Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática

Mathematical whys in the Revista do Professor de Matemática

Jeferson Gomes MORIEL JUNIOR[1]
Gladys Denise WIELEWSKI[2]

Resumo

Este trabalho apresenta um estado da arte sobre por quês matemáticos da educação básica publicados em artigos da Revista do Professor de Matemática. Foram investigadas as 70 edições publicadas entre 1982 e 2009, distribuídas em CD oficial. A seleção e classificação das questões se basearam nos conceitos de Sérgio Lorenzato e nos de Edson Barbosa. Os resultados mostram 34 *por quês* e respectivas respostas, predominando questões de áreas que professores mais precisam de formação segundo a literatura, tanto em relação à natureza dos *Por quês?* – tipo Conceitual –, quanto em termos de conteúdo matemático – Aritmética. Assim, este mapeamento é uma sistematização útil para contribuir para a qualificação docente.

Palavras-chave: *Por quês* Matemáticos. Revista do Professor de Matemática. Estado da Arte.

Abstract

This paper presents a state of the art about mathematical whys of education in articles published in the Revista do Professor de Matemática. We investigated all 70 editions (1982 to 2009) distributed on official CD. The selection and classification of the questions were based on the concepts of Sergio Lorenzato and Edson Barbosa. The survey results show that found 34 whys and answers, predominating questions of areas that teachers need more training, according to the literature, both in relation to the nature of the Whys? - Conceptual kind - as in terms of mathematical content - Arithmetic. Thus, this mapping is a useful tool for teaching qualification.

Keywords: Mathematical Whys. Journal of Mathematics Teacher. State of the Art.

---

1 Docente de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT e Doutorando em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT / REAMEC. Endereço: Av. São Sebastião, n. 3254, apto.14, Santa Helena, Cuiabá-MT. CEP 78045-000. Tel.: (65) 8112-1100. E-mail: <jeferson.moriel@cba.ifmt.edu.br>.

2 Pós-Doutora em História da Educação Matemática, Orientadora de Doutorado em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT / REAMEC, Orientadora de Mestrado em Educação da UFMT e Docente do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT em Cuiabá. Endereço: Rua 45, nº 540, Bairro Boa Esperança, Cuiabá-MT. CEP 78068-495. Tel. (65) 3664-1989. E-mail: <gladysdw@brturbo.com.br>.

Introdução

Uma maneira de o estudante expor seu interesse e curiosidade em sala de aula é fazendo perguntas. Questionamentos muito particulares ocorrem por meio de *por quês matemáticos*, como: *Por que mais com menos dá menos* na multiplicação? *Por que* tem que *passar pra lá, invertendo o sinal* numa equação? *Por que vai um* na multiplicação?

Saber lidar com este tipo de situação escolar é fundamental para o professor e as respostas destas questões podem colaborar para favorecer a compreensão do conteúdo, indicar ao professor o que deve ser revisto em sala de aula, dar pistas sobre o desenvolvimento cognitivo dos alunos, mostrar os interesses dos alunos e oferecer ao professor oportunidade de aumentar a admiração e confiança sobre ele junto aos estudantes (LORENZATO, 2006). Permite ao jovem ver a Matemática como uma atividade humana e, assim, aumentar sua compreensão sobre humanidade (COPES; KAHAN, 2006). Respostas adequadas também podem contribuir para uma mudança na visão dos alunos sobre a matéria, ao perceberem que ela não se restringe a fórmulas ou regras prontas que precisam ser decoradas.

Lorenzato (1993, p. 73) ainda ressalta que “[...] cabe ao professor não só conhecer a resposta correta, isto é, o PORQUÊ, como também saber ensiná-la”. Isto implica a necessidade de que o professor desenvolva conhecimento que lhe permita lidar com tais situações, presentes na educação básica.

A produção científica sobre *por quês matemáticos* ligados à educação básica já existe há décadas, tanto explicitamente (ANGELO, 2007; ANGELO, DOS SANTOS; MELÃO, 2009; ARCAVI; BRUCKHEIMER, 1981; BARBOSA, 2011; CHENG, 2004; LIMA, 1982, 2000; LORENZATO, 1993; NOBRE, 1996; LIMA, 2000; CHENG, 2004; MOREIRA, 2004; MORETTI, 2006; MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011; NOBRE, 1996; PURITZ, 2005), quanto implicitamente (COURANT; ROBBINS, 1996; KLINE, 1976; POMMER, 2010; WU, 2007), muito embora não seja possível precisar quando ela tenha começado. Na literatura internacional, por exemplo, podemos citar o artigo de 40 anos atrás, intitulado *Fourteen different strategies for multiplication of integers or Why (– 1). (– 1) = + 1* (PETERSON, 1972).

Há indicativos de que muitos professores desconhecem respostas para este tipo de pergunta. O abrangente estudo realizado por Lorenzato (1993) com 1700 professores de nove países sobre 100 questionamentos matemáticos de alunos (chamados aqui de *Por quês?*) e as respostas dos professores (ora indicados como *Porquês!*), concluiu que: a) os professores responderam corretamente apenas 5% dos *Por quês?*; e b) discussões sobre esta temática normalmente não estão presentes nos cursos de formação de professores. Estudos com formandos em Licenciatura em Matemática também têm evidenciado deficiências (ANGELO, 2007; ANGELO, DOS SANTOS; MELÃO, 2009; MOREIRA, 2004).

Um passo importante para superar tal problema é a elaboração de um inventário de *Por quês?* e, principalmente, de suas respostas visando a socialização em cursos de formação de professores. Trata-se de enfrentar o desafio

> [...] de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito, de dedicar cada vez mais atenção a um número considerável de pesquisas realizadas de difícil acesso, de dar conta de determinado saber que se avoluma cada vez mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade. (FERREIRA, 2002, p. 259).

Para contribuir neste sentido, o objetivo do artigo é inventariar e analisar os *por quês matemáticos da educação básica* discutidos explicitamente em artigos publicados na Revista do Professor de Matemática (RPM).

Esta pesquisa é um estado da arte por mapear e discutir certa produção acadêmica sobre o tema (*por quês matemáticos*), tentando responder quais aspectos e dimensões vêm sendo focalizados e privilegiados em publicações do periódico investigado (FERREIRA, 2002). A fonte de dados é o conjunto das primeiras 70 edições da RPM disponibilizadas em CD oficial, publicadas no período de 1982 a 2009. O mapeamento e a caracterização do conhecimento sobre o tema foi feito por meio da análise das produções que tratam de *por quês matemáticos*, dispersas em inúmeras edições do periódico.

O presente trabalho é relevante por ajudar a suprir a falta de levantamentos sistemáticos sobre o tema e pelos resultados serem passíveis de uso na preparação docente e no campo da pesquisa em Educação Matemática. Esse estudo faz parte da pesquisa de doutorado que o autor está desenvolvendo sobre o assunto.

Encaminhamento Metodológico

É comum em pesquisas do tipo *estado da arte* a investigação de dissertações, teses, anais de eventos, além de publicações em periódicos (FERREIRA, 2002). A escolha da Revista do Professor de Matemática como fonte de informação se deu por dois motivos. O primeiro se refere à relevância para a formação docente, uma vez que tal periódico é voltado para professores que ensinam Matemática na educação básica e para licenciandos, cujos artigos abordam temas de nível elementar ou avançado, experiências em sala de aula, problemas que suscitam questões pouco conhecidas, novas abordagens de assuntos conhecidos, dentre outros tópicos (como descrito no *site* do periódico). O segundo motivo é que tal periódico foi referencial teórico em estudo realizado anteriormente pelos autores deste texto, para discutir "[...] por que menos um vezes menos um resulta mais um?" (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011).

Para localizar os artigos que continham o objeto em questão, pesquisou-se digitalmente no CD oficial da Revista utilizando a palavra-chave *por que*. Em seguida, foram realizadas leituras sucessivas de todo o material encontrado para obter as informações necessárias e fomentar análises, como preconizam Salvador (1986), Lima e Mioto (2007) e Fiorentini e Lorenzato (2006).

A busca resultou em 177 artigos, nos quais se fez uma leitura rápida para extrair informações gerais, como: trecho em que aparece o *por que*, título, seção, autor (es) e a edição da revista. Vale destacar que os números das páginas não serão apresentados neste artigo, tendo em vista que eles não estavam presentes em nossa fonte de dados (o CD). Em seguida, uma leitura exploratória e seletiva de cada artigo foi feita para verificar sua adequação, relevância e pertinência em relação ao propósito da pesquisa. A seleção e a classificação dos *por quês matemáticos* foram construídas a partir das ideias de Lorenzato (1993) e Barbosa (2011), conforme descrito a seguir.

Para Lorenzato (1993), *por quê matemático* significa procedimento matemático ou resultado. Em consonância e de modo mais detalhado, Barbosa (2011, p. 5) o define como "[...] uma pergunta ou questionamento relacionado a algum procedimento matemático ou sobre seu significado" e considera o *porque* como "[...] uma resposta correta ao por que em situação de ensino", sendo que o termo *correto* se refere a "[...] uma justificativa legítima ao por que, à medida que procura estabelecer uma interação produtiva em situação de ensino" (BARBOSA, 2011, p. 5).

Nesta perspectiva, para constituir o *material de análise* foram selecionados somente os artigos com perguntas explícitas em forma de *por quê* sobre procedimentos ou significados matemáticos da educação básica, com as respectivas respostas. No quadro a seguir exemplificamos os tipos excluídos.

Quadro 1 - Exemplificação de casos excluídos e respectivas categorias

Categoria	Trecho do Artigo	Título do artigo (Edição da Revista)
Afirmação	Calculá-las eu sabia, mas como usá-las, quando usá-las, e principalmente por que usar uma e não as outras, eu nunca soube.	As médias nunca explicadas (e outras medidas de posição) (Ed. 13)
	Significa que a nossa série situa-se no limite entre a convergência e a divergência da função zeta e é precisamente essa condição que explica porque a divergência da série é tão lenta.	A surpreendente série harmônica (Ed. 42)
Aplicação extramatemática	Por que o comércio adota descontos na faixa de 10 a 60% nas liquidações?	A metodologia *Resolução de Problemas* (Ed. 18)
	Por que se fazem pesquisas estatísticas? Por que um mapa aparece junto à planta?	A Matemática de jornais e revistas (Ed. 20)
	Por que as antenas são parabólicas?	Por que as antenas são parabólicas? (Ed. 33)
Curiosidade	Por que não existe prêmio Nobel para a Matemática?	Por que não existe prêmio Nobel para a Matemática? (Ed. 40)
	Por que 13 é associado a azar?	13 (Ed. 13)
Ensino	Por que não ensinamos Cálculo na escola de 2° grau?	O ensino de Cálculo no 2° grau (Ed. 18)
	Por que o ensino da Matemática vai tão mal?	Sobre o ensino de matemática (Ed. 28)
Desafio proposto	15.873 x 5 = 79.365 e 79.365 x 7 = 555.555. Por quê?	Problemas (Ed. 36)
História	Se a ideia heliocêntrica já havia ocorrido a Aristarco – chamado *o Copérnico da Antiguidade* – por que então a fama ficou com Copérnico?	Geometria e astronomia (Ed. 13)
Matemática superior	Por que surgem paradoxos [de Russel e Cantor]?	Cantor e a teoria dos conjuntos (Ed. 43)
Outros	Por que, no caso do medidor de energia elétrica, os sentidos de rotação dos ponteiros são alternadamente para a direita e para a esquerda?	Como é feita sua conta de luz e de água (Ed. 19)

Fonte: Dados organizados pelos autores a partir da Revista do Professor de Matemática.

Vale destacar dois casos que não foram analisados, pelo vínculo com ensino superior, ao invés da educação básica. Um deles questiona *Por que surgem paradoxos de Russel e Cantor?* (Edição 43) e o outro, *Por que funciona certo método de divisão de um círculo em partes iguais* (Edição 17), algo que envolvia o cálculo de derivadas.

Após a seleção, os dados foram classificados com base nas categorias propostas por Lorenzato (1993) segundo a natureza da resposta (conceitual, convencional, etimológico e histórico).

Quanto à natureza, definiu-se aqui um *por quê matemático* como:

- Conceitual, quando a resposta apresentada é centrada em um ou mais conceitos matemáticos. Lorenzato (1993, p. 74) exemplifica este tipo com a pergunta *Por que π vale 3,14?*, pois sua resposta correta é centrada no conceito de PI: "Por que π é o quociente da circunferência pelo seu diâmetro, apesar de faltar rigor matemático na linguagem".
- Convencional, se a resposta argumenta estritamente em favor de um padrão (ou regra) estabelecido, aceito e obedecido sobre determinado assunto, consolidado pelo uso ou pela prática. Podemos ilustrar com o *Por que 2+3 * 4 é igual a 14 e não 20?*, cuja explicação se pauta na Regra da Ordem das Operações que estabelece que a multiplicação (ou divisão) tem prioridade sobre a adição (ou subtração) (MORETTI, 2006; WU, 2007).
- Etimológico, se a resposta é centrada na origem e evolução das palavras, como é o caso do *Por que Z é o símbolo do conjunto dos números inteiros?* Tal símbolo tem origem na palavra alemã Zahl que significa número, originado da Teoria dos Conjuntos (POMMER, 2010).
- Histórico, quando a resposta for "[...] erguida em memória de acontecimento importante na história" (HOUAISS, 2001), digna de ser lembrada. Este tipo se exemplifica com a questão *Por que o nome Teorema de Pitágoras?*, cuja resposta apresentada se baseia no passado:

> [...] embora este teorema esteja eternamente associado a Pitágoras, ele já era usado pelos chineses e babilônios mil anos antes. Contudo, estas culturas não sabiam que o teorema era verdadeiro para todos os triângulos retângulos. Era verdadeiro para os triângulos que tinham testado, mas eles não tinham meios de demonstrar que era verdadeiro para todos os triângulos que ainda não tinham testado. O motivo pelo qual o teorema leva o nome de Pitágoras é que foi ele o primeiro a demonstrar esta verdade universal. (SINGH, 2002, p. 40).

A classificação quanto à natureza ocorreu com base exclusivamente na resposta apresentada no respectivo artigo da revista, pois se sabe que pode haver outras perspectivas de *Porque!* para uma mesma questão (MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011).

Resultados

Diante dos critérios de seleção e classificação apresentados, o *material de análise* se restringiu a 34 questões consideradas *por quês matemáticos explícitos da educação básica*, as quais foram classificadas segundo sua natureza, o conteúdo matemático envolvido, edição e nome do artigo/seção (Quadro 2).

Quadro 2 - Inventário dos por quês matemáticos encontrados na Revista do Professor de Matemática

	Por quê matemático	Natureza do por quê?	Conteúdo matemático	Edição	Artigo/Seção
1.	O mesmo professor ou autor pode, em diferentes circunstâncias, escrever 0 $\in$ N ou 0 $\notin$ N. [...] Por que essas preferências?	Convencional	Conjunto numérico	01	Conceitos e Controvérsias: Zero é um número natural?
2.	Por que (-1)(-1) = 1?	Conceitual	Operações elementares	01	Conceitos e Controvérsias: Por que (–1)(–1) = 1?
3.	Por que então a escolha de um número tão estranho [o número e] como base de logaritmos?	Conceitual	Logaritmos	02	Conceitos e Controvérsias: O número **e**: Por quê?
4.	Por que (-1)(-1) = 1 (Continuação)	Conceitual	Operações elementares	03	O leitor pergunta
5.	Por que raiz cúbica de 10 é irracional?	Conceitual	Radiciação	05	O leitor pergunta
6.	Por que [são chamadas de] elipse, parábola e hipérbole?	Etimológico	Geometria	07	Por que elipse, parábola e hipérbole?
7.	[Por que dos] nomes das funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, etc.)?	Etimológico	Trigonometria	08	Conceitos e Controvérsias: De onde vêm os nomes das funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, etc.)? E por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?

	Por quê matemático	Natureza do por quê?	Conteúdo matemático	Edição	Artigo/Seção
8.	E por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?	Convencional	Trigonometria	08	Conceitos e Controvérsias: De onde vêm os nomes das funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, etc)? E por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?
9.	Por que o resto deve ser positivo?	Conceitual	Operações elementares	08	Sobre o Processo de Divisão de Inteiros
10.	Sabemos que basta olhar para o último algarismo de um número natural para saber se ele é ou não divisível por 2. Por que isto é verdade?	Conceitual	Divisibilidade	10	Restos, congruência e divisibilidade
11.	Por que funciona[m os critérios de divisibilidade para números primos de 7 a 100]?	Conceitual	Divisibilidade	12	Outros Critérios de Divisibilidade
12.	1) Por que [a prova dos nove] funciona? 2) Por que prova dos noves e não dos setes, dos onzes ou dos quinzes? 3) Por que, às vezes, ela falha?	Conceitual	Operações elementares	14	A prova dos nove
13.	Por que uma regra de três simples dá o valor verdadeiro de x?	Conceitual	Álgebra	15	A regra da falsa posição
14.	Por que são assim chamados e qual a razão de serem apenas cinco os poliedros regulares?	Histórico	Geometria	15	Poliedros de Platão
15.	Por quê $3^0 = 1$?	Convencional	Potenciação	15	Cartas do leitor
16.	Por que não provam [que $3^0 = 1$]?	Convencional	Potenciação	16	Cartas do leitor: Ponto de encontro
17.	Por que Z [é o símbolo do conjunto dos números inteiros]?	Etimológico	Conjunto numérico	21	Problemas

	Por quê matemático	Natureza do por quê?	Conteúdo matemático	Edição	Artigo/Seção
18.	Por que definições diferentes [para raiz quadrada, de números reais e de números complexos]?	Conceitual	Radiciação	25	O leitor pergunta
19.	Por que funciona esse método [de calcular raiz cúbica usando a raiz quadrada da calculadora]?	Conceitual	Radiciação	26	Vamos usar calculadora
20.	Por que um número de 6 algarismos, da forma ABC ABC, é divisível por 7?	Conceitual	Divisibilidade	27	De volta ao magicálculo
21.	Sempre medimos ângulos e arcos em graus.Por que, de repente, no 2. grau, resolvemos medir arcos em radianos?...e, fora da trigonometria, continuamos usando graus?	Conceitual	Trigonometria	30	Seno de 30 é um meio?
22.	Racionalizar, por quê?	Convencional	Radiciação	30	Cartas do leitor
23.	Por que isso [o método gráfico para fazer cálculos, chamado nomograma] funciona?	Conceitual	Operações elementares	32	Nomogramas: Calculadoras de papel
24.	Tudo o que temos a fazer é dividir o numerador pelo denominador, sem parar no resto inteiro. Por exemplo, em 3/4, dividindo-se 3 por 4, obtém-se 0,75. Por que ele funciona?	Conceitual	Frações	34	Frações: da forma fracionária à decimal
25.	Por que 0! = 1?	Convencional	Fatorial	37	Cartas do leitor
26.	Por que esse número é representado pela letra “e”?	Convencional	Números	46	O leitor pergunta
27.	Por que a palavra AVOS para denominadores maiores do que10?	Etimológico	Frações	47	O leitor pergunta
28.	Por que não considerar 1 como primo?	Convencional	Números	47	Os primos esquecidos

	Por quê matemático	Natureza do por quê?	Conteúdo matemático	Edição	Artigo/Seção
29.	Por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?	Convencional	Trigonometria	53	O leitor pergunta
30.	Por que o método [de decompor um inteiro positivo em números de Fibonacci] funciona?	Conceitual	Números	53	Números de Fibonacci e representação de números inteiros positivos
31.	Por que um mesmo quadrilátero pode parecer na literatura matemática com definições diferentes?	Convencional	Geometria	55	As diferentes definições de quadriláteros notáveis
32.	Por que funciona [o método para divisibilidade por 7]?	Conceitual	Divisibilidade	61	Painéis. De novo: divisibilidade por 7
33.	Por que o método [de calcular raízes quadradas] funciona?	Conceitual	Radiciação	62	Aproximando raízes quadradas elevando ao quadrado
34.	Por que os números naturais que possuem apenas dois divisores naturais são chamados primos?	Etimológico	Números	66	O leitor pergunta

Fonte: Dados organizados pelos autores a partir da Revista do Professor de Matemática.

A discussão a seguir é realizada utilizando três categorias, as quais versam sobre: a natureza do *por quê*, o conteúdo matemático envolvido e autores que mais publicaram por quês na RPM. Esta opção se fez necessária em virtude da grande quantidade de dados que tornou inviável apresentar neste texto a análise de todos os *Por quês?* com os respectivos *Porquês!*

Quanto aos resultados predominantes, adianta-se que em relação à natureza dos *por quês* foram encontrados na revista todos os tipos apontados no estudo de Lorenzato (1993), havendo predominância do tipo Conceitual (53%). Em relação ao conteúdo matemático, houve predomínio da Aritmética (76%). E o autor com mais publicações sobre o tema foi Prof. Dr. Elon Lages Lima com a discussão de seis *por quês*.

Em relação à natureza dos *Por quês*?

A classificação de cada *por quê* quanto à sua natureza seguiu os critérios apresentados na Seção 2 e é exemplificada a seguir, visando dar maior clareza e confiabilidade aos resultados:

- *Tipo conceitual.* A resposta apresentada na Edição 10 para a questão *Sabemos que basta olhar para o último algarismo de um número natural para saber se ele é ou não divisível por 2. Por que isto é verdade?* utiliza conceitos matemáticos de resto, congruência e divisibilidade.

- *Tipo convencional.* Na 1ª Edição da RPM questiona-se o *por quê* de um professor (ou autor) ora incluir o zero no conjunto dos números naturais e ora não incluí-lo. A resposta de Elon Lages Lima é que tal decisão se pauta no critério da conveniência. A Álgebra focaliza o estudo das operações, assim, é mais apropriado que o zero seja natural, pois ele será o elemento neutro da adição e permitirá que a diferença $x – y$ seja uma operação em N para todo $x \geq y$, facilitando a vida do matemático e evitando algumas exceções. Em Análise estipula-se que N = {1, 2, 3, ...}, pois os números naturais são usados como índices dos termos de uma sequência cujo primeiro termo é indicado por x_1, o segundo por x_2 e o n-ésimo termo por x_n. Caso o zero fosse considerado, o primeiro termo seria x_0, o segundo seria x_1 e o n-ésimo denotado por x_{n-1}, criando uma discrepância.

- *Tipo etimológico*. O *Por que dos nomes das funções trigonométricas (seno, cosseno, tangente, etc)?* é respondido na RPM 8 a partir da origem da palavra seno, que vem do latim *sinus*. Acreditava-se que o significado da mesma fosse seio, volta ou curva, como inclusive expressa o gráfico da função. Mas, *sinus* é a tradução latina da palavra árabe *jaib*, que significa dobra, bolso ou prega de uma vestimenta, algo desconexo com o conceito matemático em questão, mas sim,

> [...] trata-se de uma tradução defeituosa, que infelizmente durou até hoje. A palavra árabe adequada, a que deveria ser traduzida seria *jiba*, em vez de *jaib*. *Jiba* significa a corda de um arco (de caça ou de guerra). Uma explicação para esse erro é proposta por A. Aaboe (Episódios da História Antiga da Matemática, p. 139): em árabe, como em hebraico, é frequente escreverem-se apenas as consoantes das palavras; o leitor se encarrega de completar as vogais. Além de *jiba* e *jaib* terem as mesmas consoantes, a primeira dessas

palavras era pouco comum, pois tinha sido trazida da Índia e pertencia ao idioma Sânscrito.[3]

- *Tipo histórico*. A questão *Por que os Poliedros de Platão são assim chamados?*, extraída da Edição 15 da RPM, não tem explicação na etimologia, mas é baseada em fatos do passado:

> [...] são chamados sólidos platônicos devido à maneira pela qual Platão os aplicou à explicação de fenômenos científicos. [...] Platão relacionou os elementos com os quatro poliedros regulares da seguinte maneira: fogo – tetraedro; terra – cubo; ar – octaedro; água – icosaedro. [...] Para incluir o quinto sólido regular (dodecaedro), Platão fê-lo símbolo do Universo.[4]

A análise dos dados indicou que a maioria dos *por quês* são do tipo Conceitual, seguido pelo Convencional, Etimológico e por último o Histórico (Tabela 1). Assim, percebe-se que predominam na RPM questões cujas respostas envolvem um ou mais conceitos matemáticos, exatamente o mesmo tipo que Lorenzato (1993) encontrou maior deficiência dos professores. Este estudo feito com 1700 professores evidenciou que das questões não respondidas ou respondidas incorretamente, 72% exigia o conhecimento de conceitos matemáticos.

Tabela 1 - Natureza de por quês matemáticos discutidos na RPM (1982 a 2009)

Natureza do por quê matemático	Quantidade (Percentual)
Conceitual	18 (53%)
Convencional	10 (29%)
Etimológico	5 (15%)
Histórico	1 (3%)
Total geral	**34 (100%)**

Supostamente, este tipo de questão – conceitual – não deveria ser a mais crítica, visto que há carga horária significativa de disciplinas matemáticas durante a graduação. Entretanto, isto pode ocorrer porque os problemas de

3 Resposta dada por Elon Lages Lima na Seção *Conceitos e Controvérsias* da Edição 8 da Revista do Professor de Matemática, cujo ano e número de página não são apresentados no CD analisado.

4 Trecho do artigo *Poliedros de Platão* da Edição 15 da Revista do Professor de Matemática, escrito por Nelma Maria Duarte Pedone, cujo ano e número de página não são apresentados no CD analisado.

cunho matemático que os professores enfrentam ao ensinar em sala de aula da educação básica são diferentes dos estudados em sua Licenciatura, segundo Bicudo e Garnica (2001), Castro (2006), Fiorentini (2003), Francisco (2009), Linardi (2006), Lins (2004), Moreira e David (2005) e Yee (2006). A literatura denuncia que o tratamento dado à Matemática escolar em disciplinas da Licenciatura tem sido em forma de uma clássica revisão (SBEM, 2003) e que, na maioria dos casos, visa *nivelar* o licenciando para que ele acompanhe a Matemática *superior* (NACARATO; PASSOS, 2007). Tal abordagem foi encontrada em 73 ementas de disciplinas que tratavam de conteúdos de Matemática escolar, de 16 cursos de Licenciatura em Matemática distribuídos pelas cinco regiões do Brasil (SANTOS, 2005). A análise detalhada de seis Projetos Pedagógicos de Licenciaturas em Matemática no estado do Paraná, feita em Moriel Junior (2011), detectou que a maioria tinha uma disciplina no primeiro ano letivo para tal finalidade.

Um aspecto muito importante a ser destacado é que a RPM possui algumas seções que recebem e discutem dúvidas enviadas por leitores (professores, futuros professores ou interessados pelo tema). Estas seções são *Conceitos e controvérsias*, *O leitor pergunta*, *Cartas do leitor* e *Problemas*. Nelas está metade dos *por quês* encontrados (17 questões), classificados conforme Tabela 2.

Tabela 2 - Por quês matemáticos discutidos nas Seções que recebem dúvidas/sugestões de leitores (Conceitos e controvérsias, O leitor pergunta, Cartas do leitor e Problemas) (1982 a 2009)

Natureza do por quê matemático	Quantidade (Percentual)	Edição da RPM
Convencional	8 (47%)	01, 08, 15, 16, 30, 37, 46, 53
Conceitual	5 (29%)	01, 02, 03, 05, 25
Etimológico	4 (24%)	08, 21, 47, 66
Histórico	- (0%)	-
Total geral	**17 (100%)**	

Dentro deste conjunto, verificou-se que foi predominante o tipo Convencional (47%), em detrimento do Conceitual (29%). Algo diferente do que vimos no cenário geral da revista (Tabela 2), no qual havia maior ênfase no Conceitual (53%) em relação ao Convencional (29%). Um exemplo deste tipo de dúvida está na Edição 46, uma professora de Tocantins pergunta: Qual a origem do número *neperiano* e? *Por que esse número é representado pela letra e?* O nome *neperiano* é uma homenagem a John Napier?. Para esclarecimento, *e* é conhecido como número de Leonard Euler e não de Napier. Outros exemplos são *Por que 1 não é número primo?* e *Por que 3^0 é igual a 1* e *Por que 0! = 1?,* este último enviado por um licenciando em Matemática.

Este resultado indica que entre os professores e licenciandos que enviaram questões à RPM existe uma preocupação maior em relação a como explicar aos estudantes a escolha de certos padrões ou regras convencionadas em Matemática. Esta preocupação parece ser recorrente, uma vez que os professores do estudo de Lorenzato (1993) consideraram difíceis os *por quês* envolvendo conhecimento de convenção matemática, etimologia ou história da Matemática. Assim, a dificuldade evidenciada pela literatura pode ser percebida na RPM, pois houve a maior ênfase de questões Convencionais no grupo dos (futuros) professores que submeteram perguntas. Na medida em que as respectivas respostas foram apresentadas, pode-se dizer que a revista pode contribuir de alguma forma para superar a dificuldade em questão.

Outro aspecto que legitima a existência de dúvidas deste tipo é que em cursos de Licenciatura muitos destes conceitos da educação básica são tomados por convenção simplesmente, entretanto é provável que e este tipo de resposta pouco contribua para a preparação docente e se ela "[...] fosse dada a um aluno de 6ª série, ele a aceitaria apenas pelo fato de que é o professor que diz e, então, com certeza é uma resposta válida" (ANGELO; DOS SANTOS; MELÃO, 2009, p. 50).

Sabe-se que normas ou princípios orientam todo trabalho intelectual da humanidade. Pommer (2010) esclarece que, em geral, na Matemática as escolhas convenientes de novas definições, regras ou leis são feitas segundo o princípio de extensão que procura "[...] adequar as definições antigas ou precedentes, com o dispêndio da mínima quantidade de energia mental ou de pensamento, abarcando assim o caminho mais rápido e curto" (POMMER, 2010, p. 3). Ao tratar das regras de sinais para o conjunto dos números inteiros, por exemplo, este princípio é traduzido como Teorema de Hankel, que consiste em preservar as leis formais já estabelecidas anteriormente. "É importante que os alunos do ciclo básico saibam que tais regras não foram simplesmente inventadas, mas decorrem da necessidade de manter coerência nos princípios ou fundamentos da Matemática" (POMMER, 2010, p. 3). Neste sentido, Moriel Junior e Wielewski (2011, p. 10) ainda complementam que a regra de sinais "[...] é uma convenção criada pela mente humana para não gerar um caos nas operações aritméticas elementares, pois se não fosse assim, por exemplo, a conta –1 vezes 0 daria –2 e 0, simultaneamente", uma vez que

> [...] a regra (–1)(–1) = +1 a qual estabelecemos para reger a multiplicação de números inteiros negativos é uma

> consequência de nosso desejo de preservar a lei distributiva $a(b + c) = ab + ac$. Pois se tivéssemos estabelecido que $(-1)(-1) = -1$, então, fazendo $a = -1$, $b = 1$, $c = -1$, nós deveríamos ter $-1.(1-1) = -1 -1 = -2$, enquanto por outro lado nós realmente temos $-1.(1-1) = -1.0 = 0$. (COURANT; ROBBINS, 1996, p. 55, tradução nossa).

Logo, a discussão sobre os motivos que levaram certo grupo (os matemáticos) a estabelecer, aceitar e usar um padrão (ou regra) sobre determinado assunto – a convenção – pode ocorrer de forma compreensível para os estudantes de modo que eles percebam a Matemática como sendo histórica e humanizada (COPES; KAHAN, 2006; NOBRE, 1996) e aprendam aspectos da sua estrutura (MOREIRA, 2004). Para isso é preciso uma preparação docente que envolva estudo sistemático de diversos *por quês*, incluindo sobre ordem das operações (WU, 2007), regras de sinais (ALVES; MAIA, 2012; ANGELO, 2007; ARCAVI; BRUCKHEIMER, 1981; MORETTI, 2006; POMMER, 2010) e operações com frações (LIMA, 2000; PURITZ, 2005), para citar somente alguns exemplos.

Quanto ao conteúdo matemático

A maioria dos *Por quês?* está ligada à Aritmética (76%), seguida por Trigonometria, Geometria e Álgebra, conforme Tabela 3. Esta área de conteúdo mais enfatizada na RPM é a mesma apontada por diversos estudos como sendo crítica. O estudo de Lorenzato (1993) indica que 90% dos *Por quês?* que não foram respondidos por professores, ou o foram incorretamente, se referiam à Aritmética e Álgebra. A investigação de Moreira (2004) indicou que todos os 42 ingressantes e 83% dos 24 formandos de um curso de Licenciatura em Matemática respondiam insatisfatoriamente a um *por quê* ligado à adição e multiplicação de números racionais. Angelo (2007) aponta que 78% dos 46 ingressantes responderam insatisfatoriamente ao *por quê* sobre regra de sinais para multiplicação de números inteiros, mesmo após terem discutido em uma disciplina diversas perspectivas de resposta: histórica, baseada em Medeiros e Medeiros (1992); concreta, baseada em Kline (1976); formal, baseada no Teorema de Hankel (COURANT; ROBBINS, 1996; MORETTI, 2006; SILVA, 2000); e lúdica, baseada em Rabelo e Lorenzato(1994). Esta mesma pergunta foi feita a nove licenciandos por Angelo, dos Santos e Melão (2009) e os resultados também indicaram deficiência, embora tenham sido mais promissores (somente três inadequadas).

Tabela 3 - Conteúdo principal dos por quês matemáticos discutidos na RPM (1982 a 2009)

Conteúdo do por quê matemático	Quantidade (Percentual)
Conjunto numérico, números e divisibilidade	10 (29%)
Outras operações (Potenciação, Radiciação e Logaritmos)	9 (26%)
Operações matemáticas elementares e frações	7 (21%)
Trigonometria	4 (12%)
Geometria	3 (9%)
Álgebra	1 (3%)
Total geral	**34 (100%)**

Vale destacar que no conjunto de *por quês* encontrados nas seções da Revista que *conversam* com os leitores, já mencionadas, também houve predomínio da Aritmética, conforme se vê dentre os tópicos encontrados: Conjunto numérico e número (4), Operações matemáticas elementares (2), Radiciação (3), Potenciação (2), Frações (1), Fatorial (1), Trigonometria (3) e Logaritmos (1). Percebe-se que as dúvidas que professores e licenciandos buscaram e para as quais conseguiram respostas na RPM são, predominantemente, da mesma área matemática apontada como mais crítica por estudos, a Aritmética, como citado anteriormente.

Autores que publicaram mais de um *Por quê?*

Destaca-se o doutor em Matemática Elon Lages Lima e a autora Renate Gompertz Watanabe (Tabela 4). Este autor publicou o livro *Meu professor de Matemática* (LIMA, 2000), incluindo estas e outras questões por ele discutidas na Seção Conceitos e Controvérsias da revista (por exemplo, *Qual o valor de 0^0?* e *O que é o número π?).*

Tabela 4 - Autores que publicaram mais do que um *por quê* matemático na Revista do Professor de Matemática (1982 a 2009)

Autor	Quantidade	Edição da RPM
Elon Lages Lima	6	01, 02, 03 e 08
Renate Watanabe	4	30, 46, 53 e 66
RPM*	3	05, 15 e 16
Alcineia Augusto	2	30 e 37
Flávio Wagner Rodrigues	2	14 e 21
Hideo Kumayama	2	26 e 27
Sergio Alves	2	43 e 56

* Não houve menção ao autor.

Em síntese, os principais resultados encontrados mostram que:

- existem 34 *por quê* matemáticos explícitos nas 70 primeiras Edições da Revista do Professor de Matemática, com as respectivas respostas;
- há um predomínio na RPM de *Por quê?* sobre Aritmética (ligados à Números e Operações matemáticas), em detrimento da Trigonometria, Geometria e Álgebra. A literatura indica que licenciandos e professores de Matemática têm demonstrado preparação insuficiente para responder questões sobre esta temática (ANGELO, 2007; ANGELO; DOS SANTOS; MELÃO, 2009; LORENZATO, 1993; MOREIRA, 2004);
- predominam questões de natureza Conceitual, cujas respostas exigem o conhecimento de um ou mais conceitos. A literatura indica preparação docente inadequada para responder questões deste tipo, embora haja na graduação muitas disciplinas tratando do conhecimento matemático (LORENZATO, 1993). Este descompasso pode ser porque, de modo geral, a Licenciatura pouco ou nada tem discutido sobre as questões matemáticas colocadas pela prática (BICUDO; GARNICA, 2001; CASTRO, 2006; FIORENTINI, 2003; FRANCISCO, 2009; LINARDI, 2006; LINS, 2004; MOREIRA; DAVID, 2005; YEE, 2006) e por abordar a Matemática escolar em termos de revisão propedêutica dentro do curso (MORIEL JUNIOR, 2011; NACARATO; PASSOS, 2007; SANTOS, 2005; SBEM, 2003);
- metade dos *Por quê?* foram encontrados em Seções da Revista que recebem dúvidas enviadas por professores de Matemática e, dentre estes, predominam os de natureza Convencional. Isto sugere que existem dúvidas sobre como explicar aos estudantes certas convenções matemáticas e, por consequência, uma demanda por formação neste aspecto. Dar explicações sobre *por quês*, em particular sobre convenções, pode contribuir para a construção de uma visão histórica, humanizada e estrutural da Matemática por parte dos estudantes (ANGELO; DOS SANTOS; MELÃO, 2009; COPES; KAHAN, 2006; MOREIRA, 2004; MORIEL JUNIOR; WIELEWSKI, 2011; NOBRE, 1996; POMMER, 2010);
- predominam *por quê* de áreas que professores mais precisam de formação, segundo a literatura, tanto em relação à natureza dos *Por quê?* – tipo Conceitual – (LORENZATO, 1993), quanto em termos de conteúdo matemático – Aritmética, 76% – (ANGELO, 2007; ANGELO; DOS SANTOS; MELÃO, 2009; LORENZATO, 1993; MOREIRA, 2004);
- O Dr. Elon Lages Lima e a MSc. Renate Watanabe se destacam pela quantidade de *Por quê?* publicados (quase um terço deles, juntos).

Considerações finais

Ao inventariar e analisar os 34 *por quês* matemáticos explícitos na Revista do Professor de Matemática, da primeira edição até a 70ª, compreendeu-se alguns aspectos sobre a produção deste tipo de perguntas (natureza, conteúdos abrangidos e principais autores), o que possibilitou algumas discussões sobre formação docente. Contatou-se que tem havido interesse e discussão sobre esta temática, inclusive por parte de professores da educação básica (50% das questões foram encontradas em Seções que possuem interação com leitores).

O primeiro *Por quê?* no âmbito desta revista apareceu há 30 anos – *Por quê (-1) vezes (-1) é igual +1?* em 1982, na primeira edição –, dez anos depois da publicação mais antiga que encontramos nos Estados Unidos (PETERSON, 1972). Isto sugere um *atraso* da produção nacional em relação à literatura internacional de pelo menos uma década, principalmente considerando que talvez esta seja a primeira publicação sobre o tema no país. Esta hipótese de pioneirismo da RPM ainda precisa ser investigada.

Os resultados obtidos indicam a RPM como referencial capaz de auxiliar professores e licenciandos em Matemática a esclarecerem algumas dúvidas, ou fomentar discussão sobre *por quês* matemáticos. Um argumento para justificar isto é o fato de haver uma quantidade considerável de *por quês* da educação básica na revista (total de 34), de diversas naturezas e conteúdos, com as respectivas respostas.

Outro argumento é que há consonância entre a produção encontrada na revista e as deficiências de formação mais críticas apontadas na literatura. Os resultados apresentados anteriormente indicam a maioria de *por quês* do tipo Conceitual (53% do total) e de Aritmética (76% do total), áreas em que os professores mais precisam de formação (ANGELO, 2007; ANGELO; DOS SANTOS; MELÃO, 2009; LORENZATO, 1993; MOREIRA, 2004). Além disso, dentre as dúvidas enviadas por leitores da revista (professores e futuros professores da educação básica) houve predomínio das que versavam sobre convenções matemáticas (47%).

Esta variedade e qualidade dos *por quês* encontrados é significativa, pois nem todo professor conhece suas respostas e, neste sentido, a revista pode ser utilizada como fonte de consulta. Acrescente-se que a licenciatura, por sua vez, também não é suficiente para esgotar as respostas de todos os *por quês*, mas é uma forma de iniciar a preparação docente neste âmbito. Até porque, colocar-se no lugar do aluno e pensar as dúvidas que podem surgir, faz parte do planejamento de aula, algo que exige formação adequada. Entende-se que o professor deve ingressar na profissão tendo desenvolvido um repertório mínimo de conhecimentos que lhe possibilite novas construções e novos conhecimentos a partir deste

(MIZUKAMI, 2004). Esta base de conhecimentos necessária para ensinar inclui saber responder adequadamente às dúvidas dos estudantes, particularmente, os *por quês* matemáticos.

A literatura revisada evidencia que é preciso haver uma qualificação docente adequada em relação ao tema e este estudo indica que tais profissionais buscaram isto na revista (metade dos *por quês* foram enviados por eles). Embora existam muitos estudos sobre *por quês* (como citado anteriormente), a revisão aqui realizada não encontrou algum trabalho (nacional ou internacional) que inventariasse sistematicamente uma grande quantidade deles e (ao menos, indicasse) as respectivas respostas. O mais próximo disso foi o livro de Lima (2000) que apresenta diversas questões matemáticas, dentre elas quatro *por quês* explícitos (também publicados na RPM).

Diante do exposto, acredita-se que o presente mapeamento é uma ferramenta útil em cursos de formação inicial e continuada para professores: a) tornarem-se mais preparados em relação aos *por quês* matemáticos; b) realizarem discussão sobre questões provenientes da prática; e c) conhecerem articulações entre Matemática científica e Matemática escolar, como defendem Lorenzato (1993), Moreira e David (2005) e Moriel Junior e Cyrino (2009).

O foco desta pesquisa esteve em questionamentos explícitos, logo, uma possível limitação seria a ausência da análise de *Por quês?* implícitos, ou seja, daquelas perguntas não formuladas na RPM, mas que poderiam ter sido feitas já que as respostas ali se apresentavam. Esses casos serão analisados em estudo posterior e citamos alguns deles:

1. Por que se usa o símbolo π para o número PI e por que ele é igual 3,14...? é uma pergunta cuja resposta pode ser encontrada no artigo *O que é o numero pi?* da Edição 06, muito embora ela não tenha sido formulada neste texto;

2. Por que se usa o símbolo $\sqrt{\ }$ para raiz? e *Por que chamar uma função de afim ao invés de linear?* são duas perguntas que não foram formuladas, mas podem ser respondidas com o conteúdo da Seção *O leitor pergunta* (Edição 02);

3. A Seção Livros (Edição 18) indica um referencial teórico no qual se pode encontrar resposta para *Por que se precisa de uma demonstração?*;

4. A resposta para a pergunta, não formulada, *Por que 0^0 tem valor indeterminado?* pode ser obtida na Seção *Conceitos e Controvérsias* da Edição 1;

5. A questão *Por que o algoritmo clássico para extração da raiz quadrada de um número funciona?* pode ser respondida no artigo *O algoritmo da raiz quadrada* da Edição 02;

6. Resposta para *Por que a área de um círculo de raio r é dada por* πr^2? pode ser encontrada nas Edições 10 (p. 11), 51 (p. 15) e 58 em *Arquimedes, as alavancas e o volume da esfera*, incluindo, neste artigo, resposta sobre a fórmula do volume da esfera;
7. *Por que existem os números imaginários?* também pode ser respondida na Edição 55 em *A geometria e o ensino dos números complexos*;
8. *Por que se usa a notação n! para o fatorial de n?*é discutido em detalhes na Edição 05 na seção *O leitor pergunta*;
9. Respostas para *Por que na divisão de frações multiplica-se o numerador pelo inverso do denominador?* podem ser encontradas nas Edições 3 (p. 41) e 30 (p. 23).

Além disso, as respostas dos 34 *por quês* matemáticos inventariados serão alvo de análise específica e publicação posterior, em virtude da impossibilidade de discuti-los neste trabalho. Serão incluídas também outras categorias de classificação, como ano da educação básica e nível de habilidade exigida. Deste modo, pretende-se contribuir ainda mais para a qualificação de professores de Matemática.

É preciso acrescentar que o fato de as produções estarem digitalizadas foi de fundamental importância, pois permitiu a realização deste estudo em tempo razoável.

Referências

ALVES, E. L.; MAIA, L. D. S. L. Menos com menos é menos ou é mais? Resolução de problemas de multiplicação e divisão de números inteiros por alunos do ensino regular e da educação de jovens e adultos. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIPEMAT, 3., 2012, Fortaleza. **Anais...**Fortaleza, 2012. p. 1-13.

ANGELO, C. L. Concepções de futuros professores sobre a multiplicação de números inteiros. In: ENCONTRO NACIONAL DE de EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 2007. p. 1-10.

ANGELO, C. L.; DOS SANTOS, J. R. V.; MELÃO, W. S. Licenciandos em Matemática e Situações da Matemática Escolar: um Estudo Exploratório sobre a Formação Inicial de Professores de Matemática. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa,** v. 2, n. 3, p. 41-59, 2009. Disponível em: <http://revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/rbect/article/view/552>. Acesso em: 10 set. 2012.

ARCAVI, A.; BRUCKHEIMER, M. How shall we teach the multiplication of negative numbers? **Mathematics in School,** Leicester, UK,v. 10, n. 5, p. 31-33, 1981. ISSN 0305-7259. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/30214312>. Acesso em: 10 maio 2012.

BARBOSA, E. P. Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CIAEM, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife, 2011. p. 1-12. Disponível em: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/611/public/611-9763-1-PB.pdf >. Acesso em: 10 set. 2012.

BICUDO, M. A. V.; GARNICA, A. V. M. **Filosofia da Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

CASTRO, A. M. Preparing Elementary Preservice Teachers to Use Mathematics Curriculum Materials. **The Mathematics Educator,** University of Georgia, Athens, Georgia, v. 16, n. 2, p. 14-24,2006.

CHENG, E. **Mathematics, morally**. Sheffield, 2004, UK: University of Sheffield,2004. Disponível em: <http://cheng.staff.shef.ac.uk/morality/morality.pdf>. Acesso em: 10 set. 2012.

COPES, L.; KAHAN, J. The Surfer Problem: A" Whys" Approach. **Mathematics Teacher,** Washington**,** v. 100, n. 1, p. 1-9, 2006. Disponível em: <http://www.larrycopes.com/papers/surfer.pdf>. Acesso em: 10 set. 2012.

COURANT, R.; ROBBINS, H. **What is mathematics?:** an elementery approach to ideias and methods. 2. New York: Oxford University Press, 1996.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educação & Sociedade,** CEDES, Campinas, v. 23, n. 79, p. 257-272, 2002.

FIORENTINI, D. O estado da arte da pesquisa brasileira sobre formação de professores que ensinam matemática. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA, 1., 2003, Salvador. **Anais...** Salvador, 2003. p. 4-12.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FRANCISCO, C. A. **Uma leitura da prática profissional do professor de matemática.** 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2009.

HISTÓRICO. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna.** São Paulo: Ibrasa, 1976.

LIMA, E. L. Alguns porquês. **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo**,** v. 1, n. 1, São Paulo, 1982.

______. **Meu professor de matemática:** e outras histórias. 3.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2000.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katál,** Florianopolis, v. 10, p. 37-45, 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rk/v10nspe/a0410spe.pdf >. Acesso em: 10 set. 2012.

LINARDI, P. R. **Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2006.

LINS, R. C. Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION - ICMI2004, Copenhagen. **Anais...** Copenhagen, 2004. p. 72-72.

LORENZATO, S. Os "Por quês" matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. **Pro-Posições,** Campinas,v. 4, n. 1, p. 73-77, 1993.

______. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. Números negativos: uma história de incertezas. **Bolema,** Rio Claro,v. 7, n. 8, p. 49-59, 1992.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. **Educação,** Santa Maria, v. 29, n. 2, p. 33-49, 2004.

MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor:** formação e prática docente na escola básica. 2004. Tese (Doutorado em Educação)– Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação Conhecimento e Inclusão Social. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2004.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação,** ANPED, Rio de Janeiro, v. 11, n. 28, p. 50-62, 2005. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a05n28.pdf>. Acesso em: 10 set. 2012.

MORETTI, M. T. -1x-1 = +1? **Revista Eletrônica de Pequenas Publicações em Educação Matemática – REPPEMAT,** Florianópolis, 2006. Disponível em: <http://www.redemat.mtm.ufsc.br/reppemat/2005_pdf/boletim_2006_01.PDF>. Acesso em: 19 set. 2011.

MORIEL JUNIOR, J. G. Propuestas de formación inicial de profesores de matemática: Un estudio de proyectos político-pedagógicos de cursos en el estado de Paraná. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelonav. 29, n. 1, 2011. Disponível em: <http://revistes.uab.cat/ensciencias/article/view/559>. Acesso em: 10 set. 2012.

MORIEL JUNIOR, J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Propostas de articulação entre teoria e prática em cursos de licenciatura em matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo**,** v. 11, n. 3, p. 535-557, 2009. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewArticle/2831>. Acesso em: 10 set. 2012.

MORIEL JUNIOR, J. G.; WIELEWSKI, G. D. Duas perspectivas de respostas para a pergunta 'por que menos vezes menos dá mais?'. In: SEMINÁRIO EDUCAÇÃO - SEMIEDU, 19., 2011, Cuiabá. **Anais...** Cuiabá, 2011.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. As licenciaturas em matemática no estado de São Paulo. **Horizontes,** Bragança Paulista, v. 25, n. 2, p. 169-179, 2007. Disponível em: <http://www.saofrancisco.edu.br/edusf/publicacoes/RevistaHorizontes/uploadAddress/Horizontes_25_n2%5B8498%5D.pdf#page=39. Acesso em: 10 set. 2012.

NOBRE, S. Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. **Caderno CEDES - História e Educação Matemática,** Campinas: Papirus**,** v. 40, p. 29-35, 1996.

PETERSON, J. C. Fourteen different strategies for multiplication of integers or why (-1)(- 1)=+ 1. **The Arithmetic Teacher,** Washington, DC, v. 19, n. 5, p. 396-403, 1972.

POMMER, W. M. Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z. In: SEMINÁRIOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA/SEMA–FEUSP 2010, USP. **Anais...**São Paulo, 2010. p. 1-13. Disponível em: <http://www.nilsonjosemachado.net/sema20100316.pdf>. Acesso em: 10 set. 2012.

PURITZ, C. Dividing by Small Numbers—and Why Not by 0? **Mathematics in School,** Leicester, UK, v. 34, n. 5, p. 2-4, 2005. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/30215826>. Acesso em: 10 maio 2012.

RABELO, E. H.; LORENZATO, S. Ensino da matemática: reflexões para uma aprendizagem significativa. **Zetetiké,** Campinas**,** v. 2, n. 2, p. 37-46, 1994.

SALVADOR, A. D. **Métodos e técnicas de pesquisa bibliográfica**. Porto Alegre: Sulina, 1986.

SANTOS, R. C. **Conteúdos matemáticos da educação básica e sua abordagem em cursos de licenciatura em matemática.** 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SBEM, S. B. D. E. M. **Subsídios para a discussão de propostas para os cursos de Licenciatura em Matemática:** uma contribuição da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo: SBEM, 2003.

SINGH, S. **O último teorema de Fermat**. Rio de Janeiro: Record, 2002.

SILVA, D. P. **Epistemologia dos números relativos**. Jaraguá do Sul, UCSC, 2000. Disponível em: <http://orbita.starmedia.com/~historia_da_matematica/store/epistemologia.htm>. Acesso em: 19 set. 2011.

WU, H.-H. **"Order of operations" and other oddities in school mathematics**. 2007. Disponível em: <http://math.berkeley.edu/~wu/order5.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2012.

YEE, L. P. Mathematics for Teaching or Mathematics for Teachers? **The mathematics educator,** Athens, Georgia v. 16, n. 2, p. 2-3, 2006. Disponível em: <http://math.coe.uga.edu/tme/Issues/v16n2/v16n2_Lee.pdf>. Acesso em: 10 set. 2012.

Recebimento em: 25/09/2012.
Aceite em: 09/02/2013.