnson et al. (1998, p.92), “a aprendizagem cooperativa é o coração do aprendizado baseado em problemas”.

A característica fundamental da ABP é que, nessa metodologia, um problema é usado para iniciar, direcionar, motivar e focar a aprendizagem de um conceito ou conteúdo. Exige-se do aluno a resolução de um problema que ele ainda não conhece e que precisa ser resolvido. “O problema, seja real ou simulado, é o foco do método a partir do qual o aluno inicia o aprendizado dos conteúdos e das habilidades requeridas, de modo que o problema é a mola propulsora da construção do conhecimento que, ao ser adquirido, será aplicado de volta sobre o problema” (NEVES et al., 2018, p. 70).

Algumas características importantes da ABP precisam ser estimadas na aplicação do método:

A ABP é centrada no aluno para motivar a proatividade, de forma que ele se torne agente da aquisição do próprio conhecimento, é autogerida, de modo que os alunos possam assumir a responsabilidade de gerar problemas e realizar autoavaliações ou fazer avaliações de seus pares, promove a autorreflexão, de forma que os alunos se ajustem às suas próprias estratégias de aprendizagem e monitorem a própria compreensão dos assuntos relacionados ao problema, promove o trabalho cooperativo de modo que os alunos se dispõem a participar ativamente da aquisição mútua do conhecimento e o professor tem o papel de tutor, isto é, é um facilitador do raciocínio individual e coletivo, um facilitador das dinâmicas em grupo e das relações interpessoais (NEVES et al., 2018)

Ao longo de toda a história da ABP, grandes quantidades de pesquisas científicas têm sido publicadas, a fim de atestar sua eficácia quanto à aprendizagem dos alunos, como exemplo, podemos citar os trabalhos de Abdullah et al. (2010), Merritt et al. (2017) e Ajai, Imoko (2015).

Enfim, considerando as características da ABP, podemos destacar que o emprego dessa metodologia visa a induzir a autonomia na busca do conhecimento, a estimular o pensamento e raciocínio elevado, a promover a retenção duradoura de conhecimentos, a promover a autopercepção e a autoconfiança, a estimular a convivência profissional e o trabalho cooperativo e a desenvolver habilidades para a resolução de problemas.

Resolver o problema corretamente é menos importante que participar do processo de coleta e aprendizado das informações e procedimentos relevantes para a sua solução. A ABP

foi desenvolvida, para pequenos grupos de alunos trabalharem juntos e garantir que as informações e procedimentos relevantes sejam descobertos e dominados por todos os membros do grupo.

A ABP tende a ocorrer, em pequenos grupos de alunos, cujo professor é um facilitador e não um palestrante. Obviamente, se os grupos forem estruturados de forma competitiva ou individualista, o aprendizado resultante será significativamente reduzido (JOHNSON, JOHNSON, 1974). Os grupos de aprendizagem baseada em problemas precisam ser estruturados cooperativamente, tornando a aprendizagem cooperativa a base sobre a qual a aprendizagem alicerçada em problemas seja construída.

Quando a conexão entre a aprendizagem cooperativa e a aprendizagem baseada em problemas é explícita, ela é conhecida como Aprendizagem Cooperativa Baseada em Problemas (JOHNSON, JOHNSON, SMITH, 2014, p.14), conceito utilizado neste artigo.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa tem uma de abordagem qualitativa. Segundo Creswell (2010, p. 26):

A pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve as questões e os procedimentos que emergem, so dados tipicamente coletados no ambiente do participante, a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelos pesquisador acerca do significados dos dados.

Quanto aos objetivos, trata-se de uma pesquisa descritiva que, segundo Gil (2008, p. 28), “tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis”.

Quanto aos procedimentos, podemos classificar este estudo como uma pesquisa-ação, que, segundo a definição de Thiollent (1985, p. 14):

é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos do modo cooperativo ou participativo.

Para os procedimentos metodológicos do estudo, utilizamos a estrutura própria da concepção de uma orquestração instrumental (configuração didática e modo de execução),

acrescida dos elementos essenciais da aprendizagem cooperativa baseada em problemas, visando responder à questão da pesquisa, isto é, verificar se essa metodologia, com suporte da teoria da Orquestração Instrumental, pode contribuir ao ensino e à aprendizagem de Cálculo Diferencial, mais especificamente para o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas de otimização no contexto do Cálculo I.

4.1 Configuração Didática

Os sujeitos partícipes da orquestra foram 21 estudantes de graduação de um curso de Licenciatura em Matemática que cursavam, por meio remoto, Cálculo I, no segundo semestre de 2020. Esses estudantes formaram grupos de 4(quatro) a 5(cinco) membros, embora se saiba, como já explicado anteriormente, que os grupos devem ser formados por, no máximo, 4(quatro) membros. Porém, como a turma era composta por 21 estudantes, foi necessário flexibilizar a composição de um dos grupos com 5(cinco) membros. Os estudantes tiveram a liberdade de formar seus grupos. Outros sujeitos da orquestração foram os pesquisadores, sendo que um foi também o professor do componente curricular, uma bolsista de iniciação científica que atuou como tutora e 2 (dois) estudantes que atuaram como monitores.

O professor tinha a função de coordenar os encontros síncronos, de preparar as videoaulas sobre a parte teórica do conteúdo e enviar a tempo para os alunos assistirem a elas, antes de cada encontro. A tutora tinha como objetivos acompanhar a realização e entrega das atividades de cada grupo e atuar como mediadora durante os processamentos de grupo. Os monitores atuavam na orientação dos estudantes quanto à resolução dos problemas.

Nos grupos, havia os papéis de líder e porta-voz que eram indicados pelos membros do próprio grupo. O primeiro tinha a função de, além de executar a parte do trabalho que lhe foi confiada, coordenar os trabalhos, perceber quem do grupo estava precisando de mais assistência e apoio, para concluir a tarefa e pelo envio ao professor das atividades de todos os membros, no prazo estipulado. O segundo tinha a função de, durante as aulas, apresentar a resolução (ou ideias do grupo) de um dos problemas pelos quais o grupo ficou encarregado de resolver. Os estudantes deveriam fazer o revezamento dessas funções no grupo. Objetivamos, assim, garantir a responsabilidade individual e o desenvolvimento de habilidades sociais.

O tempo destinado para a orquestração foi de 2 (duas) semanas. Durante esse período, foram realizados 6(seis) encontros síncronos entre estudantes e pesquisadores, além de 3(três) a 6(seis) encontros síncronos entre monitores e estudantes e mais 2(dois) encontros síncronos

entre estudantes e tutor. Os grupos podiam fazer encontros assíncronos (sem a presença de professor e tutor) livremente. Essa dinâmica de trabalho foi possível, porque os estudantes estavam cursando somente esse componente curricular nesse período.

Foram 4 (quatro) fichas de trabalho com os problemas a serem resolvidos pelos estudantes, sendo que uma denominamos de principal e as demais de secundárias. As fichas secundárias continham exercícios e problemas que os grupos deveriam resolver de modo a adquirir repertório suficiente para resolver os problemas da ficha principal. No Quadro 1, apresentamos os demais recursos usados por todos os sujeitos da pesquisa.

Recursos	Objetivos	
	Para os estudantes	Para o professor, tutor e monitores
Geogebra e calculadora científica	Resolver os problemas.	Usar nos encontros síncronos para auxiliar na explicação da teoria e de exemplos.
<i>Google Meet</i>	Realizar encontros síncronos do grupo.	Realizar e gravar encontros síncronos com os estudantes.
<i>WhatsApp</i>	Realizar discussões e troca de informações acerca do trabalho.	Enviar orientações aos estudantes.
Google Sala de Aula	Organizar as tarefas, aumentar a colaboração e melhorar a comunicação.	Organizar as tarefas, aumentar a colaboração e melhorar a comunicação.
Mesa digitalizadora	-	Realizar as aulas.
<i>Jamboard</i>	Resolver os problemas de forma colaborativa online.	Resolver os problemas de forma colaborativa online.

Quadro 1 – Recursos usados por todos os sujeitos da pesquisa

Fonte: Elaborado pelos autores.

A interdependência positiva foi estruturada, a partir do sistema de avaliação, que foi implementado. A nota de estudante foi atribuída, segundo os seguintes critérios: frequência às aulas (NFA), frequência na monitoria (NFM), frequência na tutoria (NFT), entrega das atividades pós-aula (NA), nota da entrega da ficha de problemas principal (NFP) e nota da avaliação individual (NAI). Cada nota foi obtida pela média aritmética entre a nota individual obtida pelo estudante e a nota média obtida por sua equipe. Deste modo, quanto maior fosse a nota de cada membro, maior seria a nota do grupo e vice-versa.

4.2 Modos de Execução

No primeiro encontro síncrono entre professor/pesquisador e estudantes, foi explicado como a orquestração se desenvolveria. Ao término desse encontro, cada grupo recebeu a ficha de trabalho principal, contendo 6 (seis) problemas do tipo desafios acadêmicos (GORDON, 1998) sendo o 6º denominado de problema-desafio por sua maior complexidade em relação

aos demais. Esse problema-desafio foi o único problema comum a todos os grupos.

Foram estipulados 3 (três) dias, para que os problemas fossem lidos de forma clara e atenta, a princípio, individualmente e, em seguida, por todo o grupo. Os estudantes foram orientados a realizar discussões do tema com base em seus conhecimentos prévios. Um formulário eletrônico foi enviado aos grupos para que, a partir da leitura e discussões, levantassem as palavras-chave, as palavras desconhecidas, as dúvidas pertinentes, formulassem hipóteses para a resolução dos problemas e, então, definissem os objetivos a serem alcançados e todos os assuntos que deveriam ser estudados sobre o tema.

Nos encontros dos estudantes com os monitores, todas as questões levantadas individualmente foram compartilhadas durante as discussões. Foram disponibilizados 6 (seis) encontros de 2h cada, para o atendimento da monitoria, sendo que cada estudante deveria participar de pelos menos 3(três) deles por semana. Os discentes reuniram-se com a tutora, em dois encontros síncronos, para que pudessem acompanhar o processamento de grupo.

Os vídeos com a explicação teórica eram disponibilizados antes para que todos pudessem estudar a teoria com antecedência. Esses encontros eram gravados e disponibilizados para os estudantes. Os encontros com o professor se davam por meio do *Google Meet* e eram divididos em dois momentos e visavam a aprofundar o assunto e complementar tudo o que foi levantado e discutido pelos grupos.

No primeiro momento, um discente de cada grupo apresentava 1(um) problema da ficha de problemas do grupo, tendo sido resolvido ou não. A ideia foi promover um debate amplo entre toda a turma, propiciando uma aprendizagem colaborativa entre os grupos. A escolha desse discente ficava a cargo de cada grupo. A única condição imposta era que deveria ser escolhido 1(um) discente diferente para cada encontro. No segundo momento, 1(um) membro de cada equipe apresentava a resolução de 1(um) problema da lista de exercícios/problemas complementares.

5 PERFORMANCE DIDÁTICA

A performance didática foi feita a partir da análise das interações entre os sujeitos do estudo. Durante os encontros síncronos entre professor/pesquisador e discentes, um membro de cada grupo apresentava a solução de um problema de sua ficha de problemas (Figura 1). A primeira decisão *ad doc* (DRIJVERS et al., 2010), que foi necessário tomar, foi motivada pela dificuldade dos discentes a apresentar a sua resolução do problema. Decidimos, então, que o

líder enviasse para o *WhatsApp* da turma um *print* de sua resolução (Figura 2), para que pudéssemos baixar no computador e projetar na tela de apresentação do *Google Meet*. O resultado foi muito positivo, e essa estratégia foi adotada no decorrer da orquestração.

CÁLCULO I	
PROBLEMAS DE MÁXIMOS E DE MÍNIMOS EM APLICAÇÕES	
GRUPO 1	
Resolva os seguintes problemas	Problema Desafio
<p>12. Considere o seguinte problema: uma caixa sem tampa deve ser construída a partir de um pedaço quadrado de papelão, com 3 metros de largura, cortando fora um quadrado de cada um dos quatro cantos e dobrando para cima os lados. Encontre o maior volume que essa caixa poderá ter.</p> <p>(a) Faça vários diagramas para ilustrar a situação, algumas caixas baixas com bases grandes e outras altas com base pequena. Encontre os volumes de várias dessas caixas. Parece existir um volume máximo? Se a resposta for sim, estime-o.</p> <p>(b) Faça um diagrama ilustrando a situação geral. Introduza uma notação e marque no diagrama seus símbolos.</p> <p>(c) Escreva uma expressão para o volume.</p> <p>(d) Use a informação dada para escrever uma equação que relacione as variáveis.</p> <p>(e) Use a parte (d) para escrever o volume como uma função de uma só variável.</p> <p>(f) Acabe de resolver o problema e compare sua resposta com sua estimativa da parte (a).</p> <p>13. Um fazendeiro quer cercar uma área de 15 000 m² em um campo retangular e então dividi-lo ao meio com uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Como fazer isso de forma que minimize o custo da cerca?</p> <p>21. Encontre as dimensões do triângulo isósceles de maior área que pode ser inscrito em um círculo de raio r.</p>	<p>O sistema vascular sanguíneo consiste em vasos sanguíneos (artérias, arteríolas, capilares e veias) que transportam o sangue do coração para os órgãos e de volta para o coração. Esse sistema deve trabalhar de forma a minimizar a energia despendida pelo coração no bombeamento do sangue. Em particular, essa energia é reduzida quando a resistência do sangue diminui. Uma das Leis de Poiseuille dá a resistência R do sangue como</p> $R = C \frac{L}{r^4}$ <p>onde L é o comprimento do vaso sanguíneo; r, o raio; e C é uma constante positiva determinada pela viscosidade do sangue. (Poiseuille estabeleceu essa lei experimentalmente, mas também seguiu a Equação 8.4.2.) A figura mostra um vaso sanguíneo principal de raio r_1 ramificado em um ângulo θ em um vaso menor de raio r_2.</p>

Figura 1 – Print de parte de uma ficha de problemas.
Fonte: Próprios autores.

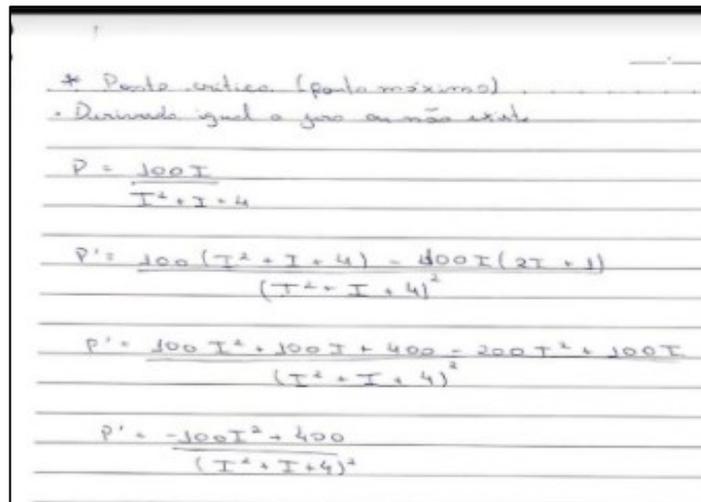


Figura 2 – Print do caderno de um dos discentes enviado pelo *WhatsApp*.
Fonte: Próprios autores.

Outra situação que nos levou a integrar um recurso que não havíamos previsto surgiu quando os discentes precisaram mostrar como se resolvia o seguinte problema:

Em cada parte, esboce o gráfico de uma função f com as propriedades indicadas e discuta os sinais de f' e de f'' .

(a) A função f é côncava para cima e crescente no intervalo $(-\infty, +\infty)$.

(b) A função f é côncava para baixo e crescente no intervalo $(-\infty, +\infty)$.

Quadro 2 – Questão proposta.

Fonte: Próprios autores.

Nesse momento, decidimos usar o *Jamboard* (Figura 3), que é um quadro interativo desenvolvido pelo Google, que permite que vários usuários possam trabalhar e compartilhar projetos dentro da sua tela, podendo adicionar desde notas adesivas até vídeos.

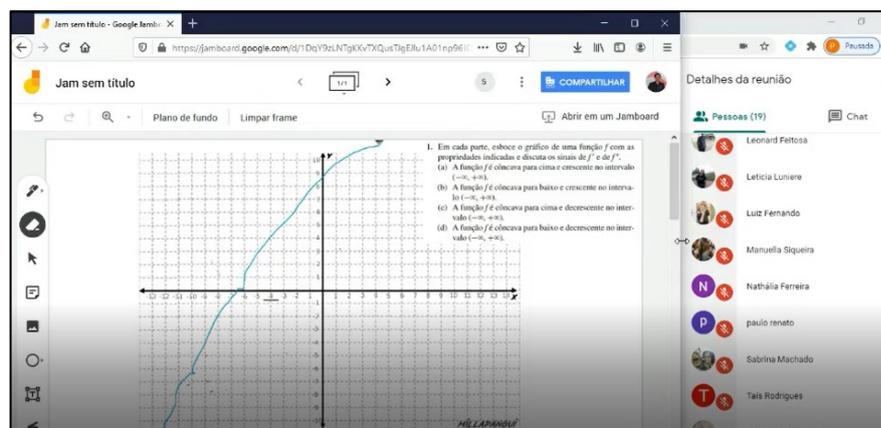


Figura 3 – Print de tela de um discente utilizando o *Jamboard* durante um dos encontros.

Fonte: Próprios autores.

Os encontros tiveram foco em questões conceituais (Figura 4), deixando questões procedimentais para serem realizadas em atividades assíncronas. Nossa experiência mostra que, quando os alunos encontram dificuldades, uma estratégia dominante de enfrentamento é se concentrar nos aspectos processuais que geralmente exigem menos deles, o que pode ter um efeito limitador em suas atitudes, quando eles fazem um curso mais rigoroso em um estágio posterior (TALL, 1993).

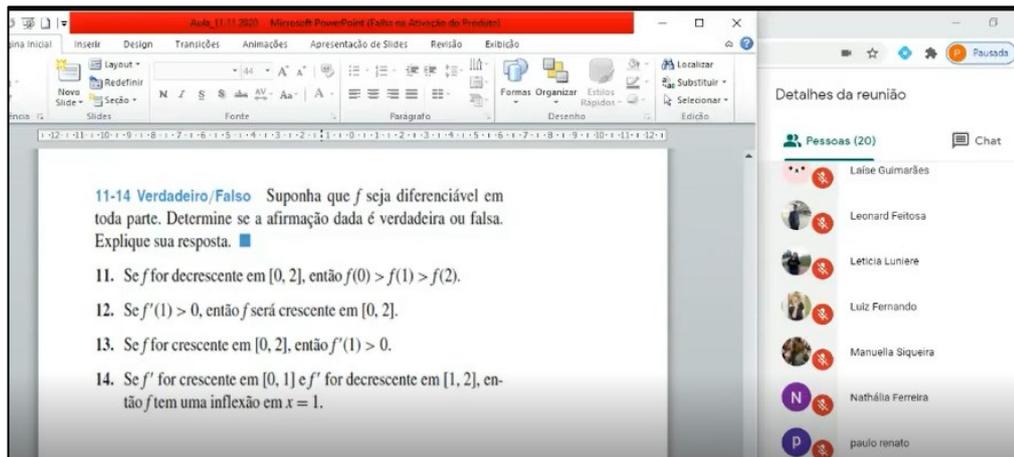


Figura 4 – Print de tela de um dos encontros professor-discentes, abordando questões conceituais.
Fonte: Próprios autores.

Segundo Glasser (2017), o aluno constrói seus conhecimentos de forma mais concreta e eficaz, quando discute com outras pessoas, quando faz e quando ensina aos outros. Por isso, durante os encontros, pedíamos que eles pensassem e se dedicassem a promover um diálogo visando a promover a compreensão e o seu crescimento. Com o intuito de tornar as aulas interativas com os alunos, desenvolvendo raciocínios e se comunicando, em cada encontro, pelo menos 2(dois) discentes de cada grupo explicavam à turma um problema da sua ficha de problemas e 1(um) exercício/problema da lista complementar (Figura 5).

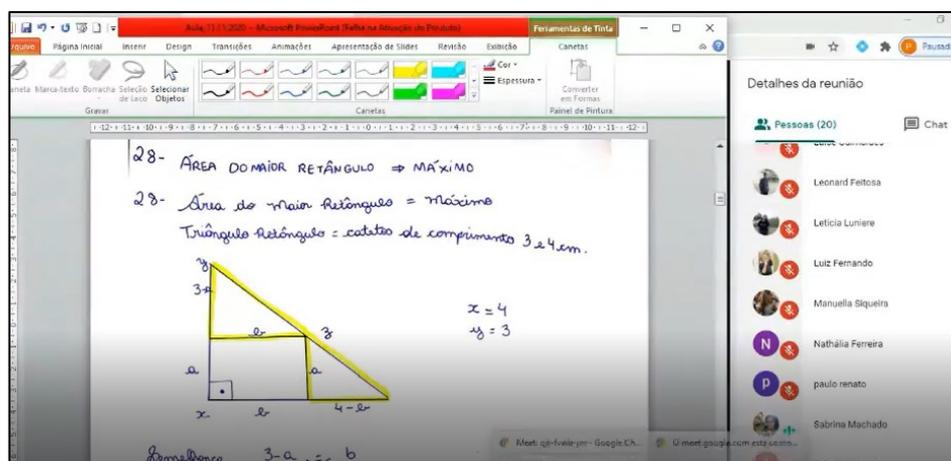


Figura 5 – Print de tela de um dos discentes, explicando a resolução de uma questão.
Fonte: Próprios autores.

Alguns alunos precisam de um tratamento especial, como uma sessão de tutorial adicional para corrigir seus equívocos (TARMIZI, 2010), como, por exemplo, mudar seus hábitos de estudo trazidos do ensino médio para o ensino superior que, comprovadamente,

não funcionam (DE JESUS, 2019).

Diante do exposto, no início dos trabalhos, os discentes foram informados de que a presença na monitoria e na tutoria seria obrigatória e geraria uma nota que comporia sua nota final. Ademais, o grupo recebia uma nota pela média das notas obtidas por cada membro, criando assim uma interdependência positiva e a responsabilidade individual. Ressaltamos que, constantemente, incentivávamos os discentes a participar desses encontros, mostrando-lhes os benefícios que eles teriam.

Em relação à monitoria, tivemos que tomar algumas decisões ad hoc para contornar alguns imprevistos. Primeiro foi a resistência de alguns membros em participar das sessões de monitoria, o que iria prejudicar bastante o desempenho do grupo. Para resolver essa situação, os pesquisadores conversaram em particular com esses discentes para saber o que estava havendo e por que de eles não participarem desses encontros. Mesmo assim, alguns continuaram não participando e, para não prejudicar o grupo, a nota desses discentes foi calculada à parte.

Outra situação foi o fato de alguns alunos não terem dúvidas sobre as atividades propostas, por isso, não quererem ficar na monitoria. Resolvemos, então, que, para que não ficassem durante todo o encontro, poderiam pedir ao monitor duas ou três questões da lista de exercícios para que pudessem resolver e mostrar que não tinham dúvidas. Após responder a essas questões, o discente poderia sair da sessão da monitoria sem prejuízo.

A interação entre sujeitos que buscam aprender algo junto, nesse caso, por meio da aprendizagem cooperativa, é um ponto crucial, para que haja a efetiva construção do conhecimento, pois possibilitará a troca de ideias e discussões a respeito do assunto em questão (DA SILVA, 2018).

Por esse e outros tantos motivos que os discentes foram incentivados a interagirem, ao máximo, para resolverem as atividades propostas, fosse pelos grupos de *WhatsApp*, ou até por encontros no *Google Meet*, os quais foram organizados pelos próprios alunos. Além disso, cada grupo dispôs de dois encontros síncronos com a tutora, a qual lhes explicou como funcionariam as atividades, durante o período do projeto, além das metodologias de ensino/aprendizagem que seriam colocadas em prática, mostrando-lhes a finalidade de cada uma delas e formas para que eles pudessem se adaptar mais facilmente a esse modelo de aula.

O primeiro encontro síncrono, realizado entre a tutora e um dos grupos de alunos, que se caracterizou como um encontro adicional, foi para preencher o formulário “Leitura e identificação do(s) problema(s)”, para o qual os discentes tinham que fazer uma análise, em

grupo, das questões da lista de exercícios sobre otimização e identificar aspectos, como palavras-chave de cada problema, dúvidas que surgiram após a leitura dos enunciados, entre outros fatores, e a função da tutora foi a de orientar os alunos, durante essa discussão, além de coletar dados relevantes para a pesquisa.

Os estudantes participantes do encontro estavam bem empenhados, procurando as respostas às perguntas do formulário e, à medida que iam se aprofundando na análise das questões, passaram a notar pontos, em suas respostas, que poderiam ser melhorados ou corrigidos, como termos que eles inicialmente julgaram como palavras-chave, na verdade, eram irrelevantes para a resolução da questão.

Os discentes tinham o costume de marcar encontros pelo *Google Meet*, para resolverem as listas de exercícios juntos e discutirem as questões de forma síncrona. Durante esses encontros, um dos alunos apresentava a sua tela com a lista de questões, para que os colegas também pudessem ver e, assim, iam resolvendo as atividades, questão por questão, tirando as dúvidas uns dos outros e, ao final de cada problema, discutiam as respostas e as formas de resolução.

Outra maneira como os alunos interagiam era pelos grupos de *WhatsApp*, por meio dos quais eles enviavam prints de suas resoluções para os colegas analisarem, além de compartilhar suas dúvidas, incentivar os outros membros do grupo a concluírem as listas de exercícios, discutirem quem seria o líder de tal dia, qual deles iria apresentar a questão, durante o horário de aula e enviar as listas, para o líder do dia anexar ao formulário de entrega.

Com o passar dos dias, foi-se percebendo maior complexidade nas discussões dos alunos, nas ferramentas utilizadas para resolverem as questões, como o software GeoGebra. No entanto muitos expressaram dificuldade em saber o que o problema exigia, já que os enunciados da lista de otimização determinavam que interpretassem o contexto colocado e analisassem os dados para, assim, resolverem a questão.

Os discentes que apresentaram tal dificuldade alegaram que sabiam como fazer os cálculos necessários para a resolução, mas não sabiam como aplicá-los no problema. Entretanto, depois de algumas orientações, passaram a procurar as palavras-chave de cada questão, anotar os dados importantes, antes de resolvê-la, superando assim o obstáculo apresentado inicialmente.

6 ANÁLISES E RESULTADOS

Diante da análise das soluções apresentadas pelos discentes, ao longo do estudo, percebemos indícios de aprendizagem, em relação aos conceitos e propriedades abordados nas atividades e uma evolução na qualidade das resoluções apresentadas pelas equipes dos problemas propostos, estimando as quatro etapas da resolução de um problema descrito por Pólya, isto é, a compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e verificação dos resultados. Nas Figuras 6 e 7, apresentamos as resoluções de um problema apresentado pelo grupo 4 no 3º encontro e a resolução de um problema apresentado pelo mesmo grupo no 6º e último encontro.

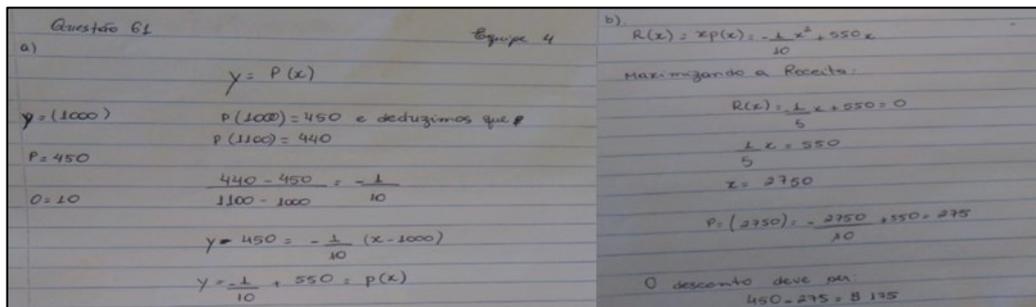


Figura 6 – Resolução de um problema apresentado pelo grupo 4 no 3º encontro.
Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

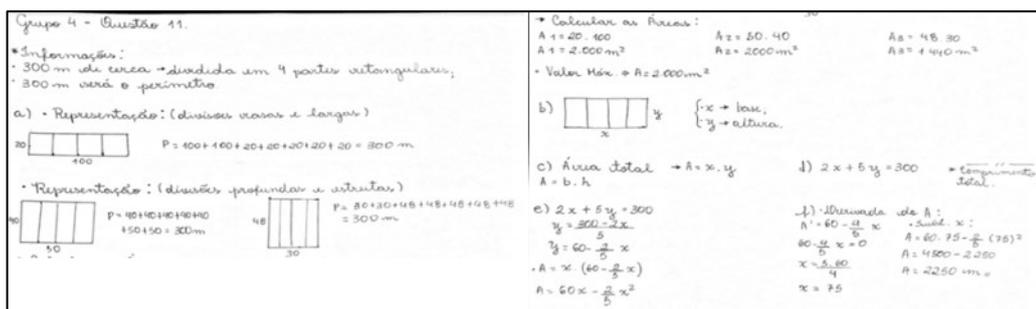


Figura 7 – Resolução de um problema apresentado pelo grupo 4 no 6º e último encontro.
Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

Vejamos, por exemplo, a evolução da qualidade na resolução de problemas apresentado pelo grupo 3 (Imagens 8, 9 e 10). Na resolução de um problema apresentado por esse grupo no 6º encontro, o grupo identifica os dados, o objetivo e as condições apresentadas e deixa claro quais os cálculos e suas estratégias para resolver o problema. A compreensão do problema pode ainda ser evidenciada na resposta dada, em língua natural, ao final da resolução.

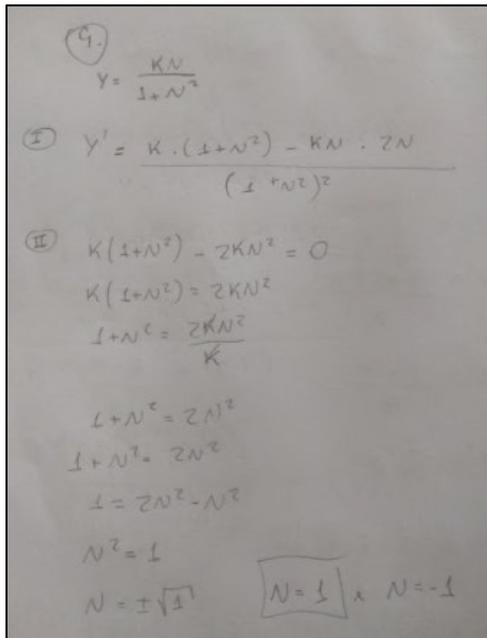


Figura 8 – Resolução de um problema apresentado pelo grupo 3 no 1º encontro.
Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

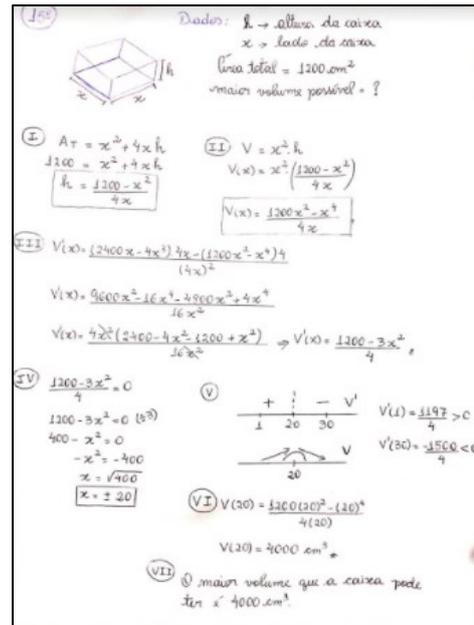


Figura 9 – Resolução de um problema apresentado pelo grupo 3 no 3º encontro.
Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

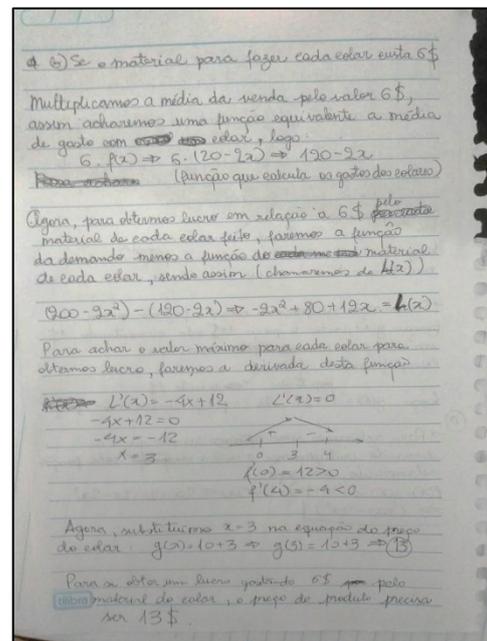
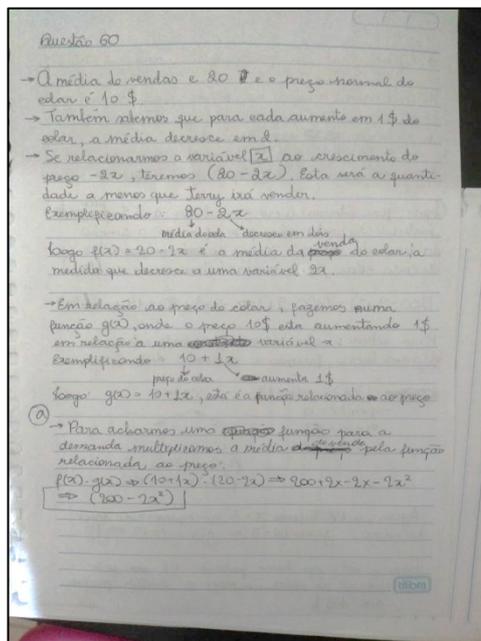


Figura 10 – Resolução de um problema apresentado pelo grupo 3 no 6º encontro.
Fonte: Elaborado pelos pesquisadores.

Avaliar trabalho em grupo não é fácil, porque muitas artimanhas podem desvirtuar o processo, sendo difícil fazer um acompanhamento preciso da aprendizagem somente pelo produto final apresentado. Ao implementar os princípios básicos da aprendizagem cooperativa, garantimos, de certo modo, um controle no sentido de permitir uma avaliação

lado, em relação aos vídeos disponibilizados para os estudos prévios, antes de cada encontro, pouco mais da metade demonstrou satisfação.

Embora agregue certo grau de imprevisibilidade e aumentar o tempo de dedicação, os dados do estudo nos possibilitou perceber que a maioria dos discentes apresentou interesse pelo trabalho em grupo, mostrou-se satisfeita com a metodologia empregada e desenvolveu a habilidade de resolver os problemas propostos no estudo. Além disso, percebeu-se o aumento da satisfação discente com as atividades de ensino, melhora qualitativa na aprendizagem e seu rendimento e diminuição da evasão/desistência, demonstrando ser uma metodologia mais vantajosa em comparação com abordagens instrucionais expositivas.

REFERÊNCIAS

ABDULLAH, N. I.; TARMIZI, R. A.; ABU, R. The effects of problem based learning on mathematics performance and affective attributes in learning statistics at form four secondary level. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, v. 8, p. 370-376, 2010.

<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.052>

AJAI, J. T.; IMOKO, B. I. Gender Differences in Mathematics Achievement and Retention Scores: A Case of Problem-Based Learning Method. **International Journal of research in Education and Science**, v. 1, n. 1, p. 45-50, 2015. Disponível em:

<https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1105194.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2021.

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **I Simpósio Latino-Americano de Didática de Matemática, 2016**. Disponível em:

https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/300/204. Acesso em: 02 fev. 2021.

COHEN, Elizabeth G.; LOTAN, Rachel A. **Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas**. Penso Editora, 2017.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**; Tradução Magda Lopes. – 3 ed. – Porto Alegre: ARTMED, 296 páginas, 2010.

DALL'ANNE, C.; TRENTIN, P.H. A Aprendizagem significativa no Cálculo Diferencial e Integral: Relato de experiência com a abordagem de problemas de taxa de variação na formação de engenheiros. In: GODOY, Elenilton Vieira; GERAB, Fábio. **Ensino e aprendizagem de matemática no Ensino Superior: Inovações, propostas e desafios**. Alta Books Editora, 2018.

DA SILVA, E. C. R. T. O processo de gênese instrumental em um ambiente online colaborativo. In: **XXII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Belo Horizonte, 2018. Disponível em:

<https://drive.google.com/file/d/1Rn4H18bd0jggCqyiCHEABK0adXj0qz1Q/view>. Acesso em: 02 fev. 2021.

DE JESUS, Marcos Antonio Santos; TACACIMA, Juliana. As atitudes em relação à matemática e o desempenho em cálculo diferencial e integral de alunos de engenharia. In: GODOY, Elenilton Vieira; GERAB, Fábio. **Ensino e aprendizagem de matemática no Ensino Superior: Inovações, propostas e desafios**. Alta Books Editora, 2018.

DRIJVERS, Paul et al. The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in mathematics**, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9254-5>

ENEMARK, S.; KJAERSDAM, F. A ABP na teoria e na prática: a experiência da Aalborg na inovação do projeto no ensino universitário. In: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G. (Org.). **Aprendizagem Baseada em Problemas**. São Paulo: Summus, 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GLASSER, W. **William Glasser**. Fonte: PPD, 2017. Disponível em: <http://www.ppd.net.br/william-glasser/>. Acesso em: 15 abr. 2021.

GORDON, R. Balancing real-world problems with real-world results. *Phi Delta Kappan*, v.79, n.5, p. 390, 1998.

JOHNSON, David W.; JOHNSON, Roger T. Instructional goal structure: Cooperative, competitive, or individualistic. **Review of educational research**, v. 44, n. 2, p. 213-240, 1974.

JOHNSON, David W.; JOHNSON, Roger T. **Cooperation and competition: Theory and research**. Interaction Book Company, 1989.

JOHNSON, David W.; JOHNSON, Roger T. Making cooperative learning work. **Theory into practice**, v. 38, n. 2, p. 67-73, 1999.

JOHNSON, David W.; JOHNSON, Roger T.; SMITH, Karl A. Cooperative learning: Improving university instruction by basing practice on validated theory. **Journal on Excellence in University Teaching**, v. 25, n. 4, p. 1-26, 2014. Disponível em: http://personal.cege.umn.edu/~smith/docs/Johnson-Johnson-Smith-Cooperative_Learning-JECT-Small_Group_Learning-draft.pdf. Acesso em: 02 fev. 2021.

JOHNSON, David; JOHNSON, Roger; SMITH, Karl. A aprendizagem cooperativa retorna às faculdades. **Change**, v. 3, n. 4, p. 91-102, 1998. Disponível em: <https://www.andrews.edu/~freed/ppdfs/readings.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2021.

MERRITT, J. et al. Problem-based learning in K–8 mathematics and science education: A literature review. **Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning**, v. 11, n. 2, 2017. <https://doi.org/10.7771/1541-5015.1674>

NEVES, V. J. et al. Aprendizagem Baseada em Problemas. *In*: NEVES, V. J., MERCANTI, L.B.(Org.). **Metodologias Ativas: perspectivas teóricas e práticas no ensino superior**. Campinas: Pontes Editora, 2018.

PÓLYA, G. **Como resolver problemas** (Tradução do original inglês de 1945). Lisboa: Gradiva, 2003.

RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. C. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM: Mathematics Education**, v. 46, n. 4, p. 507-515, 2014. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0615-x>

RIBEIRO, L. R. de C. **Aprendizagem baseada em problemas (PBL): uma experiência no ensino superior**. 2010.

ROBERT, A.; SPEER, N. Research on the teaching and learning of Calculus/Elementary Analys. *In*: HOLTON, D. (ed.). **The teaching and learning of mathematics at university level - an ICMI study**, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2001. p. 283-299.

TALL, David. Students' difficulties in calculus. *In*: proceedings of working group. 1993. p. 13-28. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/David_Tall/publication/242298018_Students'_Difficulties_in_Calculus_Plenary_presentation_in_Working_Group_3_ICME_Quebec_August_1992/links/546ded870cf2d5ae3670800e.pdf. Acesso em: 02 fev. 2021.

TARMIZI, Rohani Ahmad. Visualizing Student's Difficulties in Learning Calculus. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, v. 8, p. 377-383, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.053>

TEIXEIRA, P. C.; MATOS, J. M. L. de; DOMINGOS, A. A orquestração instrumental dos recursos tecnológicos no ensino da matemática. **Recursos na Educação Matemática**, p. 291-302, 2016. Disponível em: https://run.unl.pt/bitstream/10362/21301/1/ATAS_EIEM_2016_pt_jmm_amdd.pdf. Acesso em: 02 fev. 2021.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez, 1985.

TROUCHE, Luc. An instrumental approach to mathematics learning in symbolic calculator environments. *In*: **The didactical challenge of symbolic calculators**. Springer, Boston, MA, 2005. p. 137-162.

NOTAS

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

FINANCIAMENTO

Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas-FAPEAM, número do processo: 062.00930/2013, bolsista: Roberta dos Santos Rodrigues.



HISTÓRICO

Submetido: 06 de fevereiro de 2021.

Aprovado: 31 de março de 2021.

Publicado: 17 de abril de 2021.
