



IDENTIDADE DE MODELOS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME DE PINUS

Adriano Ribeiro de MENDONÇA¹, Gustavo Rezende PACHECO², Giovanni Correia VIEIRA¹,
Márcio da Silva ARAÚJO², Márcio Torreão INTERAMNENSE²

¹Depto. De Ciências Florestais e da Madeira, Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, Espírito Santo, Brasil.

²Unidade Universitária de Ipameri, Universidade Federal de Goiás, Ipameri, Goiás, Brasil.

*E-mail: adriano.mendonca@ufes.br

Recebido em julho/2015; Aceito em dezembro/2015.

RESUMO: A identidade de modelos é empregada para avaliar a utilização de uma única equação ou se alguns dos parâmetros do modelo são os mesmos de modelo para modelo na estimativa de variáveis advindas de diferentes fontes de variação como a espécie, o sítio ou a idade, em vez de uma equação para cada fonte de variação. Neste contexto, o objetivo do trabalho foi avaliar a identidade de um modelo linear e um modelo não linear para estimar o volume de árvores de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa*. Foram medidos 59 indivíduos da espécie *P. caribaea* var. *hondurensis* e 46 de *P. oocarpa*, localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais. Os modelos volumétricos ajustados foram o de Spurr e de Schumacher e Hall. Posteriormente as equações geradas foram submetidas ao teste de identidade de modelos. Foi observado que tanto para o modelo linear quanto para o modelo não linear deve ser utilizado um modelo único (forma reduzida) para estimar o volume de árvores dessas duas espécies.

Palavra-chave: equações volumétricas, mensuração florestal, modelos de regressão.

IDENTITY OF MODELS TO ESTIMATE THE VOLUME OF PINUS

ABSTRACT: The identity of models approach was employed to evaluate the use of a single equation, or if some parameters are the same from one model to another in estimating variables from different sources of variation, such as species, growing site and age, instead of a different equation for each source of variation. For this purpose, the identity of a linear model and a nonlinear model was evaluated to estimate the volume of *Pinus caribaea* var. *hondurensis* and *Pinus oocarpa* trees. All told, 59 individuals of *P. caribaea* var. *hondurensis* and 46 of *P. oocarpa* were measured, located in the municipality of Nova Ponte, Minas Gerais state. The fitted volumetric models were those of Spurr and Schumacher & Hall. The equations generated were then submitted to the identity of models test. It was observed that a single model (reduced form) should be used, both in the linear and nonlinear cases, to estimate the volume of trees of these two species.

Keywords: Volumetric equations, forest measurement, regression models.

1. INTRODUÇÃO

A crescente demanda de madeira para diversos fins associado a necessidade de preservação das florestas naturais é responsável pela implantação de projetos com espécies de rápido crescimento e madeira de qualidade. Nesse contexto, o gênero *Pinus* tem apresentado destaque, com expansão das áreas cultivadas nos últimos anos (DACOSTA, 2008). No que tange o manejo florestal, este deve ser executado com o objetivo de produzir madeira com características desejadas, no momento da demanda e na quantidade requerida (GALVÃO, 2000). Nesse sentido, deve-se verificar o crescimento do povoamento, por meio de inventários florestais contínuos, para comprovar se a produção será suficiente para atender o mercado. A estimativa do volume em povoamentos florestais é de suma importância, pois a partir dela é que

será determinada a produção. Os modelos devem ser ajustados de forma a representar as variações dos povoamentos florestais como a espécie, o sítio, a densidade e a idade.

Nesse contexto, a identidade de modelos é uma ferramenta que possibilita avaliar se as fontes de variação do povoamento têm influência significativa nas equações geradas para estimar o volume. Sendo assim, estas equações poderão ser substituídas por uma única equação, o que facilitará o cálculo da estimativa de produção. A equação gerada estimará o volume para diferentes situações no campo, como por exemplo, em áreas diferentes, com espécies pertencentes ao mesmo gênero, que poderão ter alguma semelhança na forma de crescimento do fuste e, por isso, poderão ter o volume estimado por uma única equação. Regazzi; Silva (2004)

citam autores que apresentaram métodos para testar hipóteses relativas à identidade de modelos, dentre eles os estudos realizados por Regazzi (1996, 1999, 2003). A identidade de modelos é utilizada para avaliar uma ou mais variáveis de interesse. Como exemplo da utilização da identidade de modelos, tem-se o trabalho de Martins et al. (2007) que verificaram se as curvas de sítio ajustada a povoamentos de *Leucaena leucocephala* em experimentos tratados com composto orgânico e sem composto orgânico são idênticas; Rufini et al. (2010), que estudou a similaridade de equações volumétricas para o cerrado Sensu Stricto, em Minas Gerais; Nogueira et al. (2008), que avaliaram a influência do espaçamento inicial sobre a forma do fuste de árvores de *Pinus taeda*.

No entanto, algumas espécies apresentam características semelhantes que podem ser amostradas em conjunto, o que facilita os cálculos e reduz os custos de amostragem. Diante do exposto, o presente trabalho visa avaliar a identidade de um modelo linear e um modelo não linear para estimativa de volume de árvores de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa*.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Caracterização dos dados

Os dados utilizados foram obtidos de uma empresa localizada no município de Nova Ponte, Minas Gerais, Brasil. A empresa situa-se a 900 metros de altitude apresentando relevo praticamente plano a suave ondulado (0 a 5%), com precipitação média anual de 1.700 mm. Foi realizada a cubagem rigorosa de árvores-amostra de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa*. As árvores-amostra utilizadas são provenientes de povoamentos com 6 (seis) anos de idade e espaçamento 3x2m.

Foram medidos os diâmetros nas alturas de 0,1 m; 0,7 m; 1,30 m; 2,00 m; 3,00 m; 4,00 m; 5,00 m e depois de 2 em 2 m, além da altura total da árvore (H). O volume das seções foi obtido a partir do método de Smalian. As Tabelas 1 e 2 mostram a distribuição de frequência por classe de diâmetro e de altura dos dados, para as espécies *P. caribaea* var. *hondurensis* e *P. oocarpa* respectivamente.

Tabela 1. Distribuição de frequência das árvores-amostra por centro de classe de diâmetro e de altura para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

Centro de Classe de H (m)	Centro de Classe de DAP (cm)						Total
	4	8	12	16	20	24	
3,5	7						7
6,5	2	10	4	2			18
9,5		3	4	9	2		18
12,5			4	3	3	1	11
15,5					2	3	6
Total	9	13	12	14	7	4	59

Tabela 2. Distribuição de frequência das árvores-amostra por centro de classe de diâmetro e de altura para *Pinus oocarpa*

Centro de Classe de H (m)	Centro de Classe de DAP (cm)						Total
	4	8	12	16	20	24	
3,5	2						2
6,5	4	3					7
9,5		6	9	4	1		20
12,5			7	4	2	1	14
15,5				1	1	1	3
Total	6	9	16	9	4	2	46

2.2. Teste de identidade de modelos

Para avaliar a identidade de modelos lineares e não lineares foram testados os modelos de Spurr e Schumacher e Hall.

a) Linear: Spurr

$$V = \beta_0 + \beta_1 DAP^2 H + \varepsilon_i \quad (\text{Equação 1})$$

(reduzido)

$$V = \beta_{01} D_1 + \beta_{02} D_2 + \beta_{11} D_1 DAP^2 H + \beta_{12} D_2 DAP^2 H + \varepsilon_i \quad (\text{Equação 2})$$

(completo)

b) Não Linear: Schumacher e Hall

$$V = \beta_0 DAP^{\beta_1} H^{\beta_2} + \varepsilon_i \quad (\text{Equação 3})$$

(reduzido)

$$V = (\beta_{01} D_1 + \beta_{02} D_2) DAP^{(\beta_{11} D_1 + \beta_{12} D_2)} H^{(\beta_{21} D_1 + \beta_{22} D_2)} + \varepsilon_i \quad (\text{Equação 4})$$

(completo)

Em que: V = volume total da árvore (m^3); DAP = diâmetro a 1,30m do solo (cm); H = altura total da árvore (m); β_i = parâmetros do modelo; ε = erro aleatório; $D_j = 1$, se a árvore pertencer a espécie j e 0, caso contrário; β_{ij} = parâmetro i do modelo para a espécie j .

2.2.1. Modelo linear

A matriz das estimativas dos parâmetros (β) para o modelo completo foi obtida a partir da equação (5).

$$\beta = (X'X)^{-1}(X'Y) \quad (\text{Equação 5})$$

Em que: β = vetor dos parâmetros estimados; X = matriz da variável independente; Y = vetor da variável dependente.

De acordo com GRAYBILL (1976, citado por SCOLFORO 2005), utilizando-se a notação matricial para o modelo completo, tem-se a equação 6:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (\text{Equação 6})$$

Em que: ε = vetor de erros aleatórios.

Para o ajuste do modelo linear simples de Spurr, na sua forma completa, para as duas espécies analisadas, tem-se:

$$Y = \begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ \vdots \\ V_{1n_1} \\ V_{21} \\ V_{22} \\ \vdots \\ V_{2n_2} \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & 0 & 0 \\ 1 & X_{12} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & X_{21} \\ 0 & 0 & 1 & X_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & X_{2n_2} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_{01} \\ \beta_{11} \\ \beta_{02} \\ \beta_{12} \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n_1} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n_2} \end{bmatrix}$$

Em que: θ = vetor de parâmetros estimados; Z = matriz da variável independente.

Utilizando-se a notação matricial, o modelo reduzido é obtido pela equação (8).

$$Y = Z\theta + \varepsilon \quad \text{(Equação 8)}$$

Em que:

$$Y = \begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{12} \\ \vdots \\ V_{1n_1} \\ V_{21} \\ V_{22} \\ \vdots \\ V_{2n_2} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} 1 & Z_{11} \\ 1 & Z_{12} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & Z_{1n_1} \\ 1 & Z_{21} \\ 1 & Z_{22} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & Z_{2n_2} \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n_1} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n_2} \end{bmatrix}$$

Em que: $Z = DAP^2H$.

Em que: $X = DAP^2H$; n_h = número de observações por espécie, sendo 1 = *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e 2 = *Pinus oocarpa*; V_{ij} = volume da árvore j da espécie i , sendo 1 = *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e 2 = *Pinus oocarpa*.

A matriz das estimativas dos parâmetros (θ), para o modelo reduzido, foi obtida a partir da equação (7).

$$\theta = (Z'Z)^{-1}(Z'Y) \quad \text{(Equação 7)}$$

Utilizando-se as matrizes definidas para o modelo completo e para o modelo reduzido, a análise de variância para testar a identidade dos modelos de regressão foi obtida como apresentado na Tabela 3.

Assim, se $F_c < F_{\alpha [(h-1)p, n-hp]}$, a um nível de significância α , as equações das h espécies são idênticas. Deste modo, a equação ajustada com as estimativas dos parâmetros comuns, pode ser usada como uma estimativa das h equações envolvidas.

Tabela 3. Análise de variância para o teste de identidade do modelo linear.

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	F _c
Modelo Completo	(hp)	$\beta'X'Y$		
Modelo Reduzido	p	$\theta'Z'Y$		
Diferença para testar hipótese	(h-1)p	$SQ_{(completo)} - SQ_{(reduzido)}$	$\frac{SQ_{(diferença)}}{(h-1)p}$	$\frac{QM_{(diferença)}}{QM_{(resíduo)}}$
Resíduo	n-hp	$SQ_{(total)} - SQ_{(completo)}$	$\frac{SQ_{(resíduo)}}{n-hp}$	
Total	n	Y'Y		

Em que: h= número de espécies; p= número de parâmetros do modelo; n= número de observações; GL= grau de liberdade; SQ= soma de quadrados; QM: quadrado médio; F_c= estatística F calculada.

2.2.2. Modelo não linear

De acordo com SCOLFORO (2005), as hipóteses avaliadas no teste de identidade de modelos não lineares são: $H_0 = 0$, o modelo reduzido ajustado para as duas espécies é idêntico aos modelos completos ajustados para cada espécie; $H_a =$ não H_0 .

Neste caso foi aplicado o teste da razão de verossimilhanças, com aproximação dada pela estatística F (BATES; WATTS, 1988), que é dado por:

$$F(H_0) = \frac{[SQR_{(reduzido)} - SQR_{(completo)}] / [t(h-1)]}{SQR_{(completo)} / (n-hp)} \quad \text{(Equação 9)}$$

$$= \frac{QM_{H_0}}{QMR_{(completo)}} \underset{\text{sob } H_0}{\sim} F[t(h-1); n-hp]$$

Em que: SQR é a soma de quadrado do resíduo; t é o número de parâmetros a serem testados (dependente da hipótese: $t=p$ no teste para a igualdade de todos os parâmetros do modelo); $p_{\Omega} = hp$ é o número de parâmetros do modelo completo (h

modelos com p parâmetros em cada um deles); e $p_w = t + h$ ($p - t$) é o número de parâmetros do modelo reduzido.

Assim, o número de graus de liberdade associado ao numerador da estatística F é $v = p_{\Omega} - p_w = t(h - 1)$.

Outra alternativa seria usar o teste da razão de verossimilhanças, com aproximação dada pela estatística qui-quadrado (χ^2). As duas estatísticas (χ^2 e F) são aproximadas, entretanto, segundo Regazzi e Silva (2004), a F deve ser a preferida, principalmente para pequenas amostras.

No ajuste dos modelos completo e reduzido foi utilizado o software estatístico R versão 2.10.1., obtendo as estimativas dos parâmetros do modelo.

2.3. Análise dos modelos linear e não linear

Os modelos foram comparados por meio do erro padrão relativo [S_{yx} (%)].

$$S_{yx} (\%) = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n Y - \hat{Y}}{n - hp}}}{\bar{Y}} \cdot 100 \quad (\text{Equação 9})$$

Em que: Y = volume total observado; \hat{Y} = volume total estimado pelo modelo; n = número de observações; p = número de parâmetros do modelo; \bar{Y} média dos volumes totais. No modelo completo $n = n_1 + n_2$ e n para o modelo reduzido, hp é o número de parâmetros do modelo completo (h modelos com p parâmetros em cada um deles). No caso do modelo reduzido o número de parâmetros é só p .

Utilizou-se, também, a análise gráfica do volume total estimado *versus* volume total estimado para a comparação entre os modelos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Modelo linear

As estimativas dos parâmetros obtidas para o modelo proposto por Spurr estão representadas na Tabela 4.

Tabela 4. Estimativa dos parâmetros para os modelos volumétricos de Spurr completo e reduzido na estimativa do volume total de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa*

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t_c	$p > t $
Completo ($S_{yx} = 7,05\%$)				
β_{01}	0,006023	0,0009561	6,30	<0,0001
β_{11}	0,000033	0,0000003	4,63	<0,0001
β_{02}	0,005420	0,0011700	105,38	<0,0001
β_{12}	0,000034	0,0000004	77,04	<0,0001
Reduzido ($S_{yx} = 7,12\%$)				
β_0	0,005943	0,0007446	7,98	<0,0001
β_1	0,000033	0,0000002	129,07	<0,0001

Em que: t_c = estatística t calculado; p = probabilidade; $S_{yx}(\%)$ = erro padrão residual.

Ao analisar a Tabela 4, pôde-se verificar que as estimativas dos parâmetros obtiveram resultados significativos a 5%. Considerando o S_{yx} (%), o modelo completo apresentou uma vantagem em relação ao modelo reduzido. Considerando esta estatística, verifica-

se que ambos os modelos podem ser utilizados na estimativa do volume das espécies estudadas, uma vez que apresentaram valores de S_{yx} (%) abaixo de 10%, além de serem semelhantes.

A Tabela 5 traz a análise de variância para o teste de identidade do modelo linear de Spurr. Por meio do quadro de análise de variância, apresentado na Tabela 5, pode-se visualizar que o valor de F_c é menor que o valor de F_{α} , o que nos leva a concluir que os modelos não possuem diferença ao nível de 5% de significância. Como os modelos não se diferem, o modelo reduzido pode ser utilizado para estimativa do volume de árvores individuais de *P. caribaea* var. *hondurensis* e *P. oocarpa*.

Tabela 5. Análise de variância para o teste de identidade do modelo linear.

Fonte de Variação	GL	SQ	QM	F_c	F_{α}	Valor -p
Modelo Completo	4	1,0595	0,2649			
Modelo Reduzido	2	1,0594	0,5297			
Diferença para testar hipótese	2	0,0001	0,0001	2,19 ^{ns}	3,08	0,117
Resíduo	101	0,0028	0,0000			
Total	105	1,0623				

Em que: GL= graus de liberdade; SQ= soma de quadrados; QM: quadrado médio; F_c = estatística F calculada.

A Figura 1 apresenta os gráficos de volume estimado *versus* volume observado, para o modelo linear de Spurr completo e reduzido. Percebe-se que os modelos analisados apresentaram estimativas semelhantes, o que comprova que o modelo reduzido de Spurr não está se diferenciando do modelo de Spurr completo, como também encontrado nos resultados da Tabela 5.

Paula Neto et al. (1993) cita que a espécie tem efeito significativo no volume sólido de madeira empilhada. Ainda segundo estes autores, isso se deve ao afilamento das espécies, ou seja, depende da forma das árvores. Segundo Scolforo; Thiersch (2004), a forma da árvore é influenciada pelo ambiente e características genéticas das espécies. Neste estudo, pode-se utilizar uma única equação para as duas espécies analisadas, ao contrário do que é dito por estes autores. A utilização de apenas uma equação para estimar o volume de *P. caribaea* var. *hondurensis* e *P. oocarpa* é uma vantagem prática para o planejamento florestal. Esse fato pode gerar uma redução na cubagem de árvores para o ajuste das equações.

3.2. Modelo não linear

Os valores das estimativas dos parâmetros obtidas para o modelo não linear proposto por Schumacher e Hall estão representados na Tabela 6. Verifica-se que as estimativas dos parâmetros, assim como no modelo linear, foram significativas ao nível de 5% de probabilidade. Analisando o S_{yx} (%), o modelo completo apresentou vantagem em relação ao modelo reduzido. Considerando esta estatística, verifica-se que ambos os modelos podem ser utilizados na estimativa do volume das espécies estudadas. Comparando os resultados das Tabelas 4 e 6, percebe-se que os modelos de Schumacher e Hall completo e reduzido apresentaram valores de S_{yx} (%)

menores, sendo mais precisos que os modelos de Spurr completo e reduzido.

Tabela 6. Estimativa dos parâmetros para os modelos volumétricos de Schumacher e Hall completo e reduzido para *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa*.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t_c	$p > t $
Completo ($S_{yx} = 5,58\%$)				
β_{01}	0,00008	0,0000069	12,29	<0,0001
β_{11}	1,83100	0,0315000	58,13	<0,0001
β_{21}	0,84740	0,0337100	25,14	<0,0001
β_{02}	0,00007	0,0000081	9,04	<0,0001
β_{12}	1,84100	0,0374700	49,14	<0,0001
β_{22}	0,90160	0,0552900	16,31	<0,0001
Reduzido ($S_{yx} = 5,61\%$)				
β_0	0,00008	0,0000005	15,66	<0,0001
β_1	1,82900	0,0229900	79,55	<0,0001
β_2	0,86720	0,0283800	30,56	<0,0001

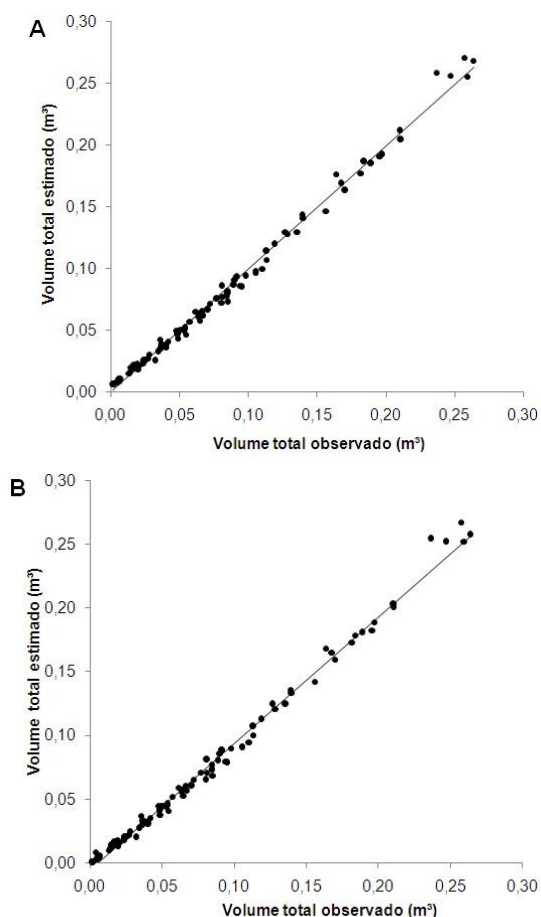


Figura 1. Volume total estimado *versus* volume total observado para o modelo linear de Spurr completo (A) e reduzido (B).

A Tabela 7 apresenta os resultados do teste de identidade de modelo não linear. O valor de F_c encontrado foi menor que F_α a 5% de significância, o que nos leva a não rejeitar H_0 . Isto significa que, a um nível de 5% de significância, o modelo completo e o modelo reduzido não se diferem estatisticamente, o que permite a utilização do modelo reduzido.

A Figura 2 exibe os gráficos de volume total estimado *versus* volume total observado, para o modelo não linear de Schumacher e Hall completo e reduzido. Percebe-se

que os modelos analisados representaram bem a distribuição real dos volumes. Verifica-se que os gráficos não possuem grandes diferenças, o que comprova que o modelo reduzido pode ser usado. Os resultados encontrados na Figura 2 corroboram com os resultados apresentados nas Tabelas 6 e 7.

Tabela 7. Resultados do teste de identidade de modelo não linear.

Modelo	GL	SQR	F_c	F_α	Valor-p
Modelo Completo	6	0,001724			
Modelo Reduzido	3	0,001793	1,32 ^{ns}	2,696	2,696

Em que: GL = graus de liberdade; SQR = soma de quadrado do resíduo.

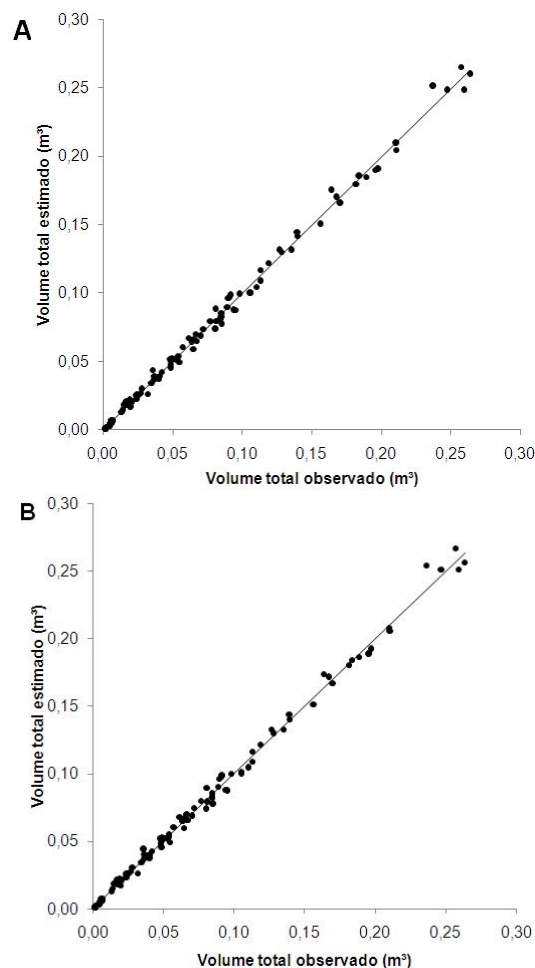


Figura 2. Volume total estimado *versus* volume total observado para o modelo não linear de Schumacher e Hall, completo (A) e reduzido (B).

4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos para as condições em que foi desenvolvido este estudo, conclui-se que: o teste de identidade de modelos, tanto na forma linear quanto na não linear, indicou que a estimativa do volume de árvores das espécies *Pinus caribaea* var. *hondurensis* e *Pinus oocarpa* podem ser feitas a partir de uma única equação; o modelo de Schumacher e Hall foi mais preciso que o modelo de Spurr, para a estimativa do volume das espécies de *Pinus*.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

- BATES, D. M.; WATTS, D.G. **Nonlinear regression analysis and its applications**. New York: John Wiley and Sons, 1988. 365p.
- DACOSTA, L. P. E. **Aspectos de crescimento de povoamentos jovens de *Pinus taeda* L. na Província de Corrientes, república Argentina**. 2008, 130f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.
- GALVÃO A. P. M. (Org.). **Reflorestamento de propriedades rurais para fins produtivos e ambientais**. Brasília: Embrapa, 2000. 7p.
- LISITA, A. et al. Efeitos de espaçamentos no crescimento e na produção de povoamentos de *Eucalyptus camaldulensis* **Revista Árvore**, Viçosa, v.21, n.4, p.473-482, jul./ago. 1997.
- MARTINS, E. F. P. et al. Curvas de índice de sítio para *Leucaena leucocephala* (LAM.) DE WIT no agreste de Pernambuco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 17, n.4, out./dez. 2007.
- MENDONÇA, A. R. et al. Modelos hiposométricos e de crescimento em altura das árvores dominantes e codominantes para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v.39, n.90, p.151-160, jun. 2011.
- NOGUEIRA, G. S. et al. Influência do espaçamento inicial sobre a forma do fuste de árvores de *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, Viçosa, v.32, n.5, p.855-860, set./out. 2008.
- PAULA NETO, F.; REZENDE, A. V.; CAMPOS, J. C. C.; REZENDE, J. L. P. Análise do comportamento dos fatores de empilhamento para *Eucalyptus grandis*. **Revista Árvore**, Viçosa, v.17, n.1, p. 45-59, jan./mar. 1993.
- REGAZZI, A. J. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.31, n.1, p.1-17, jan. 1996.
- REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. I. Dados no delineamento inteiramente casualizado. **Revista de Matemática e Estatística**, São Paulo, v.22, n.3, p.33-45, maio/jun.2004.
- REGAZZI, A. J. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão e a igualdade de parâmetros no caso de dados de delineamentos experimentais. **Ceres**, Viçosa, v.46, n.266, p.383-409, maio/jun. 1999.
- REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. **Ceres**, Viçosa, v.50, n.287, p.9-26, jan./fev. 2003.
- RUFINI, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M. Equações volumétricas para o cerrado sensu stricto em Minas Gerais. **Cerne**, Lavras, v.16, n.1, p.1-11, jan./mar. 2010.
- SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352p.
- SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, C. R. **Biometria florestal: medição, volumetria e gravimetria**. UFLA/FAEPE, Lavras. 2004. 285p.
- SILVA, J. N. M.; ARAÚJO, S. M. Equação de volume para árvores de pequeno diâmetro, na floresta nacional do tapajós. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n. 8/9, p. 16-25, jun./dez. 1984.
- SOARES, C. P. B. et al. **Dendrometria e inventário florestal**. Viçosa: UFV, 2006. 276 p.
- THOMAS, C. et al. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise de tronco. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.16, n.3, p.319-327, maio/jun. 2006.
- TONINI, H. et al. Dendrometria de espécies nativas em plantios homogêneos no estado de Roraima - andiroba (*Carapa guianensis* Aubl), castanha-do-Brasil (*Bertholletia excelsa* Bonpl.), ipê-roxo (*Tabebuia avellanedae* Lorentz ex Griseb) e jatobá (*Hymenaea courbaril* L.) **Acta Amazônica**, Manaus, v.35, n.3, p.165-177, jul./set. 2005.
- VEIGA, R.A. DE A.; CARVALHO, C.M. DE C.; BRASIL, M.A.M. Determinação de equações de volume para árvores de *Acacia mangium* willd. **Cerne**, Lavras, v.6, n.1, p.103-107, jan./mar. 2000.
- VELOSO, R. B. **Proposta de um modelo não linear de crescimento e produtividade florestal**. 2012. 102f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, 2012.
- ZANCHETTA, D; DINIZ, F. V. Estudo da contaminação biológica por *Pinus* spp. em três diferentes áreas na estação ecológica de Itirapina (SP, Brasil). **Revista Instituto Florestal**, São Paulo, v.18, n.único, p.1-14, dez. 2006.