O Que é um Texto? (Parte 1)[1]

What is a Text? (Part 1)

Michael Otte[2]

Resumo

O que é um texto? À primeira vista, esta pergunta pode parecer curiosa para alguns. Afinal de contas, aqui nós nos preocupamos com livros didáticos de Matemática, e isso deixa parecer que uma pessoa sabe o que é um texto matemático em um livro didático. Mas, mesmo sendo o mais importante "instrumento" do ensino na matemática como nas outras disciplinas, o livro parece um desconhecido. Poucos livros didáticos são configurados de acordo com normas cientificas. Os maiores problemas resultam do fato que quase ninguém percebe que precisamos de tipos diferentes de textos para tarefas variadas e que mesmo assim o texto não pode nem substituir o diálogo vivo nem ser excluído ou ignorado do ensino, pois os alunos precisam tanto da comunicação viva como da oportunidade de refletir individualmente sobre o conhecimento.

Palavras-chave: Semiótica do texto. Ensino matemático. Teoria da complementaridade.

Abstract

What is a text? At first glance, this question may seem curious to some. After all, we are concerned with mathematics textbooks for school here, and it would seem that one knows what a text in a mathematical textbook is. But even though textbooks remain to be the most important "instruments" of teaching few of them seem designed by scientific insights or standards. The greatest problems result from the ignorance that different types of goals require different types of texts. Texts could neither substitute personal communication nor could they be excluded from classrooms. The students need as much the living example of knowledge, as they must have opportunity of constructive rumination on their own, individually.

Keywords: Text semiotics. Mathematical education. The concept of complementarity.

1 Esse artigo foi originalmente publicado em *Perspectives on Mathematics Education*. D. Reidel Publishing Company, 1986, com o título What is a Text? Por razões de limites de páginas, atendendo aos critérios da Política editorial da Revista de Educação Pública, o texto em questão foi dividido em: Parte 1 e Parte 2. Esta última será apresentada no número 36 – jan./abr. 2009, deste periódico.

2 Doutor em Matemática pela Universitat Munster (Westfalische-Wilhelms), Alemanha (1972). Professor Emérito do Instituto de Didática da Matemática da Universidade de Bielefeld – Alemanha e Professor Visitante do Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso. Endereço: Av. Fernando Corrêa da Costa, s/n. Coxipó, Cuiabá-MT, Brasil. E-Mail <michaelontra@aol.com>.

1 Introdução

O que é um texto? À primeira vista, esta pergunta pode parecer curiosa para alguns. Afinal de contas, aqui nós nos preocupamos com livros didáticos de Matemática, e isso deixa parecer que uma pessoa sabe o que é um texto matemático em um livro didático. Nossas relações para com um objeto, um campo de objetos, ou uma realidade não são determinadas apenas por estas realidades, e elas não são determinadas de uma forma direta, mas indiretamente, através das idéias e conceitos que delas formamos.

Um texto poderia ser concebido, como na meta-matemática, como um conjunto ou sucessão de expressões que se compõem de um determinado alfabeto. Lendo, começariam por estabelecer a identidade ou a distinção entre duas expressões. Tais atos são semelhantes à mera percepção sensorial. A resposta para nossa questão inicial dependeria agora do problema de como se trabalha com a percepção. Por um lado, isso significa um passo adiante, mas, por outro lado, nós agora somos confrontados com uma situação semelhante àquela que provocou nossa pergunta inicial. Entre outras coisas, Neisser (1976) estabeleceu um estudo influente, baseado em princípios e implicações da psicologia cognitiva, no esquema de percepção visual, descrito em figura 1:

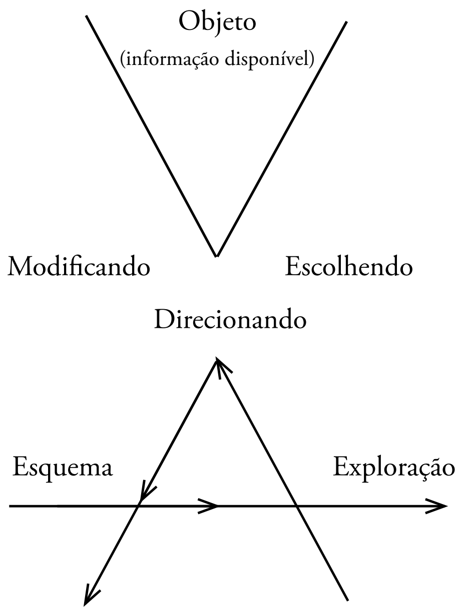


Figura 1

A meu ver, as estruturas cognitivas cruciais para a visão são o esquema antecipado que prepara a percepção para aceitar certos tipos de informação, ao invés de outras, controlando, assim, a atividade de olhar. Olhar significa interpretar, ou seja, a realidade é concebida como fosse um texto. Uma vez que só podemos ver aquilo que sabemos procurar, esse esquema (junto com a informação realmente disponível) é que determina o que será percebido. A percepção realmente é um processo construtivo, mas o que é construído não é uma imagem mental que aparece na consciência, onde é admirada no interior do homem. Mas, mesmo a percepção sendo uma construção, as condições dessa construção são dadas pelo ambiente e pelas experiências da pessoa. A percepção, dessa maneira, fornece uma hipótese sobre o que a gente está vendo, e esta hipótese tem de ser testada novamente, por não se entender uma palavra ou uma frase isolada, mas no contexto.

É significativo que os autores de monografias alemãs sobre compreensão textual mais recentes e provavelmente mais conhecidos, adotaram este esquema com as modificações apropriadas:

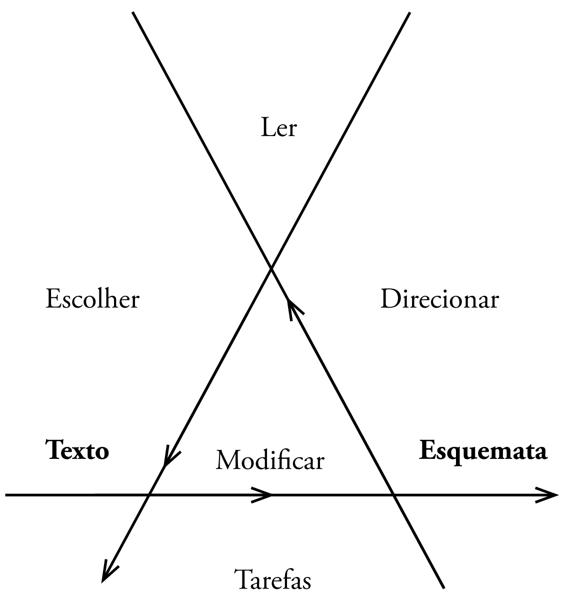


Figura 2

A interação entre leitor e texto também pode ser representada pelo ciclo de desenvolvimento cognitivo de Neisser (1976) (veja figura 2):

> As atividades de leitura são direcionadas pelo conhecimento anterior, ou seja, pelos esquemas desse conhecimento e pelas tarefas ou interesses do leitor. O texto representa uma oferta informacional do que o leitor escolhe que lhe interesse e que ele reorganiza de acordo com seus interesses. Toda aprendizagem mediante do texto resulta numa modificação dos esquemas. Este círculo chama se círculo hermenêutico. (cf. BALLSTAEDT et al., 1981, p. 18).

O texto foi levado à posição do objeto. Ambos são, na verdade, signos, pois um objeto desprovido de significado para as pessoas, não é percebido. Uma visão que considera inteiramente o texto como objeto da atividade é unilateral, visto que conhecimentos prévios também contêm conhecimentos prévios sobre textos e estratégias para apreender através deles, e texto também toma, em outro sentido, a posição de conhecimento, guiando as atividades do leitor, assim como um esquema: um texto pode ser capturado primeiro no seu sentido estritamente literal, como deve! Afinal de contas, é produzido por um ser humano, com a finalidade de comunicação, isto é o mínimo no qual suas funções exploratórias e possibilidades são baseadas.

Da mesma maneira, percepção não é determinada pelo esquema subjetivo, mas pela atividade que é mediada por esse esquema e dirigida para o objeto, e essa atividade contém elementos receptivos, como também elementos construtivos. A atividade humana é a noção central para entender o 'ciclo perceptivo'.

Agora, o 'círculo hermenêutico, como um modelo epistemológico', pode deixar de ser analisado no processo de percepção, como percepção visual, e, como uma regra, trabalhará automaticamente. Porém, se a pessoa está interessada no problema de como a sensação visual é gerada, ela é conduzida inevitavelmente para 'idéias de complementaridade', isto é, pela tentativa de caracterizar as particularidades dessa 'unidade genética inicial', que ambos efetuam à simultaneidade da sucessão temporal em uma imagem de espaço e, reciprocamente, à transformação necessária de espaço em tempo (a capacidade para percepção imediatamente simultânea está muito limitada) (cf. também PATTEE, 1979, p. 14).

Algo adicional acontece ao ler e interpretar textos, especialmente textos em livros didáticos de Matemática. Ler não é uma interação entre texto como um esquema subjetivo, e texto como uma estrutura objetivamente determinada por informação que resiste como um problema permanente a não ser resolvido de uma vez por todas. Porém, isso requer que o livro didático não seja concebido como um registro de lição escrita, e que, ao manipular o texto, ele não seja pensado como mera reação dos estímulos apresentados, mas sim introduzido na sala de aula como um objeto independente de atividade. Aqueles textos de manipulação são especialmente introduzidos e treinados. Só então os textos se tornarão ferramentas exploratórias, em vez de permanecer como meras camisas-de-força. Textos também têm que desenvolver um real meio de comunicação e cognição por parte do aluno.

A primeira resposta para nossa questão sobre "que é um texto" define-o com uma função comunicativa. "Na antinomia de Saussure da linguagem e comunicação, o texto sempre fará parte da comunicação." (LOTMAN). Neste sentido, o texto pode consistir de uma única palavra.

De acordo com essa função, que entende o texto como processo, o conceito de contexto é fundamental. Palavras e textos não têm sentido fora do contexto, isto é certo. Numa outra publicação nossa (KEITEL et al., 1980), um experimento de Olson, que representa essa concepção de significado, foi analisada de modo exemplar. O resultado da análise foi o de que a <u>atividade</u> do homem (múltiplo) é o contexto mais importante da leitura e da aprendizagem, pois muitas vezes são necessárias múltiplas atividades para determinar uma informação. Lembre-se da importância de números, cores e outros descritores para a comunicação.

Porém, a atividade cognitiva é concebida não como um mero processo, mas como um sistema baseado em uma hierarquia de meios (ferramenta, modelos, sistemas de símbolo etc.) e restringido pelos esquemas de antecipação. De acordo com essa respectiva de concepção de atividade humana, a instrumentalização de textos insinua (possivelmente extenso) 'subjetivações', no sentido cognitivo do esquema-orientado psicologicamente mencionado (onde a percepção tinha sido bem caracterizada como atividade).

Em todo caso, conceber o texto a partir de uma função comunicativa conduzirá aos contextos que tendem a ser cada vez mais extensos (o contexto psicológico, o contexto educacional, o contexto social, o contexto histórico etc.), e que restringem muito a mensagem esperada. Concentrando no texto as potencialidades produtivas oferecidas, corre-se o risco de perder a visão, porque tipos de interpretação ou expressão dominam e subjugam o conteúdo ou o significado.

A idéia de textos como processos ou funções deve, necessariamente, perder sua validade frente a uma coisa nova e inesperada de conteúdo ou informação. Outra desvantagem mais séria é que o conceito de texto, como signo que determina sua interpretação, está perdido. A pergunta é: se o texto ou o leitor é a fonte da interpretação, o foco de aquecido e controverso debate em teoria literária, durante as últimas décadas, finalmente conduziu, nas mentes de alguns dos discutidores, à idéia de que é o leitor (e não o autor) é quem cria o significado, e como isso deve parecer curioso, é reivindicado que conhecer e significar são mais subjetivos na sua totalidade (cf. FISH, 1980, p. 359-61). Eu penso, porém, que o texto só pode servir como uma função comunicativa, uma vez que o leitor acredita na existência de seu significado 'objetivo', ou seja, se ele entende o texto como um signo.

A identificação do texto com uma função (comunicativa) conduz a uma teoria psicológica de significar. Insistindo na pergunta: "o que o autor realmente faz para significar?", como vimos na conclusão anterior, não tem mais nenhum mérito, já que a idéia é de que o leitor é a fonte do significado, que está baseada na mesma concepção psicológica de significar. Como observa Hirsch:

> Nem mesmo o autor pode reproduzir seu significado original porque nada pode trazer a experiência de seu significado original. Mas como sugeri, a impossibilidade de reproduzir a experiência não é igual a impossibilidade de reproduzir o significado. A identificação psicológica do significado textual com uma experiência mental do autor é inadmissível. (HIRSCH, E. D. 1967, p. 16).

Agora, psicologismo e formalismo (lógico) são os dois lados de uma mesma moeda, em epistemologia Matemática, bem como em educação Matemática. A noção de objetividade do texto, como determinável somente por sua estrutura externa, é muito comum. Em pedagogia essa concepção de texto é bastante proeminente. Contrastando processo versus estrutura, que caracteriza o ensinar como processual e o livro didático como estrutural, aparece como uma confrontação fundamental em muitos lugares dentro da didática.

Comunicação é oposta à atividade criativa, representação à linguagem, ao aprendizado, ao conhecimento e experiência direta à informação, mediada por textos. Concepções educacionais orientaram a respeito do processo a partir da suposição básica de que aprendendo, em particular para 'vida, depois da escola', será mais direto tanto quanto for mais 'dirigida' a experiência. Essa suposição básica, no entanto, é incrivelmente semelhante àquela que governou a velha escola, adestrando e oprimindo: o assunto, isto é, as habilidades, lembrem-se como elas eram ensinadas. O aluno só aprendeu repetindo quase automaticamente atividades ensinadas e treinadas. Quer dizer, um processo puro que não tem nenhum conhecimento. Para preservar sua identidade como um processo, deve ser muito seletivo e sem reflexão. O aluno tem de, mecanicamente, lembrar os passos a serem tomados para alcançar a tarefa posta.

A orientação pura sobre o processo, conseqüentemente, assume que tudo é justo como se apresenta e é então conhecido assim que fique evidente. Saber, nada mais é que a capacidade de reprodução idêntica. Até mesmo pintando ou fotografando não existe nenhuma tal coisa com uma semelhança puramente objetiva. Só onde o 'o artista tem que copiar um produto humano ele pode... produzir um fax que é indistinguível do original' (GOMBRICH). Cada interpretação do mundo ou de um texto tem elementos metafóricos e entender uma metáfora exige bastante criatividade do leitor.

A reprodução fiel, mecânica e semelhante de um entendimento da Matemática como um sistema formal. P significa P! Esta é denominada proposição de imediação para sistemas formais (cf. KEITEL et al. 1980, p. 176). Nessa base, Hilbert chamou a lógica formal de auto-evidente. "O problema de lógica é muito direto: como uma proposição pode declarar algo sobre si mesmo?" O ponto de partida para este problema é a suposição de que uma proposição implica si mesmo. "Se eu digo 'p é verdade', isso implica que 'p é verdade.'" (CHURCHMAN, 1973, p. 126-131). Este ponto de partida caracteriza a compreensão literal do texto.

Mas isso sozinho não pode nos ajudar a aprender algo radicalmente novo sobre o mundo externo; não mais do que podem computação ou análise lógica, sozinhas. Sem esses mecanismos e esquemas e sem estruturas como textos, nós nunca conseguiríamos dominar o fluxo da experiência. No mundo fenomenológico, tudo parece semelhante com tudo e o sujeito está vendo só metáforas. Nós não saberíamos como distinguir nem o que sabemos do que não sabemos e, então, não saberíamos nada. Mesmo a mera percepção ganha muito em precisão pelos conceitos apropriados que ajudam a distinguir as coisas. Os matemáticos sempre valorizaram os números, nesse sentido. Por isso dizemos que não existe significado sem contexto, lembrando que a própria atividade é, por si só, um contexto importante, em vez de pensar em contextos empíricos.

Assim, o texto como função comunicativa ou interpretação subjetiva, *v.* texto como estrutura materializada puramente objetiva, representa dois aspectos da cognição que não podem ser reunidos convenientemente no momento, são complementares.

2 Textos do ponto de vista da complementaridade

2.1 Textos não contêm o todo da realidade

O pré-requisito mais importante para conhecer e aprender é ter a experiência simultânea do conhecimento e de seu uso, sua aplicação. Principalmente falando, esta experiência simultânea de estrutura e processo é abastecida pela cooperação social. Mas até certo grau, o texto serve como substituto para essa cooperação. O texto representa uma cooperação cristalizada. Por exemplo, textos permitem interação entre meu ser de ontem e o meu de hoje.

É imediatamente evidente que essa interação, esta 'co-operação interna' só é determinada pelo fato de que o texto como estrutura é concretizado e delimitado no espaço, ou seja, que o texto como signo tem certa firmeza e constância. Processos subjetivos precisam da possibilidade para refletir, precisam da oportunidade de meditação construtiva, provida pelo produto fixo. Conseqüentemente, a pessoa não deveria tentar elaborar o texto como um modelo universal, ou extenso, que representa tudo, o qual, em particular, e incluído, à própria atividade do aluno. Textos são úteis pelo mesmo fato de que eles não contêm o 'total' da realidade da sala de aula. Textos desempenham uma função produtiva apenas se baseado sobre uma supressão seletiva de detalhes. A construção do texto deve ao mesmo tempo ser uma análise da realidade. Entretanto, isso só será produtivo se a distinção entre modelo e objeto, entre teoria e realidade for observada permanentemente.

E isso, novamente, exige que o holismo seja limitado e relativizado. É impossível a construção de um modelo mundial, ou uma teoria de tudo, apesar do fato de que idéias sobre o universo sempre serão efetivas no fundo de nossas mentes. Os textos abrangentes seriam conhecimento morto, vazio, sem relevância atual, e isso, apesar do fato de que um modelo mais detalhado contém potencialmente mais informação. Mas, pensar significa selecionar. Então, em vez de um nível conceitual de descrição, nós deveríamos empregar dois, que são irredutíveis um ao outro. Deixe-nos nomeá-los: estrutura textual e atividade.

2.2 Textos devem ser acompanhados por atividade

O texto, como uma estrutura, é oposto à atividade, como um contexto. Se eu descrever o texto como uma estrutura sem qualquer referência à atividade e bastante objetivamente, não pode ser entendido onde seu significado puder enganar e como algo apenas estático-material pode exercitar funções cognitivas. P=P! Se eu descrevo o texto com função, como um instrumento de atividade, ou da comunicação, todas as diferenciações de estrutura evaporarão rapidamente, serão relativizadas e ficarão virtualmente dependentes do contexto (por exemplo, dependente em intenções). Imagine que você tenha lido uma romance e alguém pediu que você contasse rapidamente do que se trata. Você daria um resumo sem muitos detalhes ou nuances de expressão.

2.3 Complementaridade

Nós podemos agora especificar um princípio de complementaridade que é útil e pertinente para nosso assunto. Inicialmente foram desenvolvidos conceitos de complementaridade em Física, porque era impossível achar uma distinção absoluta entre sujeito (e seus instrumentos) e objeto considerado. Nós encontramos essa dificuldade diretamente com relação à pergunta "o que é um texto?" Tradicionalmente, essa dificuldade foi chamada, no início do século

XIX, de o 'círculo hermenêutico'. O problema já foi antecipado nas Antinomias da razão pura de Kant. Nós apresentamos o problema por meio das descrições diferentes do texto, uma vez com uma função (comunicativa ou cognitiva) e uma vez como um objeto materializado estruturado, como uma estrutura de conhecimento materializado.

Gostaria de enfatizar que aquela complementaridade não indica um déficit, mas, ao contrário, tanto uma ajuda, como uma aproximação unilateral, sendo, nessa medida, produtiva. A realidade só é inteligível se for acessível à explicação segmentada. A parcialidade deve, então, ser relativizada a fim de ser produtiva e para se evitar circular em becos sem saída. O princípio de complementaridade leva em conta esta dupla exigência. Em particular, renderá mais até mesmo em nosso caso, ao nível de como isso 'proíbe' a forma mais comum de olhar para coisas de um modo unilateral (que corta em pedaços o subjetivo e o objetivo, por exemplo, opondo o social e o epistemológico). Nas várias descrições do texto, como uma estrutura contra o texto como uma função de atividade, não existe nenhuma omissão legítima de um dos dois pólos da relação epistemológica entre assunto e objeto, mas só um molde diferente da relação deles, respectivamente. Além disso, essa diferença não é uma pergunta de psicologia cognitiva ou de epistemologia, como em física, mas deve ser entendido, adicionalmente, como determinado pela história social.

2.4 A relação entre o conhecimento e suas representações

Nós aplicamos nossas considerações anteriores principalmente a uma questão aqui, isto é, a pergunta relativa ao papel de vários sistemas de símbolos construindo textos. Por um lado, o conhecimento está inevitavelmente ligado às representações simbólicas e os sistemas de signos ou de símbolos aparecem como indicadores visíveis dos tipos ou aspectos do conhecimento. Cada texto é um signo! Em particular, qualquer pessoa pode distinguir, pela fórmula, que um texto matemático não é, digamos, um romance. Nesse sentido, é inapropriado que professores ridicularizem a confusão dos estudantes que pensam na designação convencional das incógnitas pelas últimas letras do alfabeto x e y etc., como algo que não pode ser mudado conforme sua vontade, ficando confuso se seu valor desconhecido, de repente, for representado pela letra a. O significado de muitos signos é estabelecido pela convenção.

Por outro lado, a dinamização da relação entre conhecimento e sua representação simbólica é uma fonte básica de compreensão. Dizer a mesma coisa em outras palavras não é a mesma coisa. E a transcrição da linguagem cotidiana para a linguagem formal, das representações geométricas para símbolos algébricos, foi essencial do desenvolvimento da Matemática. Conseqüentemente, considera-se que a atividade semiótica é um problema no entendimento do texto. Por exemplo, no comportamento dos alunos chamava atenção a incapacidade de dinamizar as representações, ou seja, dizer a mesma coisa em outros termos. Mas o pensamento matemático depende muito dessa capacidade e por isso a sensibilização para a dimensão pragmática de signos é importante. Dois níveis essenciais podem ser identificados: primeiro, por ter signos e símbolos (modelos, imagens etc.) e, o segundo, por ter procedimentos (funções, transformações etc. a). A coisa essencial (como em nossa compreensão de um texto como estrutura e função) é que as conexões entre estes dois elementos são flexíveis e variáveis de acordo com o contexto (código, atividade etc.). Em ciência da computação, freqüentemente se encontra uma identificação de compreensão e significado com 'uso'. Em lógica Matemática, a situação é exatamente o oposto:

> É comum a concepção errada de se acreditar que para fazer lógica Matemática ocuparemos principalmente o pensamento formal.
>
> O ponto importante é tornar muito preciso o conceito de formal e assim poder argumentar matematicamente sobre sistemas formais. E isto acrescenta uma dimensão nova à Matemática. È verdade que estavam atraídas pela lógica Matemática pessoas porque eles tiveram uma obsessão em fazer tudo completamente explícito e absolutamente seguro até mesmo para uma inteligência mecânica. Deduções formais pareciam oferecer a solução. A habilidade de ser formal é útil para quem escreve programas de computação, mas não é tão importante na Matemática ou na lógica... (WANG, 1981, p. 16).

Na própria Matemática, a situação é dividida e precária. Porém, os pesquisadores estão mais preocupados com fazer Matemática, isto é, com a dinâmica. A perspectiva mais comum foi expressa por M. Dehn na seguinte citação: "A origem das idéias são muitas vezes obscuras, as raízes estendidas há muito tempo atrás não podem ser desembaraçadas. Mas a <u>forma</u> é sempre a propriedade de uma pessoa, aquela que é verdadeiramente individual, que acontece apenas uma vez.". Por outro lado:

> A característica essencial das proposições matemáticas são a variedade muito ampla de formulações equivalentes que elas possuem. Eu não quero dizer isto no sentido trivial de cardinalidade: é claro, toda proposição possui infinitas formulações equivalentes; o que eu quero dizer mais precisamente é que em matemática o número de formas para expressar o que parece em algum sentido ser o mesmo fato (se a proposição é verdade) enquanto aparentemente não estão falando sobre os mesmos objetos é especialmente expressivo. (cf. PUTNAN, 1975, p. 45).

Feynmann (1967, p. 50-53) apresenta três caminhos da formulação da mecânica clássica, que poderiam ser associadas aos nomes de Newton, Hamilton e Einstein, e ele alega que todas são exatamente equivalentes:

> [...] matematicamente, cada uma das três formulações são diferentes. A lei de Newton, o método de campo local e o princípio mínimo, têm exatamente as mesmas conseqüências. Então o que nós podemos fazer? Você lerá em todos os livros que nós não podemos decidir cientificamente entre um ou outro. Isso é verdade. Elas são cientificamente equivalentes. É impossível tomar uma decisão, porque não existe nenhum caminho empírico para distinguir entre eles se todas as conseqüências forem as mesmas. Mas psicologicamente eles são muito diferentes de dois modos. Em primeiro, você gosta delas filosoficamente ou não gosta deles; .... . Segundo, psicologicamente eles são diferentes porque eles são completamente incompatíveis quando você está tentando adivinhar novas leis. Uma vez que a física é incompleta, e nós estamos tentando compreender outras leis, então as formulações de diferentes possibilidades podem dar pistas sobre o que poderia acontecer em outras circunstâncias. Neste caso, elas não são mais equivalentes, psicologicamente, nos sugerindo suposições sobre novas leis numa situação mais ampla.

Mais uma vez a maior surpresa, e os resultados mais interssantes são "[...] a variedade de esquemas interpretativos, que é possível." Feynmann acrescentou às considerações acima na seguinte maneira: "Eu não entendo a razão porque as leis da física corretas parecem ser expressas em uma variedade tremenda de maneiras." (1967, p. 54-55).

Novamente essa discussão confere um resultado contrário à compreensão dos psicólogos sobre intuição e dinâmica cognitiva. Devido ao problema da comunicação, a intuição revelada concorda com essa atitude, como algo muito privado e íntimo, porque uma compreensão pessoal implícita não é incorporada na comunicação explícita. Do ponto de vista cognitivo é algo natural e comum para todo homem, que não poderia desenvolver. De ambos os pontos de vista aparecem como oposto à linguagem e a outras ferramentas do intelecto, e a diferença entre linguagem e criatividade é exageradamente enfatizada. A origem do conhecimento, por outro lado, é baseada completamente na linguagem, não lógica. Criatividade e instrução não podem, entretanto, ser concebidas na mesma perspectiva.

3 Tipos de compreensão matemáticas expressas nos textos

3.1 Considerações preliminares

Todo o texto matemático exigirá diferentes atividades. Geralmente, isso é uma grande desvantagem de nossos textos matemáticos, porque eles não refletem a multi-funcionalidade, isto é, a diversidade de aplicações textuais em uma diferenciação correspondente de suas estruturas, o que significa que eles são inutilmente sobrecarregados e super-metodizados. Eu tenho dito algo sobre este problema em outro lugar (cf. OTTE 1981, in particular p. 26-27) e proposto um esquema textual diferenciado de livros de Matemática, e em Keitel et al. (1980) nós havíamos descrito uma variedade de atividades para o tratamento de textos matemáticos. Eu não posso repetir o que foi dito lá, mas existe uma ligacão entre os tipos de compreensão e as diferentes apresentações textuais.

Nossa discussão vai se preocupar com fórmulas em textos matemáticos. O exemplo seguinte pode parecer estar situado no extremo psicológico e das possibilidades de modelos de signo:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = \ ? , \qquad 1 + 2 + \ldots + 6 = ? \qquad \sum_{i=1}^{6} i = ?$$

São modelos de signos que significam matematicamente a mesma coisa, mas não psicologicamente, como eles serão percebidos diferentemente pelo sujeito, determinam o processo de resolução de problemas de um modo diferente. A primeira representação pode ser transposta a um caminho diretamente linear. Nós temos uma ligação limitada entre os dois pólos (forma e procedimento) descritos na seção 2.4. A abreviação do signo causa uma compactação na representação, o que não é funcional para uma simples execução de procedimentos e que, no sentido de nossas observações preliminares, mostraram sua utilidade como um super-signo apenas no processo de desenvolvimento, por exemplo, quando uma fórmula aparece como parte de outra fórmula. Diagramas são delimitados por processos restritos (por exemplo, processos com uma regra interrompida) e que podem ser introduzidos como componentes dentro de outros processos. A visualização por meio de tais diagramas representa, assim, a complementaridade de estrutura e processo.

3.2 A fórmula da área

Nas representações seguintes da fórmula da área de um triângulo, queremos fornecer mais ilustrações de que os aspectos complementares não estão estritamente conectados e os sistemas simbólicos diferentes (numérico-verbal v. algébrico-gráfico) proporcionam fundamentos do caráter variável desta ligação. A fim de criar os efeitos visíveis, diferentes dos sistemas simbólicos numérico-verbal e algébrico-gráfico, deve-se considerar que a fórmula, tal como a da área dos triângulos, está sendo expressa tanto como fixando um algoritmo de cálculos, um procedimento, como um modelo, correspondendo exatamente às respostas complementares a essa questão: “O que é um texto?”. O modelo mapeará no sentido do método análogo, certas relações essenciais. Analogia significa a estrutura de relações entre partes correspondentes de um sistema (cf. POLYA, 1967, p. 52).

Portanto, a concepção da fórmula, como um modelo, conduz a métodos heurísticos muito promissores: considerações de simetria, questões de dimensionalidade, transposição metafórica, generalização matemática etc. (cf. ATIYAH, 1974; POLYA, 1967). Aquilo que é chamado “análise dimensional”, em física, fornece bons exemplos deste aspecto. Mas se a fórmula é considerada em ambos os aspectos, o procedimental e o estrutural, o algorítmico e o ideográfico, o operativo e o descritivo podem ser compreendidos e usados para desenvolver o conhecimento. Os autores dos livros, com as concepções unilaterais da fórmula da área, levam à apresentação inábil, como aparece na figura 3.

Satz[3]: Der Flächeninhalt A eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkt aus den Längen einer Seite und der zugehörigen Höhe.

$$A = \frac{g.h}{2}$$

Figura 3

A fórmula, ela mesma, tem a ênfase muito diminuída, se comparada com o texto verbal, e exerce pouca atração aos olhos. Os autores parecem ter compreendido a fórmula da área, primordialmente como uma regra de cálculo (MATHEMATIK 6, 1976, p. 141). Na figura 4 (HAYEN, 1979, p. 155), a apresentação verbal está praticamente submersa. O texto aparece como um simples acessório a uma

3 Tradução: A área A do triângulo é igual à metade do produto entre as grandezas do lado e da altura do lado

fórmula que não é de modo algum interpretada. A metodização é super-enfatizada, se comparada com aspectos do objeto matemático em questão:

Ein[4] Dreieck mit der Seite g und

Der zugehörigen Höhe h_g hat den

Flächeninhalt

$$A = \frac{1}{2}.g.h_g$$

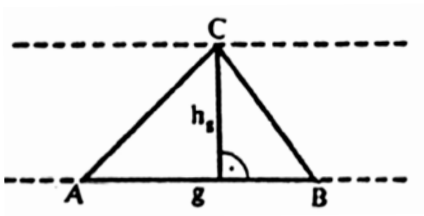


Figura 4

Mesmo se alguém estiver principalmente interessado no método pedagógico, a apresentação na figura 5 (SCHIMITT, 1980, p. 84) é mais consistente:

4. Flächenformel des Dreiecks

Beim Zerschneiden eines Parallelogramms entstanden zwei Dreiecke mit derselben Grundlinie und Höhe, aber halbem Flächeninhalt des Parallelogramms.

Flächeninhalt des Dreiecks $= \frac{1}{2} \cdot$ Grundlinie $\cdot$ Höhe

$A_\triangle = \frac{1}{2} \quad g \quad \cdot \quad h$

Figura 5

O SD é exatamente a medida r.m.s dos desvios das médias. Como uma fórmula,

$$SD = \sqrt{média\ de\ (desvios\ da\ média)^2}$$

Figura 6

Essa intenção metódica torna-se ainda mais evidente do que se compararmos a figura 5 com a variedade e códigos a serem construídos no exemplo estático, apresentado na figura 6 (FREEDMAN, 1978, p. 63):

É claro, temos complementado intencionalmente o aspecto metódico, que desloca as dimensões de "acessibilidade e familiaridade versus abstração" para um pólo epistemológico atribuído ao assunto, para tornar claro como exatamente os aspectos

4 Tradução: Ao cortar um paralelogramo, são obtidos dois triângulos de mesma base e mesma altura, mas ambos têm metade da superfície do paralelogramo. Superfície do Triângulo = ½ .base.altura

subjetivos e objetivos do conhecedor e do conhecimento interagem na apresentação textual e nos modelos textuais. Por exemplo, os sistemas simbólicos numérico-verbal e algébrico-gráfico, muito bem representados na figura 7 (MCGROW-HILL, 1981, p. 172), pareceriam representar papéis complementares, a apresentação verbal enfatiza o aspecto algorítmico e a apresentação algébrica enfatiza o aspecto holístico e ideográfico.

To find the area of a triangle, multiply the base and the height. The take one half of the product.

$$A = \frac{1}{2} bh$$

$$A = \frac{b.h}{2}$$

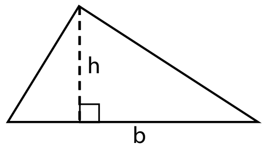


Figura 7

Esta distribuição no papel é até mesmo mais explícita nas figuras 8 e 9 (ATHEN, 1979, p. 107-108), onde o diagrama mostra apenas o contexto descritivo e não mais o procedimento:

Man berechnet den Flächeninhalt eines Dreiecks nach folgender Vorschrift:

Multipliziere die Länge einer Dreiecksiete mit der zugehörigen Höhe und dividiere das Ergebnis durch 2.

Figura 8

Flächeninhalt eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$.

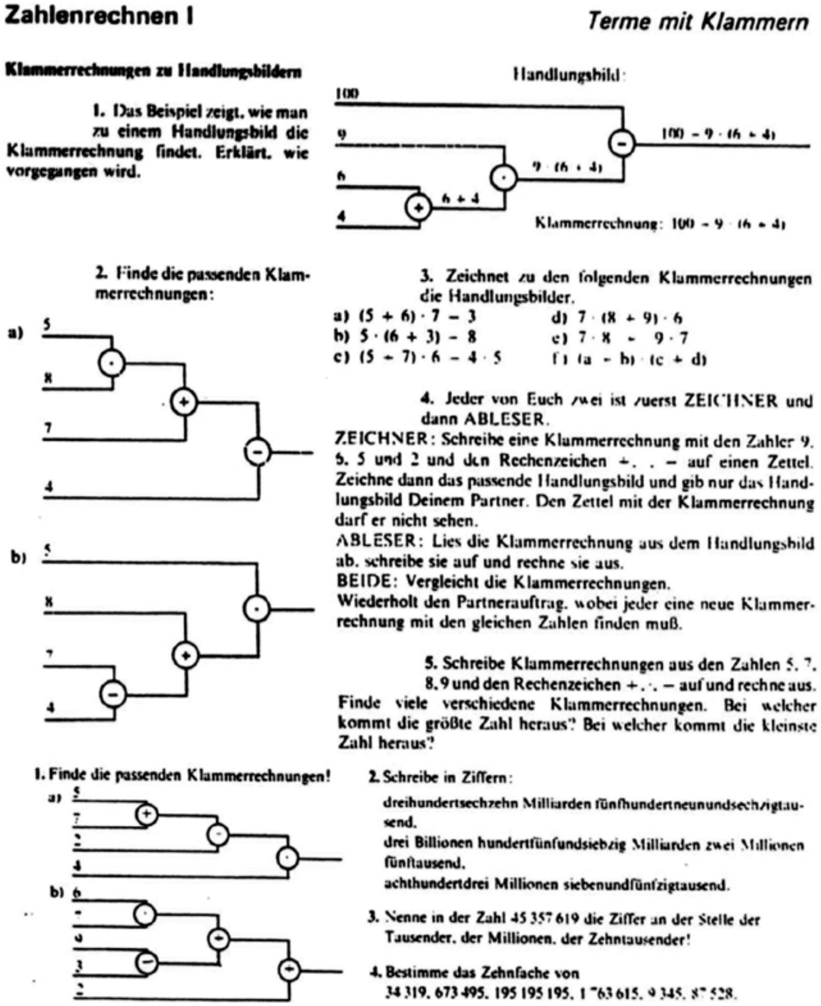
Hier ist g die Länge einer dreiecksseite und h die zugehörige Höhe.

Zwei Dreiecke haben denselben Flächeninhalt, wenn sie in der Länge iener Seite und der zugehörigen Höhe überinstimmen.

Figura 9

3.3 Algumas Conclusões

Estes exemplos nos levaram a assumir dois códigos que pareceram estar ligados, por um lado, com a ordem temporal linear do processo, e, por outro, com a multi-dimensionalidade contemporânea da visualização ideográfica. Ao mesmo tempo que uma designação não pode ser fixada num caminho de objetividade absoluta, mas mais do que todas as dimensões da atividade cognitiva e da interação social e, além disso, até a posição da Matemática em nossa sociedade, deve ser integrada. Se, por exemplo, a prioridade na educação Matemática é atribuída a uma perturbação-livre e controle definitivo de uma grande quantidade de informação, e se a ênfase é então colocada principalmente na metodização, ao invés de na investigação dentro do assunto, e se certos caminhos de apresentação e certos sistemas de símbolo são conseqüentemente preferidos, e um tal desenvolvimento pode certamente não ser explicado, nem em um contexto puramente psicológico, nem em um puramente epistemológico, mas a explicação requer que o papel da escola na sociedade seja considerado. Pode ser observado que a idéia de texto como uma função social e a orientação do processo expressos estão diretamente ligados ao interesse de manutenção do controle:



Zahlenrechnen I *Terme mit Klammern*

Klammerrechnungen zu Handlungsbildern

1. Das Beispiel zeigt, wie man zu einem Handlungsbild die Klammerrechnung findet. Erklärt, wie vorgegangen wird.

Handlungsbild: 100, 9, 6, 4; 6 + 4; 9 · (6 + 4); 100 − 9 · (6 + 4)

Klammerrechnung: 100 − 9 · (6 + 4)

2. Finde die passenden Klammerrechnungen:

a) 5, 8, 7, 4

b) 5, 8, 7, 4

3. Zeichnet zu den folgenden Klammerrechnungen die Handlungsbilder.

a) (5 + 6) · 7 − 3 d) 7 · (8 + 9) · 6
b) 5 · (6 + 3) − 8 e) 7 · 8 − 9 · 7
c) (5 + 7) · 6 − 4 · 5 f) (a − b) · (c + d)

4. Jeder von Euch zwei ist zuerst ZEICHNER und dann ABLESER.
ZEICHNER: Schreibe eine Klammerrechnung mit den Zahlen 9, 6, 5 und 2 und den Rechenzeichen +, ·, − auf einen Zettel. Zeichne dann das passende Handlungsbild und gib nur das Handlungsbild Deinem Partner. Den Zettel mit der Klammerrechnung darf er nicht sehen.
ABLESER: Lies die Klammerrechnung aus dem Handlungsbild ab, schreibe sie auf und rechne sie aus.
BEIDE: Vergleicht die Klammerrechnungen.
Wiederholt den Partnerauftrag, wobei jeder eine neue Klammerrechnung mit den gleichen Zahlen finden muß.

5. Schreibe Klammerrechnungen aus den Zahlen 5, 7, 8, 9 und den Rechenzeichen +, ·, − auf und rechne aus. Finde viele verschiedene Klammerrechnungen. Bei welcher kommt die größte Zahl heraus? Bei welcher kommt die kleinste Zahl heraus?

1. Finde die passenden Klammerrechnungen!

a) 5, 7, 2, 4

b) 6, 7, 9, 3, 2

2. Schreibe in Ziffern:
dreihundertsechzehn Milliarden fünfhundertneunundsechzigtausend.
drei Billionen hundertfünfundsiebzig Milliarden zwei Millionen fünftausend.
achthundertdrei Millionen siebenundfünfzigtausend.

3. Nenne in der Zahl 45 357 619 die Ziffer an der Stelle der Tausender, der Millionen, der Zehntausender!

4. Bestimme das Zehnfache von 34 319, 673 495, 195 195 195, 1 763 615, 9 345, 87 528.

Figura 10

3.4 Um segundo exemplo

Antes de assumir essas questões num contexto sistemático, gostaríamos de dar outra comparação exemplar de livros escolares, usando o exemplo da "árvore de cálculo", que não somente apresenta mais uma vez a complexidade total, mas em particular mostra que o sistema gráfico visual de representação pode também desempenhar ambas as funções complementares, que podem ser aqui indicadas pelos termos do algoritmo versus a visualização ideográfica. As figuras 10 a 12 apresentam três exemplos de estruturação de árvore de cálculo que nós podemos comparar:

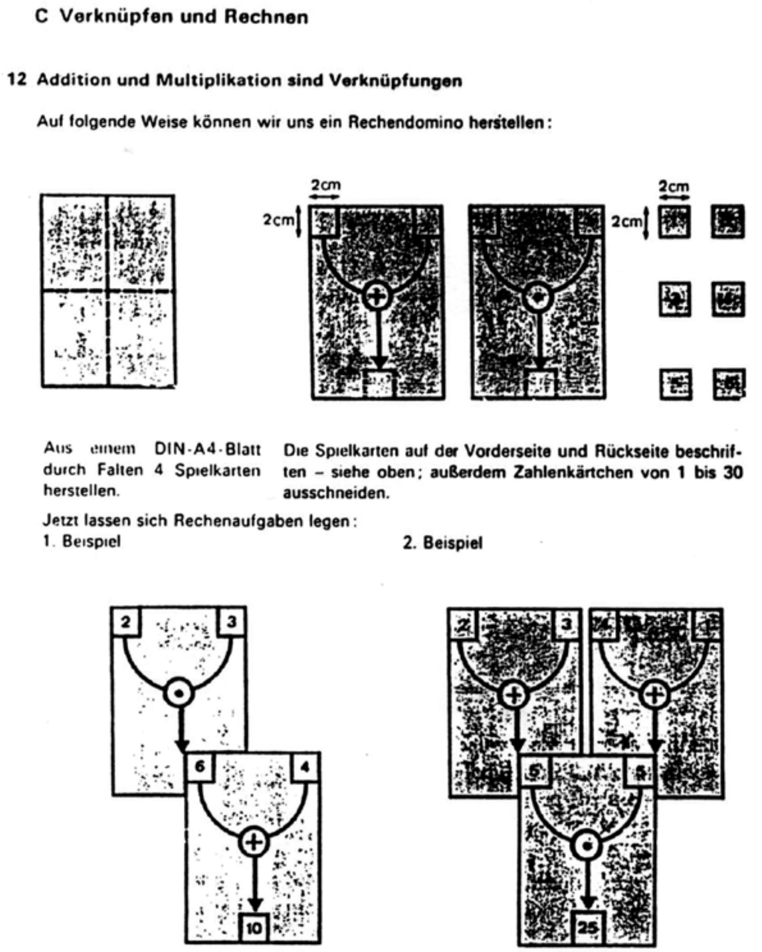


Figura 11

Ocorre, então, que o modo de apresentação determina o objeto de ensino. Na figura 10, gráficos e texto não se referem um ao outro. Resta aos alunos identificar as referências relevantes. Percebemos como é importante que ilustradores e artistas gráficos cooperem continuamente com os autores, e que o *design* gráfico de uma página esteja integrado com o planejamento do processo, ao invés de ser algo que é adicionado quando o manuscrito está pronto para ser impresso.

O segundo exemplo (Figura 11), empregando "cartões na árvore de cálculos", ilustra um aspecto enfatizado por muitos autores com a seguinte afirmação: "Em qualquer unidade de texto deve ter um elemento que pode ordenar!" O elemento que pode ordenar desempenha a mesma função que era da visualização, que é a função de fixação de estágios de um processo de objetivo-orientado, assim desenvolvendo-o.

As pretensões dos autores do terceiro exemplo (Figura 12) são muito elevadas. Eles pretendem demonstrar, de certa forma "holística e instantânea", um dos aspectos fundamentais do currículo, isto é, o "algoritmo". A Matemática escolar é em grande parte algorítmica. A continuidade da notação normal com parênteses junto ao uso da linha pontilhada, por assim dizer, a imagem da árvore é um caminho diferente – no sentido de camadas:

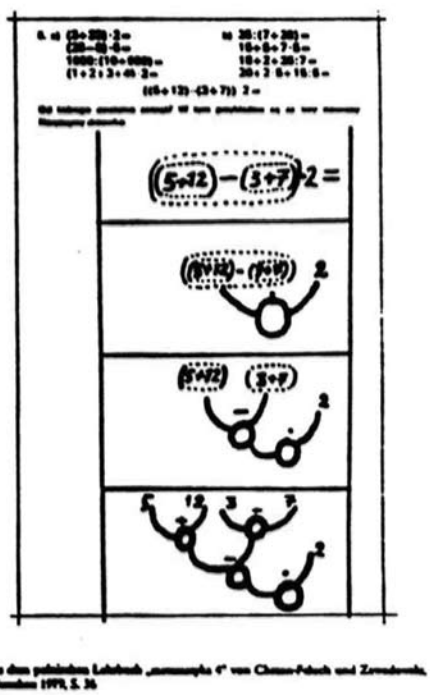


Figura 12

Ao mesmo tempo, isso enfatiza a conexão entre a representação da árvore de cálculo e a notação algébrica formal. É uma conexão tal que resultará numa compreensão algorítmica da fórmula algébrica na notação convencional. Os autores tentam evitar uma representação que pode ordenar, a qual, como o exemplo dado na figura 11, se refere apenas a duas etapas, já que seu interesse é a reversibilidade de todas as operações. Considerada como uma função de duas variáveis, como enfatizado no sistema de cartas para árvore de cálculo, a subtração não é a inversa da adição. A seqüência dada com estas cartas, entretanto, serve para registrar resultados intermediários, enquanto ao mesmo tempo que qualquer produto é algo externo, algo estranho ao processo. Ambos são aspectos complementares do conhecimento e do saber. Além disso, o aspecto de eficiência é exatamente a 'transmissão da operação', que, na realidade, é uma 'operação esquecida', que caracteriza os algoritmos de cálculo em matemática (cf. ERSHOW; KNUTH, 1981, p. 98).

Dando continuidade ao objeto da discussão em pauta, o próximo assunto a ser desdobrado trata dos sistemas simbólicos em um contexto histórico, o qual abrange o estado de diferentes meios de representação e de sistemas de símbolos. No entanto, essa parte do artigo será apresentada e discutida, oportunamente, no próximo número da Revista de Educação Pública sob o título **O Que é um Texto?** (Part 2).

Referências

ATHEN, H. et al. **Mathematik heute 7**. Hanover: Schroedel, 1979.

ATIYAH, M. ‚Wandel und Fortschritt in der Mathematik'. In: OTTE (Ed.): **Mathematiker über die Mathematik**. Berlin: Springer, 1974.

BALLSTAEDT, St-P. H. MANDL. W. SCHNOTZ, and S. TERGAN. **Texte verstehen, Texte gestalten**. München: Urban and Schwarzenberg, 1981.

CHURCHMAN, C.W. **Philosophie des Managements**. Freiburg, 1973.

ERSHOW, E.P. and KNUTH, D., (Eds.). (1981), **Algorithms in Modern Mathematics and Computer Science**, Springer, Heidelberg.

FISH, S. **Is There a Text in This Class?**, Cambridge, U.S.A., 1980.

FREEDMAN, D. et al. **Statistics**, Norton, New York, 1978.

GOMBRICH, E.H. 'The Visual Image', in **73rd Yearbook of NSSE**, Chicago, 1974. p. 241-270.

HAYEN, J. et al. **Gamma 8**, Stuttgart: Klett, 1979.

HILBERT, D. ‚Über das Unendliche'. In: **Hilbertiana, Darmstadt**. 1965.

HIRSCH, E.D. **Validity in Interpretation**. Yale University Press, 1967.

KEITEL, Ch., OTTE, M. and SEEGER, F. **Text-Wissen-Tätigkeit: Das Schulbuch im Mathematikunterricht**, , Königstein/Ts, 1980.

KNUTH, D. ‚Algorithms in Modern Mathematics', In: **Ershov and Knuth**, 1981. p.82-99.

LOTMAN, J.M. **Die Struktur des künstlerischen Textes**, Frankfurt: Suhrkamp, 1973.

MATHEMATIK 6: Berlin: Verlag Volk und Wissen, 1976.

NEISSER, U. **Cognition and Reality**. San Francisco: Freeman and Co., Freeman and Co., 1976.

OTTE, M. (1980), 'On the Question of the Development of Theoretical Concepts', in **Communication and Cognition** 13, n. 1.

______ .'Das Schulbuch in Mathematikunterricht', **Der Mathematiklehrer** n. 3, 1981, p. 22-27.

______ . **What Relevance Has the 'Problem of Texts' for Mathematics Education and Its Understanding?**, Occ. paper n. 15, 1981, IDM Bielefeld.

______ . 'Ways of Knowing and Modes of Presentation'. In: **Moyens et medias dans 1'Enseignement des Mathematiques. XXXIVe Rencontre,** Orleans 1982. p.41-69.

______ . 'Textual Strategies', **For The Learning of Mathematics** n. 3 (3), 1983. p. 15-28.

PATTEE, H. H. 'Discrete and Continuous Processes in Computers and Brains', in Conrad, Güttinger and Dallin (Eds.): **Physics and Mathematics of the Nervous System**. Lecture Notes in Biomathematics. Springer, Heidelberg, 1979. p.128-148.

POLYA, G. **Schule des Denkens**. München: Francke Verlag, 1967.

QUINE, W.V. **Ontological Relativity and Other Essays**, Columbia: University Press, 1969.

WANG, W.S.-Y. **Human Communication**: Language and its Psychological Basis: W.H. Freeman, 1981.

Data de recebimento: 25/03/2008
Data de aceite: 01/07/2008