

Associação Estatística entre escolha da operação em questões aditivas com números naturais e com números decimais

Statistical association between choice of operation in additive questions with natural numbers and decimal numbers

Thiago Beirigo LOPES¹
Ana Paula Nunes FELIX²
Pedro Franco de SÁ³

Resumo

Este artigo apresenta resultados de uma pesquisa de doutorado focada em questões aditivas, multiplicativas e socioeducacionais. Especificamente, investiga-se se a habilidade de escolher a operação correta em questões aditivas com números naturais está relacionada à habilidade em questões aditivas com números decimais. Utilizando testes como metodologia e análise estatística via Qui-Quadrado, os resultados sugerem que estudantes que acertam a operação em questões aditivas com números naturais, sejam aritméticas ou algébricas, tendem a acertar também em questões aditivas com números decimais.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Escolha da operação. Questões aditivas. Números Naturais. Números Decimais.

Abstract

This article presents results from a doctoral research focused on additive, multiplicative, and socio-educational questions. Specifically, it investigates whether the ability to correctly choose the operation in additive questions with natural numbers is related to the ability in additive questions with decimal numbers. Using tests as a methodological approach and statistical analysis through Chi-Square, the results suggest that students who correctly choose the operation in additive questions with natural numbers, whether arithmetic or algebraic, are likely to also correctly choose the operation in additive questions with decimal numbers.

Keywords: Teaching Mathematics. Operation choice. Additive questions. Natural Numbers. Decimal numbers.

1 Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (REAMEC/UFMT). Professor de Matemática do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT), Confresa, Mato Grosso, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Vilmar Fernandes, 300, bairro Santa Luzia, Confresa, Mato Grosso, Brasil, CEP: 78652-000. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6989605096245375>. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5036-795X>. E-mail: thiago.lobes@ifmt.edu.br.

2 Mestra Profissional em Ensino de Matemática (UEPA). Professora da Secretaria do Estado de Educação (SEDUC/PA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia Augusto Montenegro, Km 10, s/n, Icoaraci. Belém, Pará, Brasil, CEP 66.820-000. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8884918734105680>. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2571-0458>. E-mail: apnfelix01@gmail.com.

3 Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Titular da Universidade do Estado do Pará (UEAP), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua do Una, nº 156, bairro Telégrafo, Belém, Pará, Brasil, CEP 66050-540. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4323922632919962>. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-8986-2787>. E-mail: pedro.franco.sa@gmail.com

Introdução

Para quem atua ou já atuou nas aulas de matemática na educação básica, já está familiarizado com perguntas do tipo: ‘Essa conta é de mais ou de menos?’, ‘Esse é um problema de tirar?’, ‘Diz que ele ganhou, então é de mais.’, ‘Está escrito que ela perdeu, então a conta é de menos.’. Para esses tipos de questionamentos ou afirmações realizadas em sala de aula nem sempre é dada uma resposta que contribua para a compreensão dos estudantes sobre resolução de questões. Pois quando há os termos ganhou ou perdeu no enunciado da questão, nem sempre que vai ser resolvida com soma ou subtração, respectivamente. Sobre questões multiplicativas, Lopes, Felix e Sá (2022) fizeram uma pesquisa em que está nos mesmos moldes dessa apresentada nesse artigo que versa sobre as questões aditivas.

Diante disso, é concebível que não é uma tarefa simples explicar ao estudante que algumas questões com o termo ‘ganhou’ são resolvidas por meio da adição e outras questões com o mesmo termo são resolvidas por meio da subtração. Se não é simples para o professor explicar, também não deve ser simples para o estudante compreender (Pereira; Doneze; Pansanato, 2018).

Com base nas perguntas sobre a escolha da operação em sala de aula citadas anteriormente em questões aditivas e o fato dos números decimais⁴ poderem ser vistos como extensão dos números naturais mantendo a base algorítmica de suas operações, surge a questão norteadora desta investigação: Os estudantes que escolhem corretamente a operação em questões aditivas que envolvem números naturais também conseguem escolher corretamente a operação em questões aditivas que envolvem números decimais?

Sob essa questão norteadora, de antemão é estabelecida a hipótese de que: A habilidade de escolher corretamente a operação em questões aditivas de uma operação que envolvem números decimais está estatisticamente associada com a habilidade de escolher corretamente a operação em questões aditivas de uma operação que envolvem números naturais.

Com a intenção de averiguar essa hipótese de pesquisa, a investigação teve como objetivo analisar se a habilidade de escolha da

⁴ Antes de prosseguir, é importante destacar que no texto é utilizado o termo ‘números decimais’ para representar os ‘números racionais em sua representação decimal’, tal escolha foi realizada para fluidez de leitura (ou legibilidade) do texto para o leitor.

operação em questões aditivas que envolvem números decimais está associada estatisticamente à habilidade de escolha da operação em questões aditivas que envolvem números naturais. Para atingir esse objetivo, optou-se pelo uso de testes como instrumento metodológico de pesquisa para nortear a investigação e a análise estatística realizada por meio do Qui-Quadrado.

A estrutura do texto para apresentação ao leitor, foi dividida em quatro partes, com exceção desta Introdução e das Considerações Finais, a saber: Produção de informações; O teste aditivo; Teste Qui-Quadrado como instrumento de análise dos dados produzidos; e Análise do teste aditivo.

A Produção de informações é inicialmente abordada com o referenciamento do lócus onde a pesquisa ocorreu. Há a explanação sobre os procedimentos realizados junto aos órgãos competentes junto à escola para a solicitação de permissão de realização da pesquisa no ambiente escolar. Junto aos estudantes, foi solicitado que cada responsável pelo estudante assinasse o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e que cada estudante, visto que todos eram menores de 18 anos, assinassem o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Só após, foram iniciadas as aplicações dos testes e questionários nas turmas.

Na seção referente ao teste aditivo, há o detalhamento do modo em que o instrumento foi construído. Também há um breve detalhamento sobre a testagem e a aplicação anterior à aplicação no lócus da pesquisa realizada. Assim, antes de realizar a pesquisa usando o teste aditivo, foi aplicado um piloto com outros estudantes que não são os mesmos participantes da pesquisa para verificar se havia necessidade de ajustes no instrumento de produção de informações.

Como o Qui-Quadrado foi escolhido como instrumento de análise de dados, há uma síntese sobre o teste de associação Qui-Quadrado. Em que são exploradas as bases teóricas para o cálculo e apresentação dos dados nos resultados.

Por fim, na Análise do teste aditivo são apresentados e analisados os resultados do teste Qui-Quadrado para o teste aditivo aplicado. Os resultados são explorados havendo entrelaçamentos entre os dados obtidos e os estudos que serviram de referencial para a elaboração de tese.

Produção de informações

A produção dos dados ocorreu durante o primeiro bimestre de 2020 em uma escola estadual situada na região metropolitana de Belém/PA. Os participantes da pesquisa foram estudantes cujo único requisito para poderem participar da pesquisa foi estarem matriculados no 6º ano do ensino fundamental dessa escola. A escolha de estudantes de 6º ano se deu por constar nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que no fim do segundo ciclo é esperado que os estudantes já tenham adquirido competências e habilidades para resolver questões envolvendo operações com números decimais.

Para poder realizar a aplicação do teste, foi necessário solicitar permissão à gestão escolar, sob a responsabilidade do diretor, e aos professores titulares das turmas. Para que a solicitação fosse aceita, foi necessária uma explanação sobre os objetivos da pesquisa, em que não seria avaliado o desempenho da escola ou dos professores com a realização do teste. A escola contava com 4 turmas de 6º ano no período matutino e 2 turmas de 6º ano no período vespertino. No total, foram 207 estudantes.

Todas as atividades relacionadas com a pesquisa foram realizadas no interstício de um mês. Em cada turma, as atividades foram iniciadas com apresentação do pesquisador realizada pelo professor titular da turma, em que foi explicado sobre a investigação com destaque para seus pontos principais como objetivo, resultado esperado e a importância dos estudantes nesse processo. Então foi solicitado que cada responsável pelo estudante assinasse o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e que cada estudante, visto que todos eram menores de 18 anos, assinassem o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Para a atividade da assinatura, foi disponibilizada uma semana para sua conclusão, pois alguns estudantes faltavam, esqueciam os documentos em casa ou até perdiam, e era necessária outra cópia. Assim, foi possível maximizar a quantidade de estudantes interessados em participar da pesquisa, não havendo responsáveis que não permitiram que estudantes participassem e nem estudantes que se recusassem a participar. Não foi utilizado qualquer tipo de subsídio como avaliação ou outro meio para que houvesse participação dos estudantes, sendo de vontade espontânea.

Na semana seguinte, foram iniciadas as aplicações dos testes nas turmas e na mesma semana aplicados os questionários aos estudantes. Como

todas as turmas contavam com 3 encontros semanais para as aulas de matemática, esses 3 instrumentos não foram aplicados no mesmo dia e nessa ordem: teste aditivo, teste multiplicativo e questionário socioeducacional. Cabe destacar que esse artigo apresenta, devido à sua extensão textual, somente os resultados da aplicação do teste aditivo. Também é importante destacar que em todas as turmas as aplicações duraram no máximo uma hora-aula e os estudantes não tiveram auxílio no que tange especificamente a responder as questões do teste.

O teste aditivo

Elaboração do teste aditivo

Para ser realizada a interpretação dos resultados, além de uma consistente fundamentação teórica em relação ao objeto a ser estudado e sob o ponto de vista da abordagem quantitativa, a aplicação de testes consiste em uma alternativa para compor uma base para a interpretação de resultados (Gomes, 2009).

Sampieri, Collado e Lucio (2013) indicam que esses testes mensuram variáveis específicas, como o raciocínio matemático, a satisfação com alguma atividade, a adaptação à escola, interesses vocacionais, dentre inúmeras outras situações.

Para subsidiar a construção do teste aditivo, Sá e Fossa (2012) elucidam duas categorias de questões verbais: as questões aritméticas e as questões algébricas. Estes estão relacionados à sua modelação, isto é, a conversão dos dados semânticos para linguagem matemática. Nas questões aritméticas a incógnita fica isolada em um dos membros da igualdade, sendo utilizada para indicar o resultado da operação. Ainda, segundo Sá e Fossa (2008, p. 269) as questões aritméticas são aquelas “[...] que, em sua resolução operacional, não são usadas de maneira implícita ou explícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade”. Já nas questões algébricas, a pergunta não está isolada em um dos membros da igualdade, e esta é utilizada para indicar a relação de equilíbrio exigida entre os dados. De acordo com Sá e Fossa (2008, p. 270), são aquelas “[...] em que, na sua resolução operacional, são usadas de maneira explícita ou implícita as propriedades aditivas ou multiplicativas da igualdade”.

Diante disso, foi elaborado um teste com 12 questões de modo a ter equilíbrio entre as questões que envolvem números naturais e que envolvem

números decimais. As características equilibradas foram sobre a questão ser do tipo aritmético ou algébrico e terem números naturais ou números decimais envolvidos. Cada dupla de questão foi elaborada com o propósito de diagnosticar se o estudante que escolhe corretamente a operação com números naturais também o faz com os decimais. As questões estão dispostas no Quadro 1.

Quadro 1: Equilíbrio das questões em relação à sua estrutura aritmética ou algébrica.

		Questões	Sentença	Tipos de números envolvidos
Questões Aditivas	Questões Aritméticas	Questão 1: Ana tem 6 reais e sua irmã tem 5 reais. Quanto elas têm juntas?	$6 + 5 = ?$	Natural + Natural = Natural
		Questão 4: Maria tem R\$6,22 e sua irmã tem R\$4,88. Quanto elas têm juntas?	$6,22 + 4,88 = ?$	Decimal + Decimal = Decimal
		Questão 2: Ane tem 12 brinquedos. Carla tem 4 brinquedos a mais que Ane. Quantos brinquedos tem Carla?	$12 + 4 = ?$	Natural + Natural = Natural
		Questão 5: Lúcio tem 7,8 metros de corda. Mateus tem 4,1 metros da mesma corda a mais que Lúcio. Quantos metros dessa corda tem Mateus?	$7,8 + 4,1 = ?$	Decimal + Decimal = Decimal
		Questão 3: Lucas tem 152 bolinhas de gude. Marina tem 78 bolinhas de gude a menos que Lucas. Quantas bolinhas de gude tem Marina?	$152 - 78 = ?$	Natural + Natural = Natural
		Questão 6: Heloísa tem 4,3 metros de fita. Deu 2,4 metros dessa fita para sua irmã. Com quantos metros de fita ficou Heloísa?	$4,3 - 2,4 = ?$	Decimal - Decimal = Decimal
	Questões Algébricas	Questão 7: Dani tinha 12 canetas. Ganhou mais algumas de seu pai e ficou com 21 canetas. Quantas canetas ela ganhou de seu pai?	$12 + ? = 21$	Natural + Natural = Natural
		Questão 10: João tinha 13,2 metros de linha de pipa. Ganhou mais alguns metros dessa linha de seu pai e ficou com 19,3 metros. Quantos metros dessa linha João ganhou de seu pai?	$13,2 + ? = 19,3$	Decimal + Decimal = Decimal
		Questão 8: Marcos ganhou uma quantia de sua mãe. Deu 6 reais para seu irmão e ainda ficou com 14 reais. Quanto Marcos ganhou?	$? - 6 = 14$	Natural - Natural = Natural
		Questão 11: Marcos ganhou uma quantia de sua mãe. Deu R\$5,80 para seu irmão e ainda ficou com R\$14,20. Quanto Marcos ganhou?	$? - 5,80 = 14,2$	Decimal - Decimal = Decimal
		Questão 9: João tinha 72 figurinhas. Vendeu algumas para Maria e ainda ficou com 29. Quantas figurinhas João vendeu para Maria?	$72 - ? = 29$	Natural - Natural = Natural
		Questão 12: João tinha 22,3 metros de fio elétrico para construir sua casa. Utilizou parte desse fio e ainda sobrou 6,2 metros. Quantos metros de fio João utilizou na construção de sua casa?	$22,3 - ? = 6,2$	Decimal - Decimal = Decimal

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Sá e Fossa (2008).

Portanto, como pode ser percebido nas questões, para manter a característica sobre quantidade de números naturais e decimais, não foi elaborada alguma questão que envolvesse ambos, ou seja, não foram utilizados números naturais e decimais na mesma questão.

Sistematização das respostas das questões do teste aditivo

As questões do teste aditivo aplicado foram sintetizadas por categorias. Cada questão foi analisada em relação à escolha da operação, em seguida categorizadas como acerto (S) e não acerto (N). Cabe destacar que as questões deixadas em branco não foram consideradas para serem contabilizadas, por não ser possível verificar se o estudante faz relação ou não faz relação na escolha da operação das questões. O quantitativo de questões em branco está disponível no Quadro 2.

Quadro 2: Total de 76 questões em deixadas em branco pelos estudantes no teste aditivo.

	Questão Aritmética			Questão Algébrica		
	1-4	2-5	3-6	7-10	8-11	9-12
Pares de questões						
Quantidade de questões em branco	3	9	8	17	18	21

Fonte: Da pesquisa realizada.

Para exemplificar, a marcação do tipo S indica que acertou a escolha operação e N que não acertou (Figura 1). É pertinente destacar que para cumprir os objetivos da pesquisa, há a análise somente em relação à escolha da operação, não sendo considerado acerto ou não acerto em relação ao resultado obtido.

Figura 1: Exemplo de S à esquerda e de N à direita.

<p>3. Lucas tem 152 bolinhas de gude. Marina tem 78 bolinhas de gude a menos que Lucas. Quantas bolinhas de gude tem Marina?</p> $\begin{array}{r} 152 \\ - 78 \\ \hline 74 \end{array}$	<p>3. Lucas tem 152 bolinhas de gude. Marina tem 78 bolinhas de gude a menos que Lucas. Quantas bolinhas de gude tem Marina?</p> $152 + 78 = 230$
--	---

Fonte: Da pesquisa realizada.

Ainda sobre a análise de cada questão, foi estabelecido que se o estudante escolheu a operação na forma algébrica ou sua equivalente na forma aritmética, este escolheu corretamente a operação da questão. Para ilustrar, na Figura 2 estão relacionados dois exemplos em que à esquerda a resolução está na sentença $a + ? = b$ (algébrica) e à direita a resolução está na sentença $a - b = ?$ (aritmética), em que ambas são recíprocas em relação à forma.

Figura 2: Exemplo de sentença algébrica à esquerda e de sua equivalente na forma aritmética.

<p>7. Dani tinha 12 canetas. Ganhou mais algumas de seu pai e ficou com 21 canetas. Quantas canetas ela ganhou de seu pai?</p> <p>12 ganhou 9 canetas + 9 do seu pai ----- 21</p>	<p>7. Dani tinha 12 canetas. Ganhou mais algumas de seu pai e ficou com 21 canetas. Quantas canetas ela ganhou de seu pai?</p> <p>Ela ganhou 9 canetas de seu pai</p> <p>21 - 12 ----- 9</p>
---	--

Fonte: Da pesquisa realizada.

Observa-se que a primeira sentença está em forma algébrica e a segunda sentença em sua forma equivalente aritmética.

Teste Qui-Quadrado como instrumento de análise dos dados produzidos

Normalmente a estatística está associada a números, tabelas, gráficos e símbolos matemáticos que são utilizados no momento de organizar e apresentar os dados de uma pesquisa quantitativa. Mas, como indica Barbetta (2012, p. 15), “a estatística pode estar presente nas diversas etapas de uma pesquisa social, desde o seu planejamento até a interpretação de seus resultados, podendo, ainda, influenciar na condução do processo da pesquisa”.

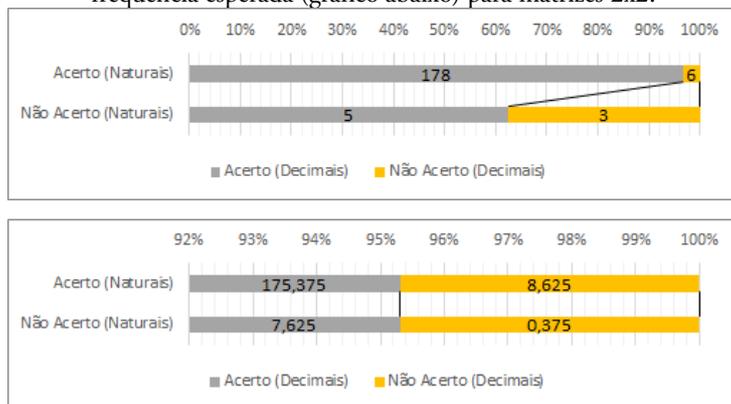
Ainda de acordo com o Barbetta (2012, p. 227), um instrumento bastante utilizado em pesquisas sociais é o Teste Qui-Quadrado, que “pode ser usado em problemas de pesquisas com amostras independentes com a variável resposta qualitativa (categórica)”. Como exemplo, pode ser utilizado na comparação entre métodos de ensino para estudantes, cuja variável

resposta é o resultado aprovado ou reprovado. Outro exemplo, na comparação das populações de homens e mulheres quanto ao voto em uma determinada eleição, com a variável resposta sendo se votou ou não votou em determinado candidato.

O Teste Qui-Quadrado, representado pelo símbolo X^2 , é um teste estatístico aplicado a dados categóricos para avaliar quão provável é que qualquer diferença observada aconteça ao acaso. Mais especificamente, Levine *et al.*, (2008) indica ser um teste de hipóteses que tem objetivo de encontrar um valor de dispersão para duas variáveis categóricas nominais e avaliar a associação existente entre variáveis qualitativas. O Teste de Qui-Quadrado é considerado um teste não paramétrico, pois não depende de parâmetros populacionais como a média e a variância (Levine *et al.*, 2008). O princípio que serve de base para esse teste é a possibilidade de comparar proporções e possíveis divergências entre as frequências observadas e as frequências esperadas em um determinado evento. Esse teste é útil a variadas áreas de pesquisa, como saúde, economia, ciências naturais e biológicas, entre outras.

Para uma visão gráfica, a Figura 3 traz um contraste entre a frequência obtida (gráfico acima na Figura 3) e a frequência esperada (gráfico abaixo na Figura 3), em que a linha de série mostra a diferença entre os dados proporcionais. Para a frequência esperada para esse tipo de gráfico, a linha de série fica na vertical. Ou seja, quanto mais a linha de série aproxima sua inclinação vertical, mais a variação dos dados se aproxima da frequência esperada. A Figura 3 mostra os gráficos de dados de matrizes 2x2.

Figura 3: Exemplo de gráficos proporcionais entre a frequência obtida (gráfico acima) e a frequência esperada (gráfico abaixo) para matrizes 2x2.



Fonte: Dados da pesquisa.

O Teste de Qui-Quadrado pode ser utilizado em dois casos: 1) Para verificar se a frequência com que um determinado acontecimento observado em uma amostra se desvia significativamente ou não da frequência com que ele é esperado; e 2) Para comparar a distribuição de diversos acontecimentos em diferentes amostras, a fim de avaliar se as proporções observadas destes eventos mostram ou não diferenças significativas ou se as amostras diferem significativamente quanto às proporções desses acontecimentos (LARSON; FARBER, 2010). Em uma visão mais formal, Meyer (1983) indica que a distribuição de Qui-Quadrado possui diversas aplicações importantes na inferência estatística, e pode-se achar na tabela (ver Quadro 3), valor denotado por X_n^2 que satisfaça $P(Z \leq X_n^2) = \alpha, 0 < \alpha < 1$.

Quadro 3: Distribuição Qui-Quadrado padronizada.

$1 - \alpha$	0,05	0,10	0,50	0,90	0,95
1	0,004	0,016	0,455	2,706	3,841
2	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991
3	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815
4	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488
5	1,145	1,610	4,351	9,236	11,070
6	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592
7	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067
8	2,733	3,490	7,344	13,362	15,507
9	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919
10	3,940	4,865	9,342	15,987	18,307

Fonte: Extraído de Vieira (2008).

Há uma situação a ser elucidada no Teste Qui-Quadrado, que é se as frequências esperadas em uma categoria forem muito baixas, os resultados do teste podem não ser válidos, mesmo com a utilização da Correção de Yates. Assim, se uma ou mais categorias tiverem as frequências esperadas baixas demais, é possível combiná-las com categorias adjacentes ou, se possível, serem retiradas.

O cálculo do Teste Qui-Quadrado é a soma do quadrado das diferenças entre os valores obtidos e os valores esperados, conforme indica Costa Neto (2002) por meio da fórmula

$$X_n^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Em X_n^2 que representa a estatística do teste com n graus de liberdade; O_i a frequência observada; E_i a frequência esperada e k o número de classes ou valores considerados. Se o valor X_n^2 estiver acima do valor crítico especificado no Quadro 3, indica que há associação entre os resultados obtidos.

Análise do teste aditivo

Para análise dos resultados tabulados obtidos no teste aditivo, foi escolhido o Teste Qui-Quadrado. Essa escolha se deu devido aos instrumentos utilizados gerarem informações não-paramétrica, não-normal e a possibilidade de informar se os dados são dependentes ou independentes (questões com números naturais e questões com números decimais) e, para atingir o objetivo da pesquisa realizada, foi estabelecido para $\alpha = 0,05$ o p-valor obtido no teste, que remete a uma confiança de 95% no estabelecimento de hipóteses.

Para realizar o Teste Qui-Quadrado foi utilizado o programa Prism⁵ em sua versão 8.2 para o sistema operacional Windows, desenvolvido pela GraphPad Software. A escolha desse software se deu por, apesar de ser em língua inglesa, este ter uma interface bem intuitiva e possuir recurso de Prism Labs, que é um novo modo de detectar ajustes “ruins”, além de fornecer indicação de ajuste no teste ou um outro teste mais apropriado conforme os dados introduzidos no *software* (Graphpad Software, 2020).

Com base nos resultados contabilizados, a escolha da operação da dupla de Questões 1 e 4 obteve os resultados apresentados no Quadro 4. Cabe destacar ambas são aritméticas do tipo $a + b - ?$, idealizado por Sá (2003), e que nessas questões tiveram maior incidência de êxito no estabelecimento de relações de escolha correta na questão com números naturais com escolha correta na questão com números decimais, 178 acertos.

⁵ Software utilizado sob a licença de teste GPS-*****-****-B4934 com validade de 30 dias. Disponível em: <https://www.graphpad.com/>.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, é indicado que a escolha da operação da Questão 4 do teste aditivo está associada à escolha da operação da Questão 1, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 4.

Quadro 4: Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões aditivas aritméticas 1 e 4.

Questões analisadas	Questões 1 e 4		
Tipo de questões	Aditivas Aritméticas		

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais
Acerto (Naturais)	178	6	184
Não Acerto (Naturais)	5	3	8
Totais	183	9	192

X ² para haver associação	X ² > 3,841
X ² obtido	20,120
Significância estabelecida	P-valor <0,05
Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Houve associação estatística entre o acerto da escolha da operação da questão 4 e o acerto da escolha da operação da questão 1.
-----------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Para o resultado sobre a escolha da operação em relação à dupla de Questões 2 e 5, foram obtidos os resultados apresentados no Quadro 5. Como as Questões 1 e 4, as Questões 2 e 5 também são aritméticas do tipo $a + b = ?$. No entanto, nessas questões houve quantidade de acertos no estabelecimento de relações que foi inferior à dupla de questões anterior, 131 acertos.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, é indicado que a escolha da operação da Questão 5 do teste aditivo está associada à escolha da operação da Questão 2, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 5.

Quadro 5: Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões aditivas aritméticas 2 e 5.

Questões analisadas	Questões 2 e 5
Tipo de questões	Aditivas Aritméticas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	131	25	156	Resultado obtido	17,200
Não Acerto (Naturais)	15	15	30	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	146	40	186	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Para o resultado sobre a escolha da operação em relação à dupla de Questões 3 e 6, foram obtidos os resultados apresentados no Quadro 6. Essas questões compõem a última associação entre questões aditivas aritméticas e são do tipo $a - b = ?$. Nessas duas questões houve quantidade de acertos no estabelecimento de relações inferior à anterior, 131 acertos.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, é indicado que a escolha da operação da Questão 6 do teste aditivo está associada à escolha da operação da Questão 3, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 6.

Quadro 6: Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões aditivas aritméticas 3 e 6.

Questões analisadas	Questões 3 e 6
Tipo de questões	Aditivas Aritméticas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	133	29	162	Resultado obtido	8,773
Não Acerto (Naturais)	14	11	25	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	147	40	187	Resultado obtido	0,0031

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Para iniciar as correspondências das questões do tipo algébrica, com a sentença $a + ? = c$, as Questões 7 e 10 obtiveram os resultados apresentados no Quadro 7. Em que houve 96 acertos referentes a ambas as questões. Nessa mudança de questões aditivas aritméticas para questões aditivas algébricas é perceptível uma queda na quantidade de estabelecimento correto na escolha das operações. Principalmente quando comparados os dados do Quadro 4 com os dados do Quadro 7.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, é indicado que a escolha da operação da Questão 10 do teste aditivo está associada à escolha da operação da Questão 7, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 7.

Quadro 7: Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões aditivas algébricas 7 e 10.

Questões analisadas	Questões 7 e 10
Tipo de questões	Aditivas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais
Acerto (Naturais)	96	35	131
Não Acerto (Naturais)	11	36	47
Totais	107	71	178

X ² para haver associação	X ² > 3,841
Resultado obtido	35,890
Significância Estabelecida	P-valor < 0,05
Resultado obtido	< 0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

A segunda dupla de questões do tipo aditivo algébrico, as Questões 8 e 11, obteve os resultados apresentados no Quadro 8, em que houve 103 acertos na dupla de questões com a sentença $? - b = c$.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, é indicado que a escolha da operação da Questão 11 do teste aditivo está associada à escolha da operação da Questão 8, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 8.

Quadro 8: Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões aditivas algébricas 8 e 11.

Questões analisadas	Questões 8 e 11
Tipo de questões	Aditivas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	103	26	129	Resultado obtido	8,416
Não Acerto (Naturais)	28	20	48	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	131	46	177	Resultado obtido	0,0037

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

A última dupla de questões aditivas algébricas, com a sentença $a - ? = c$, as Questões 9 e 12 obtiveram os resultados apresentados no Quadro 9. Nesse par de questões houve a maior quantidade de acertos no estabelecimento de relações entre as questões aditivas algébricas, 117 acertos.

Com o Teste Qui-Quadrado realizado, é indicado que a escolha da operação da Questão 12 do teste aditivo está associada à escolha da operação da Questão 9, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 9.

Quadro 9: Resultado do teste Qui-Quadrado para as questões aditivas algébricas 9 e 12.

Questões analisadas	Questões 9 e 12
Tipo de questões	Aditivas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	117	37	154	Resultado obtido	21,950
Não Acerto (Naturais)	5	15	20	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	122	52	174	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda no intuito de traçar um panorama geral, foram realizados agrupamentos de questões aditivas aritméticas (Quadro 10), questões aditivas algébricas (Quadro 11) e o total de questões (Quadro 12).

Com a realização do Teste Qui-Quadrado, é indicado que a escolha da operação nas questões aritméticas do teste aditivo com números decimais está associada à escolha da operação das questões aritméticas do teste aditivo com números naturais, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 10.

Quadro 10: Resultado do teste Qui-Quadrado para todas as questões aditivas aritméticas.

Questões analisadas	Questões 1, 2, 3, 4, 5 e 6
Tipo de questões	Aditivas Aritméticas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	449	60	509	Resultado obtido	48,990
Não Acerto (Naturais)	30	26	56	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	479	86	565	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

No agrupamento de questões aditivas algébricas, o Teste Qui-Quadrado indica que a escolha da operação nas questões algébricas do teste aditivo com números decimais está associada à escolha da operação das questões algébricas do teste aditivo com números naturais, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 11.

Quadro 11: Resultado do teste Qui-Quadrado para todas as questões aditivas algébricas.

Questões analisadas	Questões 7, 8, 9, 10, 11 e 12
Tipo de questões	Aditivas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	316	98	414	Resultado obtido	59,990
Não Acerto (Naturais)	44	71	115	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	360	169	529	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

Com o último agrupamento, com todas as questões aditivas (aritméticas e algébricas), o Teste Qui-Quadrado indica que a escolha da operação nas questões do teste aditivo com números decimais está associada à escolha da operação das questões do teste aditivo com números naturais, conforme pode ser observado no lado direito do Quadro 12.

Quadro 12: Resultado do teste Qui-Quadrado para todas as questões aditivas.

Questões analisadas	Questões 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12
Tipo de questões	Aditivas Aritméticas e Aditivas Algébricas

	Acerto (Decimais)	Não Acerto (Decimais)	Totais	X ² para haver associação	X ² > 3,841
Acerto (Naturais)	758	158	916	Resultado obtido	125,300
Não Acerto (Naturais)	78	100	178	Significância Estabelecida	P-valor <0,05
Totais	836	258	1094	Resultado obtido	<0,0001

Conclusão	Há associação estatística entre o acerto da escolha da operação com números naturais e o acerto da escolha da operação com números decimais
------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa.

O Quadro 13 mostra uma síntese do Teste Qui-Quadrado realizado com as questões aditivas analisadas anteriormente, em que fica evidente que em questões aditivas há a associação procurada para todos os tipos de questões, tanto em questões aritméticas quanto em questões algébricas.

Quadro 13: Síntese do Teste Qui-Quadrado realizado com as questões aditivas.

Questões	Tipo de questão	Qui-quadrado obtido ($X^2 > 3,841$)	Significância obtida ($P\text{-valor} < 0,5$)	Associação
1 e 4	Aditiva aritmética	20,120	<0,0001	Há associação
2 e 5	Aditiva aritmética	17,200	<0,0001	Há associação
3 e 6	Aditiva aritmética	8,773	0,0031	Há associação
7 e 10	Aditiva algébrica	35,890	<0,0001	Há associação
8 e 11	Aditiva algébrica	8,415	0,0037	Há associação
9 e 12	Aditiva algébrica	21,950	<0,0001	Há associação
1 a 6	Aditiva aritmética	48,990	<0,0001	Há associação
7 a 12	Aditiva algébrica	59,990	<0,0001	Há associação
1 a 12	Aditiva aritmética ou algébrica	125,300	<0,0001	Há associação

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme o objetivo traçado na pesquisa, com esses Testes Qui-Quadrados realizados, pode ser concluído que a escolha da operação em questões aditivas com números naturais está associada à escolha da operação em questões aditivas com números decimais, seja na relação individual das questões, na relação em questões aditivas aritméticas, na relação em questões aditivas algébricas ou em todas as relações aditivas estudadas.

Também, ao realizar uma comparação entre questões aditivas aritméticas e questões aditivas algébricas, pode ser percebida a diminuição de estabelecimentos de relações de acertos na escolha da operação das questões aritméticas (natural para decimal) para as questões algébricas (natural para decimal). Sem considerar as relações de escolha de operação entre naturais e decimais, os resultados dos estudos de Jucá (2014) e Santos (2017) já indicaram que há dificuldade maior em resolver questões do tipo algébrico em comparação às questões do tipo aritmético.

A menor dificuldade em resolver questões do tipo aritmético em relação às questões do tipo algébrico reforçam a ineficiência de resolução de questões matemáticas baseada diretamente nas palavras-chave. Essa situação já era observada em vários estudos descritos anteriormente, como Nesher e Teubal (1975), Bell, Swan e Taylor (1981), Justo (2004), Guimarães (2009), Moretti e Brandt (2014), Miranda (2014), Beck e Silva (2016) e Xin (2019).

Considerações finais

Ainda na Introdução, foram lembradas frases familiares aos professores que lecionam matemática na educação básica e que, nem sempre, as respostas dadas pelo professor satisfazem o estudante. Pois como compreender o uso de subtração em uma questão que indica que alguém ganhou? Nesse sentido, as noções de questões aritméticas e questões algébricas servem de embasamento para o professor explicar o motivo pelo qual algumas questões com o termo ‘ganhou’ são resolvidas com adição e outras com o mesmo termo ‘ganhou’ são resolvidas com subtração, por exemplo.

Diante dessa problemática, essa pesquisa analisou o teste aditivo aplicado aos estudantes do 6º ano de uma escola pública. Os resultados desse teste foram analisados estatisticamente pelo Teste Qui-Quadrado.

Diante da tese e do objetivo inicialmente firmados, pode ser estabelecido que na pesquisa realizada a tese foi comprovada e o objetivo foi atingido de forma satisfatória e, pois os dados obtidos pelos testes compostos por questões aditivas do tipo aritméticos e do tipo algébrico com números naturais e com números decimais, após processamento do Teste Qui-Quadrado, indicaram que há associação estatística entre a escolha da operação tanto em questões com números naturais como em questões com número decimais.

Como um resultado adjacente, pôde ser notado que há mais erros na escolha da operação em questões aditivas algébricas do que em questões aditivas aritméticas, esse resultado corrobora com os resultados das pesquisas de Jucá (2014) e Santos (2017).

Em relação aos resultados dos testes, há a necessidade de destacar que alguns estudantes deixaram algumas questões em branco, o que não

permitiu uma análise sobre erro e acerto visto que não há a possibilidade de compreender o motivo pelo qual determinada questão tenha ficado em branco, seja por não conseguir escolher a operação ou não querer responder à questão mesmo sabendo como o fazer. Assim, teria sido interessante voltar ao lócus de pesquisa para realizar uma entrevista com o estudante, mas tal oportunidade foi perdida devido à pandemia de covid-19.

Por fim, devido a pesquisa aqui relatada ter um resultado baseado em uma amostra que não permite a generalização do resultado. Estudos posteriores, com amostras maiores que envolvam escolas e estudantes de outros estados e regiões necessitam ser realizadas para que se possa afirmar ou não o resultado neste trabalho.

Referências

BARBETTA, P. A. **Estatística aplicada às Ciências Sociais**. 8^a. ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2012.

BECK, V. C.; SILVA, J. A. A busca por valor desconhecido em problemas aditivos: uma possibilidade de desenvolvimento do pensamento algébrico na alfabetização. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 64-85, 2016. Disponível em: <https://www.revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/3174>. Acesso em: 23 jul. 2020.

BELL, A.; FISCHBEIN, E.; GREER, B. Choice of operation in verbal arithmetic problems: the effects of number size, problem structure and context. **Educational Studies in Mathematics**, v. 15, p. 129–147, 1984. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00305893>. Acesso em: 20 ago. 2020.

BELL, A.; SWAN, M.; TAYLOR, G. Choice of operation in verbal problems with decimal numbers. **Educational studies in Mathematics**, v. 12, n. 4, p. 399-420, 1981. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%252FBF00308139>. Acesso em: 13 jul. 2020.

COSTA NETO, P. L. O. **Estatística**. 2^a. ed. São Paulo: Editora Blucher, 2002.

GOMES, R. Análise e interpretação de dados de pesquisa. In: DESLANDES, S. F.; GOMES, R.; MINAYO, M. C. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Vozes, 2009. p. 79-108.

GRAPHPAD SOFTWARE. P. L. **GraphPad**, 2020. Disponível em: <https://www.graphpad.com/guides/prism/8/user-guide/prism-lab-feature.htm>. Acesso em: 13 Mar 2020.

GUIMARÃES, S. D. Problemas de estrutura aditiva: análise da resolução de alunos de 3ª série do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 4, n. 1, p. 5-17, 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/13056>. Acesso em: 15 jul. 2020.

JUCA, R. S. **Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos aditivos e multiplicativos com os números decimais**. 2014. 283 f. Belém: Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2014. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2224044. Acesso em: 10 set. 2017.

JUSTO, J. C. R. **Mais. ou menos?.**: a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas. 2004. 131 f. Porto Alegre: Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/5552>. Acesso em: 12 jul. 2020.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística aplicada**. Tradução de Luciane Ferreira Pauleti Vianna. 4ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LEVINE, D. M. *et al.* **Estatística: teoria e aplicações**. Tradução de Teresa Cristina Padilha de Souza. 5ª. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

LOPES, T. B.; FELIX, A. P. N.; SÁ, P. F. A escolha da operação em questões multiplicativas aritméticas e em questões multiplicativas algébricas que envolvem números naturais e números decimais. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 10, n. 1, p. e22020–e22020, 2022. <https://doi.org/10.26571/reamec.v10i1.13540>.

MEYER, P. L. **Probabilidade: aplicações à estatística**. 2ª. ed. São Paulo: LTC, 1983.

MIRANDA, M. S. **Uma investigação sobre a (re)construção do conhecimento de professores participantes de um grupo que estuda o campo conceitual aditivo**. 2014. f. São Paulo: Dissertação (Mestrado) - Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://repositorio.pgskroton.com.br/bitstream/123456789/3621/1/Mirtes%20de%20Souza%20Miranda.pdf>. Acesso em: 21 ago. 2020.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Dificuldades na resolução de problemas aditivos a uma operação: ponto de encontro esclarecedor à luz da noção de congruência semântica. *Acta Scientiae*, v. 16, n. 3, p. 553-577, 2014. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1173>. Acesso em: 15 jul. 2020.

NESHER, P.; TEUBAL, E. Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, v. 6, p. 41-51, 1975. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00590023>. Acesso em: 15 jun. 2020.

PEREIRA, F. F.; DONEZE, I. S.; PANSANATO, L. T. E. Números Inteiros e Decimais: uma abordagem dos conteúdos de matemática por meio de um jogo frente às dificuldades do cenário tecnológico da Educação Básica. *Revista Prática Docente*, Confresa, v. 3, n. 2, p. 386-405, 2018. <https://doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2018.v3.n2.p386-405.id231>.

PREDIGER, S. "...Because 'of' is always minus...": students explaining their choice of operations in multiplicative words problems with fractions. In: TZEKAKI, Marianna; KALDRIMIDOU, Maria; SAKONIDIS, Haralambos (Org.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Thessaloniki, Greece: [s.n.], v. 4, 2009. p. 401-408. Disponível em: https://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/09-Prediger_PME-choice-of-operation.pdf. Acesso em: 12 jul. 2020.

SÁ, P. F. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do**

pensamento linear. 2003. 203 f. Natal: Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2003.

SÁ, P. F.; FOSSA, J. A. Uma distinção entre problemas aritméticos e algébricos. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 33, n. 12, p. 253-278, dez. 2008. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/3936>. Acesso em: 10 maio 2018.

SÁ, P. F.; FOSSA, J. A. Arithmetic word problems and algebra word problems. **Estudos em Educação Matemática**, v. 5, n. 1, p. 38-53, 2012. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/113>. Acesso em: 9 jun. 2020.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, P. B. **Metodologia de Pesquisa**. 5ª. ed. Porto Alegre: McGraw-Hill, 2013.

SANTOS, R. V. **O ensino de problemas envolvendo as quatro operações fundamentais com números naturais**. 2017. 393 f. Belém: Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

VIEIRA, S. **Introdução à bioestatística**. 4ª. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

XIN, Y. P. The effect of a conceptual model-based approach on ‘additive’ word problem solving of elementary students struggling in mathematics. **ZDM**, v. 51, n. 1, p. 139-150, 2019. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11858-018-1002-9>. Acesso em: 19 jul. 2020.

Recebimento em: 04/04/2022.

Aceite em: 20/08/2023.