

Linhas de influência de vigas treliçadas **Lines of influence of trussed beams**

Benedito Carlos Teixeira Seror (seror@uol.com.br)

Mestrando do Programa de Pós Graduação em Engenharia de Edificações e Ambiental – PPGEEA – UFMT

José Manoel Henriques de Jesus (jmhenriques@terra.com.br)

Universidade Federal de Mato Grosso - Faculdade de Arquitetura, Engenharia e Tecnologia

Norman Barros Logsdon (logsdon@terra.com.br)

Universidade Federal de Mato Grosso - Faculdade de Engenharia Florestal

Recebido: 02/05/2014, Aceito: 02/05/2014, Publicado: 08/05/2014

RESUMO: As linhas de influência são empregadas principalmente para se determinar o posicionamento das cargas variáveis em uma estrutura a fim de que causem efeitos máximos em certo elemento estrutural. No caso de projeto de pontes, sua compreensão torna-se condição para se analisar adequadamente os Estados Limites Últimos e de Serviços. O objetivo deste trabalho é mostrar como são obtidas as linhas de influência de esforços normais nas barras de uma treliça Pratt, típica de pontes treliçadas, com barras secundárias para diminuir o vão das longarinas do tabuleiro. O procedimento usado na preparação das linhas de influência para vigas treliçadas está intimamente relacionado com aquele empregado para as vigas, observando-se que as linhas de influência das reações de apoio da treliça são idênticas às da correspondente viga. Um método utilizado para o cálculo de esforços nas barras de uma treliça consiste em passar uma seção imaginária através da treliça, cortar a barra em questão e calcular os momentos na intersecção das outras barras cortadas pela seção. Quanto aos esforços nos montantes, os mesmos podem ser obtidos através do emprego das Equações Fundamentais da Estática, pelo denominado equilíbrio dos nós. A análise dará um passo adiante ao tratar das linhas de influência das barras secundárias da treliça estudada. Nesse sentido, este artigo ilustrará com um exemplo numérico a obtenção das linhas de influência de uma viga treliçada Pratt isostática, bi-apoiada, após a introdução do procedimento utilizado para as linhas de influência de viga isostática bi-apoiada.

Palavras-chave: Linhas de influência. Treliças Pratt. Vigas treliçadas.

ABSTRACT: The lines of influence are used primarily to determine the position of the variable loads in a structure in order to cause maximum effects on certain structural element. In the case of bridge design, its understanding becomes a condition to properly analyze Ultimate Limit States and Services. The objective of this work is to show how you obtain the influence lines of normal stresses in the bars of a Pratt truss, truss bridges typical with secondary bars to shrink the gap of stringers on the board. The procedure used in the preparation of influence lines for beams lattice is closely related to the one used for the beams, noting that the lines of influence of the support reactions of the lattice are identical to the corresponding beam. A method for the calculation of effort on the bars of a lattice consists of a section passing through the imaginary lattice, cut the bar in question and calculate the moments at the intersection of the other bars cut by the section. As for efforts in the amounts, they can be obtained through the application of the Fundamental Equations of Statics, called the balance of us. The analysis will step forward to address the influence lines of the secondary truss rods studied. Accordingly, this article will illustrate with a numerical example obtaining influence lines of a beam lattice Pratt isostatic, bi-supported, after the introduction of the procedure used for the lines of influence isostatic beam bi-supported.

Keywords: Influence lines. Pratt trusses. Trussed beams.

INTRODUÇÃO

As cargas móveis em uma ponte provocam esforços diferentes para cada posição do carregamento. Assim, para determinação dos valores máximos dos efeitos, a serem utilizados no dimensionamento, deve-se priorizar o estudo das linhas de influência, dada a importância do tema para a correta

determinação das envoltórias dos efeitos a que são submetidos os elementos da superestrutura de uma ponte. Logsdon (1982) lembra que podendo o carregamento se deslocar ao longo da estrutura, é necessário que sejam avaliados os esforços, seção por seção, podendo para isto utilizar as linhas de influência.

Segundo McCormac (2009), as linhas de influência foram usadas pela primeira vez pelo Prof. E. Winkler, de Berlim, em

1867. A linha de influência mostra, graficamente, como o movimento de uma carga unitária ao longo de uma estrutura influencia algumas de suas funções, tais como reações, esforços cortantes, momento fletor e deslocamentos. São empregadas principalmente para determinar onde posicionar as cargas variáveis a fim de que causem os máximos efeitos. No caso de projeto de pontes, sua compreensão torna-se condição para a correta análise dos Estados Limites Últimos e de Serviços.

MATERIAIS E MÉTODOS

Este trabalho visa apresentar roteiro para determinação de linhas de influência de efeitos máximos em barras de vigas treliçadas tipo Pratt, isostáticas, contendo barras secundárias (montantes e diagonais) que têm por finalidade reduzir o vão dos banzos superiores devido à aplicação de cargas indiretas pelas transversinas. Por ser de natureza teórica, foi desenvolvido mediante revisão bibliográfica, sem necessidade de coleta de dados e experimentos.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente, destaca-se que os diagramas de esforços solicitantes (força normal - N, momento fletor - M e força cortante - V) não se confundem com os das linhas de influência. Os primeiros representam o esforço em todas as seções do elemento estrutural, quando a carga encontra-se fixada em determinada posição, conforme Figura 1.

Diferentemente do diagrama de esforços solicitantes, a linha de influência mostra como varia um determinado efeito elástico (força normal, força cortante, momento fletor, deformação vertical etc) numa seção S, quando uma carga concentrada vertical P unitária, geralmente vertical e de cima para baixo, move-se sobre a estrutura. Assim, o valor do efeito elástico E (esforço seccional, deformação etc.), na seção S,

quando a carga unitária móvel encontra-se localizada na abscissa x, é a ordenada Y, conforme Figura 2.

Figura 1 - Exemplo de diagramas de esforços solicitantes em viga isostática

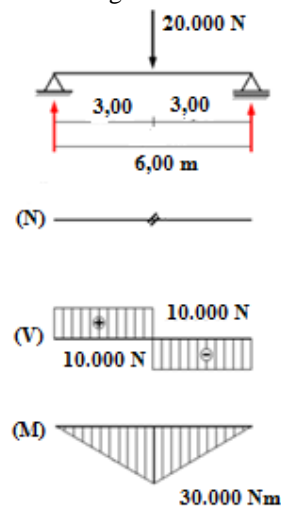
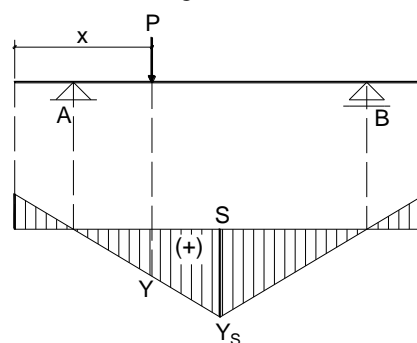


Figura 2 - Linha de influência de efeito elástico E em uma viga isostática

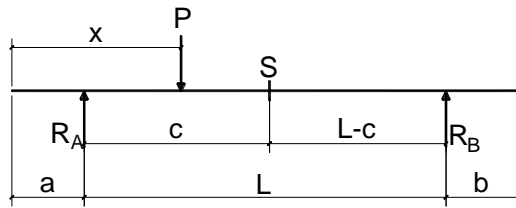


Procedimentos para Análise de Linha de Influência em Viga Biapoiada

Apresenta-se a seguir um dos procedimentos utilizados para se construir uma linha de influência de um efeito elástico (E) numa determinada seção S de uma viga biapoiada, o qual será posteriormente estendido para o estudo da LI de treliças isostáticas biapoiadas.

Assim, seja uma carga móvel vertical P deslocando-se sobre a viga AB mostrada na Figura 3, e x a posição desta carga. R_A e R_B são as reações nos apoios A e B decorrentes da carga P naquela posição.

Figura 3- Carga P, móvel, sobre uma viga bi-apoiada com duplo balanço



Linhas de Influência para Reações de Apoio

Fazendo $\sum MA = 0 \rightarrow$

$$R_B \cdot L = P(x-a) \therefore R_B = \frac{P(x-a)}{L}.$$

Para $P=1$, obtém-se:

$$R_B = \frac{(x-a)}{L} \quad (1)$$

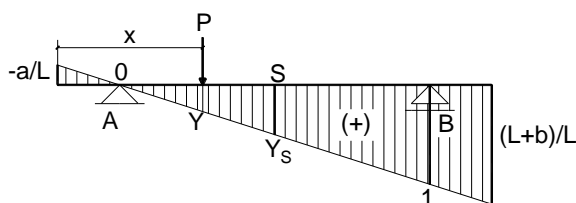
Esta equação de primeiro grau representa a LI da reação no apoio B quando a carga encontra-se em x . Notar que a LI de R_B é adimensional.

Atribuindo-se valores para x , determinam-se os respectivos valores de R_B :

- $x=a \therefore R_B = 0$ (carga sobre o apoio A)
- $x=L+a \therefore R_B = \frac{L+a-a}{L} \Rightarrow R_B = 1$ (carga sobre o apoio B)
- $x = 0 \Rightarrow R_B = \frac{-a}{L}$ (carga na extremidade do balanço esquerdo)
- $x = a + L + b \therefore R_B = \frac{a + L + b - a}{L}$
- $\therefore R_B = \frac{L+b}{L} > 1$ (carga na extremidade do balanço direito)

Assim, a LI da reação vertical no apoio B pode ser observada na Figura 4.

Figura 4 - Linha de influência de R_B

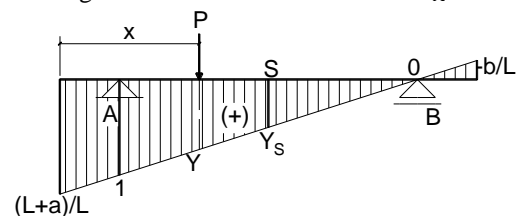


A ordenada Y_S representa o valor da reação de apoio R_B quando a carga móvel unitária estiver sobre a seção S.

Resumindo, pode-se concluir que as linhas de influência das reações de apoio de uma viga bi-apoiada são lineares e têm valor unitário no apoio analisado, e zero no

Analogamente, obtém-se a LI de R_A , ilustrada na Figura 5.

Figura 5 - Linha de influência de R_A



outro apoio, prolongando-se a reta até as extremidades dos balanços, se existirem.

Linha de Influência de Esforço Cortante

Seja o esquema de carregamento unitário da Figura 4. A LI do esforço cortante na seção S (V_S) pode ser obtida a partir das linhas de influência de R_A e R_B .

Assumindo V_S positivo nas Figuras 6 e 7, que representam os cortes à direita e à esquerda da viga da Figura 3, e chamando as reações de R_A e R_B .

Figura 6 - Esforço cortante positivo na seção S para $x < a+c$

Para carga à esquerda de S, o equilíbrio de forças verticais da parte à

$$\sum F_v = 0 \therefore V_s + R_B = 0 \therefore$$

$$V_s = -R_B = -\frac{(x-a)}{L} \quad (2)$$

Para carga à direita de S, o equilíbrio de forças verticais, da parte à esquerda de S, assumindo V_S positivo como na Figura 6, tem-se:

$$\sum F_v = 0 \therefore R_A - V_s = 0 \therefore$$

$$V_s = R_A = \frac{(L+a-x)}{L} \quad (3)$$

Assim, a LI do esforço cortante na seção S pode ser observada na Figura 8, notando-se que a “distância” entre as duas retas paralelas é a unidade.

Figura 8 - Linha de influência do esforço cortante na seção S

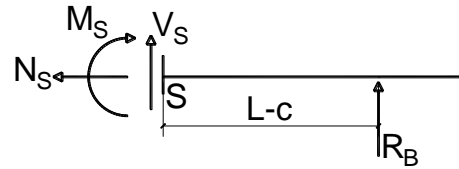
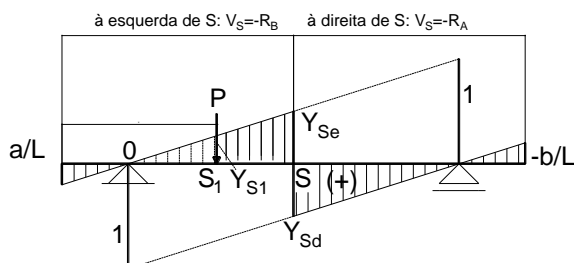
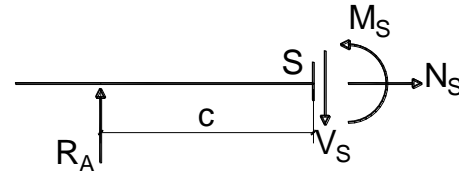


Figura 7 - Esforço cortante positivo na seção S para $x > a+c$



direita de S, assumindo V_S positivo como na Figura 6, tem-se:

A ordenada Y_{S1} representa o valor da força cortante na seção S, quando a carga unitária estiver na seção S1.

Linha de Influência de Momento Fletor

Para carga à esquerda de S, o equilíbrio de momento da parte à direita de S, assumindo M_S positivo na Figura 6, tem-se:

$$\sum M_s = 0 \therefore M_s = R_B \cdot (L-c)$$

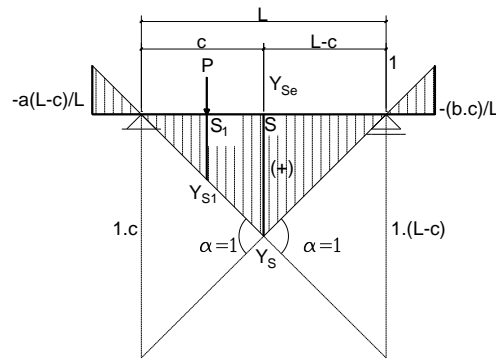
$$(4)$$

Para carga à direita de S, o equilíbrio de momento da parte à esquerda de S, assumindo M_S positivo na Figura 52, tem-se:

$$M_s = 0 \therefore M_s = R_A \cdot c \quad (5)$$

Assim, a LI de momento fletor na seção S pode ser representada como na Figura 9.

Figura 9 - Linha de influência de momento fletor na seção S



A ordenada Y_{S1} representa o valor do momento fletor na seção S quando a carga unitária móvel estiver sobre a seção S1.

Neste caso, os valores de M_S não são adimensionais, pois foram obtidos do produto de R_A ou R_B por uma distância c ou $(L-c)$, tendo, portanto, a dimensão de comprimento. As ordenadas positivas, embora usualmente sejam cotadas embaixo, podem ser marcadas de qualquer lado desde que se indique o sinal. Notar

que o ângulo α , entre as duas retas, é unitário.

Efeito do Carregamento Unitário Indireto sobre a Li

No caso de a estrutura ser carregada indiretamente, algumas modificações devem ser introduzidas no procedimento visto anteriormente, conforme observa Süsskind (1983), supõe-se:

Supõe-se traçada a linha de influência de determinado efeito E [em uma seção S], e que o carregamento seja direto sobre a estrutura. Caso o carregamento seja indireto, estando a carga unitária na posição indicada na [Figura 10], ela chegará à estrutura através dos pontos E e D, segundo as parcelas $(a-e)/a$ em E, e e/a em D. O efeito E provocado pela carga unitária valerá, então:

$$E = \frac{a-e}{a} \eta_e + \frac{e}{a} \eta_d$$

Sendo η a ordenada genérica da linha de influência. Levando em conta o carregamento indireto, ela será definida por:

$$1.\eta = \frac{a-e}{a} \eta_e + \frac{e}{a} \eta_d$$

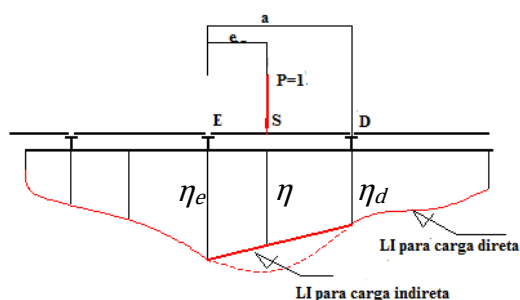
Que representa a equação de uma linha reta (função linear de e). [Calculam-se] 2 pontos de passagem para definir esta reta:

Para $e=0$, tem-se $\eta=\eta_e$

Para $e=a$, tem-se $\eta=\eta_d$

[Pode-se], então, concluir imediatamente que para [traçar] a linha de influência de um efeito elástico E [em uma seção S], levando em conta o fato de o carregamento ser indireto, [traça-se] inicialmente a linha de influência supondo o carregamento direto e, ligando suas ordenadas nos pontos de transmissão de cargas por segmento de reta, [obtem-se] a linha de influência desejada

Figura 10 - Linhas de influência para carga indireta.



Procedimentos para Análise de uma Treliça Pratt Biapoiada com Barras Secundárias

Conforme MacCormac (2009), o procedimento usado na determinação das linhas de influência para vigas treliçadas está intimamente relacionado com aquele empregado para as vigas. Um método utilizado para o cálculo de esforços nas barras dos banzos de uma treliça consiste em passar uma seção imaginária através da treliça, cortar a barra em questão e calcular os momentos na intersecção das outras

barras cortadas pela seção. Assim, a força resultante na barra é igual ao momento dividido pelo braço de alavanca. Portanto, a linha de influência de uma barra do banzo tem o mesmo formato de uma linha de influência de momento no ponto onde os momentos foram calculados. De outro lado, os esforços nas diagonais das treliças podem ser obtidos com base no esforço cortante em cada painel da treliça. Quanto aos esforços nos montantes, os mesmos podem ser obtidos através do emprego das Equações Fundamentais da Estática, pelo denominado equilíbrio dos nós.

Linhas de Influência de Reações de Apoio

Cabe salientar que no caso das treliças, onde as cargas são, por hipótese, aplicadas apenas em seus nós, o efeito do carregamento móvel chega nesses pontos indiretamente, através de elementos

estruturais secundários, tais como as vigas transversinas.

Assim, considere-se a treliça *Pratt* da Figura 11, com as cargas aplicadas indiretamente aos nós do banzo superior.

Figura 11 – treliça principal.

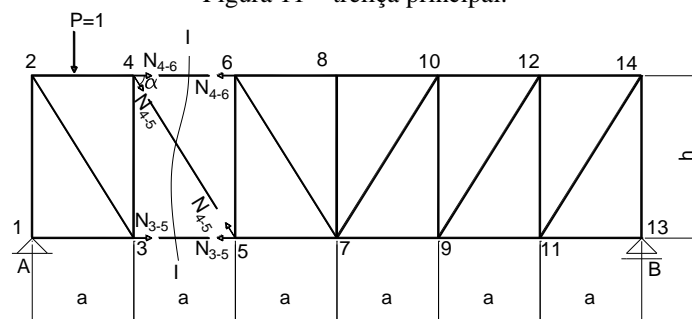
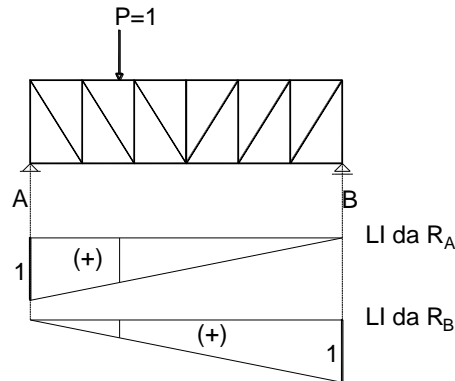


Figura 12 - Carga unitária P móvel, aplicada indiretamente no banzo superior.



Linhas de Influência de Esforços Normais nas Barras da Treliça

Para carga unitária à esquerda do nó 4 (Figura 11), do equilíbrio da parte à

$$\sum M_{\text{nó } 5} = 0 \Rightarrow N_{4-6} = -R_B \cdot \frac{4.a}{h}; \sum F_v = 0 \Rightarrow N_{4-5} = \frac{-R_B}{\text{sen}\alpha} \text{ e } \sum M_{\text{nó } 4} = 0 \Rightarrow N_{3-5} = R_B \cdot \frac{5.a}{h} \quad (6)$$

Para carga unitária à direita do nó 6 (Figura 11), do equilíbrio da parte à esquerda do nó 4, obtém-se as LIs de N_{4-6} , N_{4-5} e N_{3-5} (válidas à direita do nó 6) em função da LI de R_A , como segue:

$$\sum M_{\text{nó } 5} = 0 \Rightarrow N_{4-6} = -R_A \cdot \frac{2.a}{h} \quad (7)$$

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow N_{4-5} = \frac{R_A}{\text{sen}\alpha} \quad (8)$$

$$\sum M_{\text{nó } 4} = 0 \Rightarrow N_{3-5} = R_A \cdot \frac{a}{h} \quad (9)$$

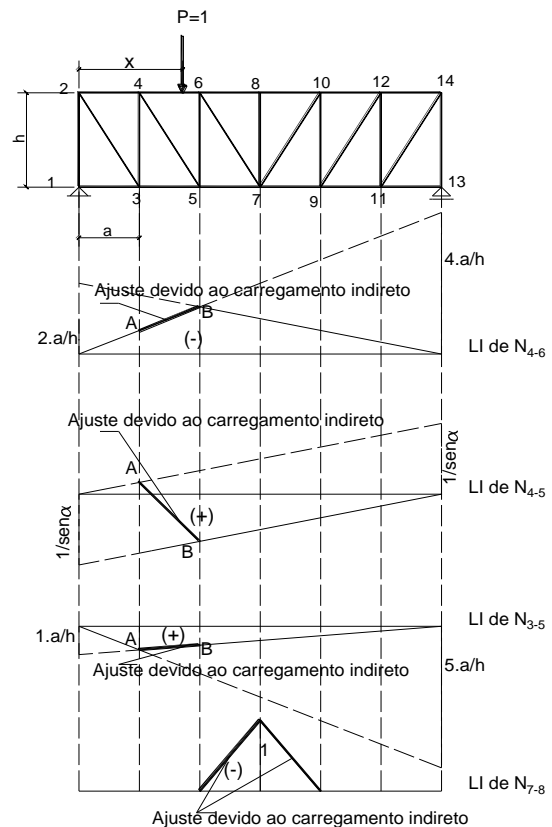
No trecho entre os nós 4 e 6, a carga unitária é transmitida indiretamente, por meio das reações de apoio de uma viga simplesmente apoiada (LIs lineares), e apresenta-se como um segmento de reta unindo os pontos A e B das correspondentes LIs.

Para carga unitária à esquerda do nó 6 (Figura 11), ou à direita do nó 10, o esforço na barra 7-8 será nulo. Já para carga unitária sobre o nó 8, o esforço na barra 7-8 será unitário de compressão. O ajuste, devido ao carregamento indireto, entre os nós 6 e 8 e os nós 8 e 10, completam a LI de N_{7-8} .

direita do nó 6, obtém-se as LIs de N_{4-6} , N_{4-5} e N_{3-5} (válidas à esquerda do nó 4) em função da LI de R_B , como segue:

Na Figura 13 observa-se as linhas de influência de N_{4-6} , N_{4-5} , N_{3-5} e N_{7-8} .

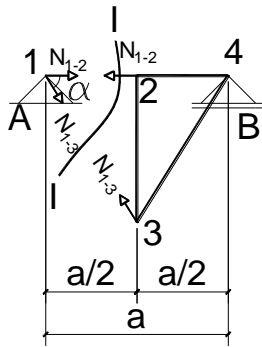
Figura 13 – LI de N_{4-6} , N_{4-5} , N_{3-5} e N_{7-8}



Linhas de Influência de Esforços Normais nas Barras da Treliça Elementar

Para a treliça elementar da Figura 14, de forma análoga, obtêm-se as linhas de influência de suas barras.

Figura 14 – Treliça elementar.



Para carga unitária sobre os nós 1 ou 4 (Figura 14) o esforço na barra 2-3 será nulo. Já para carga unitária sobre o nó 2, o esforço na barra 2-3 será unitário de compressão. O ajuste, devido ao carregamento indireto, completa a LI de N_{2-3} .

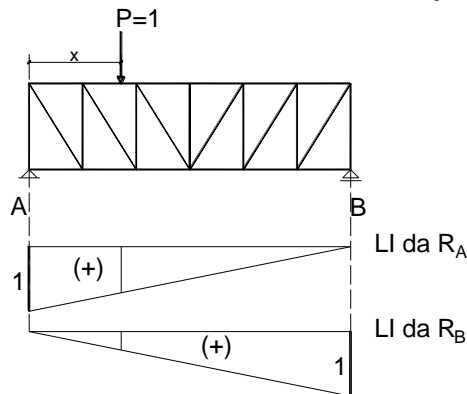
Considerando-se a carga unitária posicionada à direita do nó 2 (Figura 14), do equilíbrio da parte à esquerda desse nó obtêm-se as LIs de N_{1-2} e N_{1-3} (válidas à direita do nó 2) em função da LI de R_A , como segue:

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow N_{1-3} = \frac{R_A}{\sin \alpha} \text{ e } \sum F_h = 0 \Rightarrow N_{1-2} = \frac{-R_A}{\tan \alpha} \quad (10)$$

No trecho entre os nós 1 e 2, a carga unitária é transmitida indiretamente, por meio das reações de apoio de uma viga simplesmente apoiada (LIs lineares), e

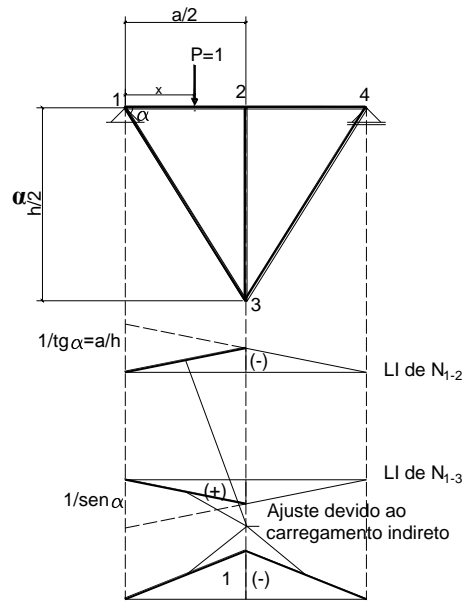
apresenta-se como um segmento de reta unindo os pontos A e B das correspondentes LIs. A Figura 15 ilustra as linhas de influência de R_A e R_B .

Figura 15 - Linha de influência de R_A e R_B da treliça elementar.



A Figura 16 ilustra as linhas de influência de N_{1-2} , N_{1-3} e N_{2-3} .

Figura 16 - Linha de influência de N_{1-2} , N_{1-3} e N_{2-3} da treliça elementar.



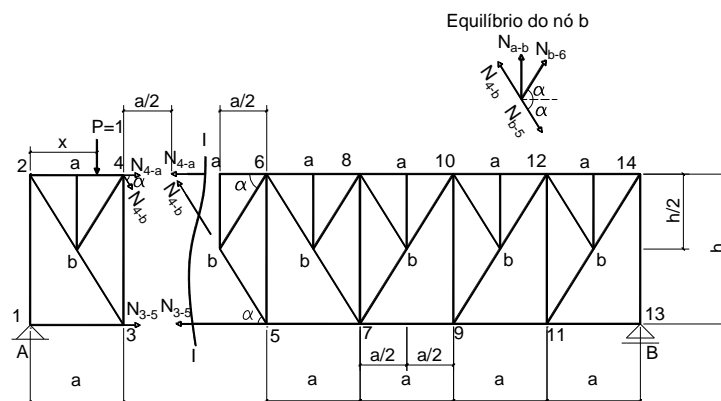
Linhas de Influência de Esforços Normais nas Barras da Treliça Completa

Ao se adicionar barras secundárias, em um dos módulos de uma treliça Pratt, como se apresenta na Figura 17, tudo se passa como se fosse superposta uma treliça elementar naquele módulo.

As LIs de N_{4-a} , N_{4-b} e N_{3-5} (Figura 17), obtidas por equilíbrio análogo ao da

treliça Pratt (Figura 11), fornecem equações idênticas às das Equação 7, 8 e 9, respectivamente, mas com validade à esquerda do nó 4 e à direita do nó “a” (Figura 17). Assim, as LIs de N_{4-a} , N_{4-b} (Figura 17) corresponderão às da treliça principal (Figura 11) com a superposição da treliça elementar (Figura 14). Já a LI de N_{3-5} não é afetada pelas barras secundárias (que não se superpõem a ela).

Figura 17 – Treliça elementar adicionada à principal.



A LI de N_{a-b} (Figura 17) é análoga à do montante 7-8 (Figura 11). Do equilíbrio do nó “b” (Figura 17), na direção perpendicular a barra 4-5, percebe-se que a

LI de N_{b-6} depende exclusivamente da existência de N_{a-b} e, portanto, será idêntica a LI de N_{3-4} (simétrica a N_{1-3}) da treliça elementar apresentada na Figura 14.

Do equilíbrio horizontal do nó “b” (Figura 17), obtém-se:

$$\sum F_h = 0 \Rightarrow N_{b-5} = N_{4-b} - N_{b-6} \quad (11)$$

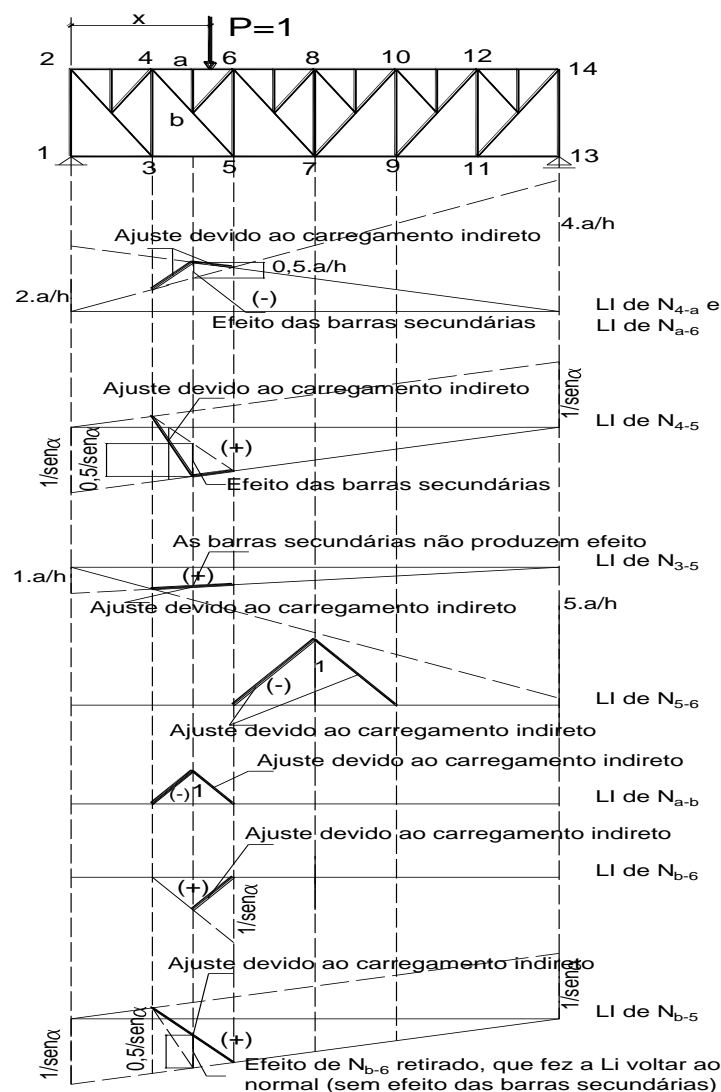
Portanto, com a retirada da LI de N_{b-6} da LI de N_{4-b} , obtém-se a LI de N_{b-5} (Figura 17) que corresponde a LI de N_{4-5} (Figura 11) da treliça sem as barras secundárias. Este fato era esperado, pois a esta barra não se superpõe outra barra como nos casos das barras 4-a, a-6 e 4-b (Figura 17), que tiveram suas LIs alteradas.

A colocação de barras secundárias, como se avaliou aqui, corresponde a utilizar uma treliça elementar (Figura 14) para se distribuir as cargas aos nós de apoio da treliça principal (Figura 11).

Entretanto, a construção em conjunto (algumas barras pertencem simultaneamente às duas treliças) faz com que as LIs, fora do trecho sob a treliça elementar, sejam iguais às da treliça principal e, sob este trecho, seja a superposição, para cada barra em comum, das LI da treliça principal e da treliça elementar. Caso a barra não pertença a uma das treliças, sua LI será igual à da treliça a que pertence.

Na Figura 18 mostram-se as linhas de influência das seguintes barras da treliça completa: N_{4-a} , N_{a-6} , N_{4-b} , N_{3-5} , N_{a-b} , N_{b-6} e N_{b-5} .

Figura 18 – Linhas de influência de algumas barras da treliça completa

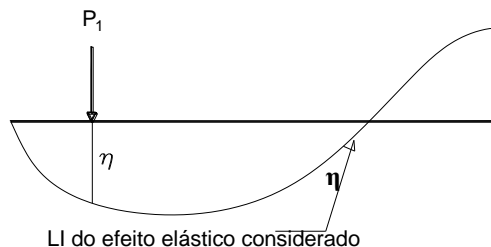


Obtenção de um Efeito Elástico a Partir de sua Li

Considerando-se aplicável, *in casu*, o princípio da superposição dos efeitos, um efeito elástico qualquer pode ser obtido a partir de sua LI, considerando-se o tipo de carregamento como segue.

No caso de uma carga concentrada, o efeito é o produto da carga pela correspondente ordenada da LI, conforme se observa na Figura 19.

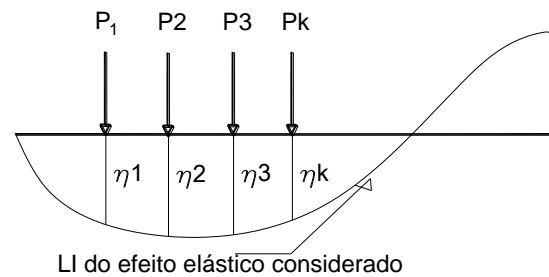
Figura 19 - Efeito decorrente de uma carga concentrada.



Uma carga concentrada: $E_s = P \cdot \eta$

No caso de várias cargas concentradas, o efeito é a somatória do produto de cada uma das cargas pela respectiva ordenada da linha de influência, conforme ilustrado na Figura 20.

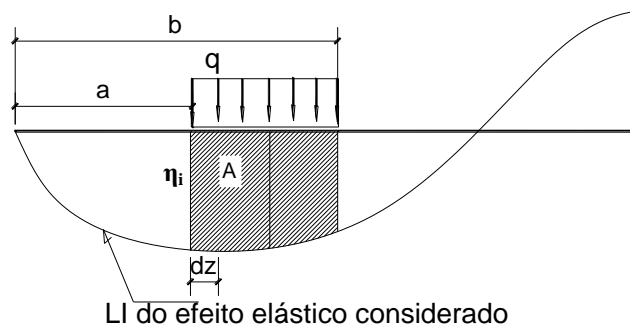
Figura 20 - Efeito elástico decorrente de várias cargas concentradas.



Várias cargas concentradas: $E_s = \sum_{i=1}^k P_i \cdot \eta_i$

Em sendo distribuída a carga, o efeito será o produto desta pela área sob o diagrama da linha de influência, conforme Figura 21.

Figura 21 - Efeito elástico decorrente de carga distribuída.



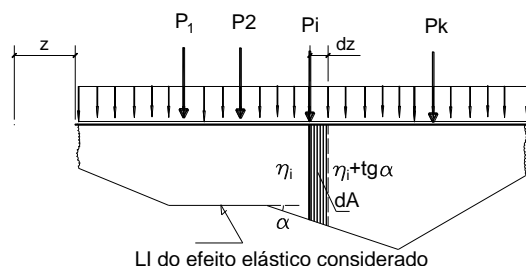
Carga distribuída: $E_s = \int_a^b q \cdot \eta_i \cdot dz = q \cdot \int_a^b \eta_i \cdot dz = q \cdot A$

Pesquisa dos Valores Máximos em Linha de Influência com Ponto Angular.

Em linhas de influência com ponto angular, como é o caso das estruturas isostáticas, Moreira (1964) afirma que o

máximo do efeito elástico ocorrerá para uma das cargas sobre o ponto angular.

Figura 22 - Pesquisa do valor máximo de um efeito elástico. Fonte: SÜSSEKIND (1983), adaptada.



Süssekind (1983) cita o seguinte teorema geral sobre a pesquisa dos máximos valores de um determinado efeito:

Ocorrerá um efeito máximo quando uma das cargas concentradas do trem-tipo estiver sobre um dos pontos angulosos da linha de influência em questão.

Considerando a Figura 22, Süssekind (1983) demonstra o teorema como segue:

Dando-se um acréscimo dz à variável independente z , a variável dependente E sofrerá o seguinte acréscimo dE :

$$dE = (E + dE) - E = [P_i(\eta_i + dz \cdot \operatorname{tg} \alpha_i) + qdA] - (P_i \eta_i + qdA) = dz \cdot P_i \operatorname{tg} \alpha_i \quad (12)$$

$$\text{Portanto, } \frac{dE}{dz} = P_i \operatorname{tg} \alpha_i \quad (13)$$

Impondo a condição de máximo:

$$\bullet \text{ antes do máximo: } \sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i > 0 \quad (14)$$

$$\bullet \text{ depois do máximo: } \sum P_i \operatorname{tg} \alpha_i < 0 \quad (15)$$

Como os valores de P_i são constantes, deve haver uma mudança em α_i que satisfaça as desigualdades anteriores.

Logo, o máximo ocorrerá quando uma das cargas concentradas estiver sobre um dos pontos angulosos da linha de influência. Conclusões

Embora as barras secundárias de uma viga treliçada biapoiada tipo Pratt constituam um complicador na determinação das linhas de influência de efeitos pesquisados, exigindo especial atenção do projetista, o roteiro apresentado neste trabalho fornece procedimentos que facilmente conduzem às soluções desejadas de modo claro e seguro.

Desse modo, espera-se ter contribuído não apenas no âmbito acadêmico, mas também no profissional,

com aqueles que atuam na área de projeto estrutural de pontes.

AGRADECIMENTOS

Agradece-se ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Edificações e Ambiental da Universidade Federal de Mato Grosso - PPGEEA pela oportunidade de desenvolver o mestrado e pelas condições oferecidas à produção deste artigo.

REFERÊNCIAS

LOGSDON, Norman Barros. **Contribuição ao estudo das pontes de madeira**. Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo para obtenção

do título de mestre. São Carlos, 1982.

MCCORMAC, Jack C. **Análise Estrutural:** usando métodos clássicos e métodos matriciais. Editora LTC, 4ª edição. Rio de Janeiro, 2009.

MOREIRA, Leopoldo de Castro. **Isostática**, parte 2. Notas de aula. Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ. Rio de Janeiro, 1964.

SÜSSEKIND, José Carlos. **Curso de Análise Estrutural-** Estruturas Isostáticas, volume I. Editora Globo, 6a edição. Rio de Janeiro, 1983.