

## Funções de afilamento para eucalipto em sistema de integração Lavoura-Pecuária-Floresta

Clebson Lima Cerqueira<sup>1</sup> Rômulo Môra<sup>2</sup> Helio Tonini<sup>3</sup> Julio Eduardo Arce<sup>1</sup> Samuel de Pádua Chaves e Carvalho<sup>2</sup> Lucas Dalmolin Ciarnoschi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná, Av. Pref. Lothario Meissner, 632, Curitiba-PR, 80210-170

<sup>2</sup> Universidade Federal de Mato Grosso, Av. Fernando Correa da Costa, 2367, Boa Esperança, Cuiabá-MT, 78060-900

<sup>3</sup> Empresa brasileira de pesquisa agropecuária, Unidade Agrossilvipastoral, Rodovia MT 222, KM 2.5, Sinop-MT, 78550-970

\*Author for correspondence: clebson.mensuracao@gmail.com

Received: October 2018 / Accepted: November 2018 / Published: December 2018

### Resumo

Neste trabalho objetivou-se, avaliar modelos estatísticos não lineares para predição do afilamento de eucalipto em sistema de integração Lavoura-Pecuária-Floresta (iLPF). Os dados foram obtidos numa área experimental de iLPF implantada pela empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA- Agrossilvipastoral) localizada no município de Sinop, estado do Mato Grosso. Para alcançar os objetivos propostos, mensurou-se árvores de quatro tratamentos, perfazendo um total de 186 árvores cubadas aos 51 meses de idade. Para estudar a forma do fuste utilizou-se as funções de afilamento não segmentadas, segmentadas e de forma variável, tendo seus ajustes nos diferentes tratamentos realizado pelo método interativo utilizando o algoritmo de Gauss-Newton e sua precisão avaliada com base em indicadores estatísticos e análise gráfica dos resíduos. As equações de Garay, Schöpfer, Max e Burkhart, Bi e Perez são adequadas para estimativa do afilamento de eucalipto em iLPF. As equações de forma variável apresentam grande potencial de utilização para modelagem do afilamento de eucalipto em iLPF, uma vez que gera estimativas mais precisas quando comparado aos modelos não segmentados e segmentados.

**Palavras-chave:** Modelagem do tronco, Modelos de forma variável, Sistemas integrados.

### Abstract

The objective of this study was to evaluate nonlinear statistical models to predict eucalyptus taper in a crop-livestock-forest integration system (ICLF). The data were obtained in an experimental area of ICLF implanted by the Brazilian company of Agricultural Research (EMBRAPA-Agrosilvipastoral) located in the city of Sinop, state of Mato Grosso. To reach the proposed objectives, trees of four treatments were measured, making a total of 186 cubed trees at 51 months of age. The non-segmented, segmented and variably shaped taper functions were used to study the shape of the stem, with adjustments in the different treatments performed by the interactive method using the Gauss-Newton algorithm and its precision evaluated based on statistical indicators and analysis graph of waste. The equations of Garay, Schöpfer, Max and Burkhart, Bi and Perez are suitable for estimation of eucalyptus taper in ICLF. The equations of variable form present great potential of use for modeling the eucalyptus taper in ICLF, since it generates more precise estimates when compared to the non-segmented and segmented models.

**Keywords:** Trunk modeling, Variable shape models, Integrated Systems

### Introdução

O Brasil atualmente é considerado uma referência mundial na produção de grãos, proteína animal e produtos

derivados das florestas plantadas. A produção significativa no país está relacionada à crescente demanda pelos diversos produtos de origem agropecuária e florestal. Desta forma, diferentes alternativas de cultivo que visam uma maior produtividade estão sendo sugeridas. Dentre estas alternativas, têm-se os sistemas de integração Lavoura-Pecuária-Floresta (iLPF).

Nestes sistemas de produção, culturas agrícolas, árvores, pastagens e animais são integrados visando potencializar as interações ecológicas e econômicas (Torres et al. 2016). Esses sistemas de produção vêm crescendo por meio de programas de fomento, tais como o Programa Agricultura de Baixo Carbono (ABC), implantado pela Lei nº 12.187 de 29 de dezembro de 2009, que institui a Política Nacional sobre Mudanças do Clima (PNMC).

Apesar do interesse e incentivo à adoção do sistema iLPF, ainda existem algumas lacunas no conhecimento a serem pesquisadas, a fim de subsidiar a elaboração, o planejamento e a adoção desses sistemas (Salles et al. 2012). Com isso, faz-se necessário o desenvolvimento de pesquisas visando a quantificação da produção, uma vez que essas informações subsidiam o planejamento florestal (Figueiredo Filho et al. 2015). Para isso, técnicas de modelagem por meio de estatísticas e ferramentas computacionais são utilizadas para se obter estimativas precisas da produção. Dentre várias técnicas utilizadas no Brasil e no mundo tem-se as funções de afilamento, que podem ser utilizadas para fornecer informações exatas e oportunas sobre a produção volumétrica e os sortimentos de madeira, possibilitando o planejamento e gestão dos povoamentos (Campos; Leite 2013).

O afilamento do fuste é definido pela taxa de decréscimo do diâmetro ( $d$ ), em relação ao diâmetro à altura do peito ( $d_{ap}$ ) (Campos; Leite 2013), e seu estudo é conduzido por meio de modelos estatísticos não segmentados, segmentados e de forma variável. Segundo Môra et al. (2014), no Brasil os estudos de forma do tronco estão baseados em funções que consideram a relação  $d/d_{ap}$  ou  $(d/d_{ap})^2$  para estimar o diâmetro com uma certa acuracidade em qualquer altura do fuste.

A modelagem da forma do fuste em povoamentos estabelecidos em monocultivo e arranjos espaciais convencionais é um assunto bastante difundido no setor florestal brasileiro, com diversos estudos desenvolvidos e propostos para representar o perfil do fuste para espécies do gênero *Eucalyptus*, dentre outros pode-se citar Mendonça et al. (2007); Miguel et al. (2011); Môra et al. (2014); Carvalho et al. (2014); Ribeiro e Andrade (2016); Souza et al. (2016). No entanto, pesquisas sobre a forma do fuste de *Eucalyptus* estabelecido em sistemas de iLPF ainda são escassas, destacando-se os trabalhos de Müller et al. (2014); Silva et al. (2016); Cerqueira et al. (2017). Porém esses trabalhos não avaliam as funções de afilamento de forma variável que podem gerar estimativas precisas do afilamento do fuste das

árvores, como comprovado por Garber e Maguire (2003) e Móra (2015).

As razões que justificam a utilização das funções de forma variável foram demonstradas por Bi (2000), que afirma que essas funções incluem variáveis que descrevem mudanças na forma do fuste ao longo do tronco e variáveis que consideram as diferenças na forma do fuste associadas com as mudanças no tamanho das árvores. De acordo com Bi e Long (2001) que compararam uma função de forma variável com funções polinomiais para *Pinus radiata* em New South Wales na Austrália, o desempenho superior dos modelos de FV é resultado da flexibilidade destas funções em representar mudanças na forma do fuste não somente ao longo do tronco de mesma árvore, mas também entre árvores de diferentes tamanhos e condições florestais diferentes.

Mesmo diante do crescente interesse pelo sistema iLPF, informações biométricas das espécies que compõem esses sistemas ainda são escassas. Com isso, objetivou-se, avaliar modelos estatísticos não lineares para predição do afilamento de eucalipto em iLPF, visando disponibilizar equações acuradas para estimativa dos sortimentos de madeira e auxiliar os manejadores florestais frente a tomada de decisões.

## Material e Métodos

### Caracterização da área de estudo

Os dados para realização deste estudo foram obtidos em duas áreas experimentais de sistema de integração Lavoura-Pecuária-Floresta (iLPF), denominadas como iLPF leite e iLPF corte, cuja implantação foi realizada pela Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa Agrossilvipastoril) no município de Sinop, região norte de Mato Grosso (Figura 1).

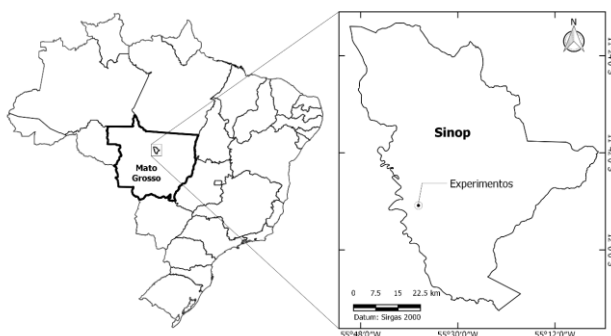


Figura 1. Localização da área de estudo em Sinop, estado de Mato Grosso

De acordo com a classificação de Köppen, o clima da região é do tipo tropical de monção, com três meses de seca e precipitação pluviométrica acumulada no ano entre 2.500 e 2.800 mm, temperatura média anual aproximada de 24 a 26 °C, temperaturas máximas de 40 °C e mínimas de 20 °C, com altitude de 380 m (Alvares et al. 2013), além de relevo plano e predomínio do Latossolo Vermelho-Amarelo Argiloso.

Os experimentos foram implantados em fevereiro (iLPF leite) e dezembro de 2011 (iLPF corte), sob o delineamento de blocos casualizados (DBC) com quatro tratamentos:

árvores periféricas na pastagem (T1) área de pastagem totalmente arborizada (T2); pecuária-floresta (T3) e plantio homogêneo com eucalipto (T4).

No tratamento T1, adotou-se o arranjo de plantio das árvores de eucalipto em renques duplos e T2 arranjo das árvores em faixas triplas. Ambos os tratamentos (T1 e T2) as árvores foram consorciadas com pastagem de capim-piatã (*Brachiaria brizantha* cv. Piatã) em integração com milho para silagem e criação de gado leiteiro girolanda. No tratamento T3 as árvores foram estabelecidas em faixas triplas consorciadas com capim-piatã (*Brachiaria brizantha* cv. Piatã) e criação de boi nelore para corte. O T4 foi composto apenas pelo plantio homogêneo de eucalipto.

Os tratamentos foram estabelecidos em diferentes arranjos de integração (Tabela 1). O componente florestal utilizado foi o clone de híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*

### Base de dados

Os dados foram obtidos por meio da cubagem de 186 árvores aos 51 meses de idade distribuídas entre os tratamentos estudados (Tabela 1).

Tabela 1. Descrição dos arranjos de plantio e frequência das árvores amostradas nos diferentes tratamentos.

Tratamento	Arranjo espacial (m)	N (árv.ha <sup>-1</sup> ) <sup>1)</sup>	N	Amp./dapa (cm)	L
T1	3x2x52	189	21	5,3-20,8	2
T2	3x2x15	714	56	5-19,4	3
T3	3,5x3x30	270	54	9,4-23,7	3
T4	3,5x3	952	55	8,6-18,6	-
Total		1967	186		6

N (árv.ha<sup>-1</sup>): número de árvores por hectare; árv: árvores; N: número de árvores cubadas; Amp./dapa=amplitude dos diâmetros e L: número de linhas de plantio com árvores nos tratamentos (T1,T2 e T3).

As árvores cubadas foram selecionadas com base na distribuição diamétrica dos tratamentos provenientes dos dados do inventário florestal. Os indivíduos selecionados foram abatidos, seccionados e os diâmetros com casca foram mensurados com auxílio da suta e trena nas seguintes alturas: 0,10 m; 0,70 m; 1,30 m e posterior em intervalos de 1,0 m até um diâmetro mínimo de aproximadamente 1,0 cm.

Em cada árvore mensurou-se, além dos diâmetros (di) nas várias alturas (hi), o diâmetro a 1,30 m do nível do solo (dap) e a altura total (ht). A obtenção do volume individual das árvores, considerado como real, foi determinado pela metodologia de Smalian.

### Estudo da forma do fuste

Para o estudo da forma do fuste das árvores nos diferentes tratamentos foi ajustado e avaliado os modelos de afilamento não segmentados (NS), segmentados (S) e de forma variável (FV) (Tabela 2).

Tabela 2. Funções de afilamento ajustadas para estimativa do afilamento.

Funções não segmentadas	
Autor	Modelo
Demaerschalk (1972)	$\left(\frac{d_{ij}}{dap_j}\right)^2 = 10^{2\beta_0} dap_j^{2\beta_1-2} (ht_j - h_{ij})^{2\beta_2} ht_j^{2\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Garay (1979)	$\frac{d_{ij}}{dap} = \beta_0 \left(1 + \beta_1 \ln(1 - \beta_2 h_{ij}^{\beta_2} ht_j^{-\beta_3})\right) + \varepsilon_{ij}$

Schöpfer (1966)	$\frac{d_{ij}}{dap_j} = \beta_0 + \beta_1 T_{ij} + \beta_2 T_{ij}^2 + \beta_3 T_{ij}^3 + \beta_4 T_{ij}^4 + \beta_5 T_{ij}^5 + \varepsilon_{ij}$
<b>Função segmentada</b>	
Max e Burkhart (1976)	$\left(\frac{d_{ij}}{dap_j}\right)^2 = \beta_1(T_{ij} - 1) + \beta_2(T_{ij}^2 - 1) + \beta_3(\alpha_1 - T_{ij})^2 I_1 + \beta_4(\alpha_2 - T_{ij})^2 I_2 + \varepsilon_{ij}$ $I_1 = 1 \text{ se } T_{ij} \leq \alpha_1; 0 \text{ se } T_{ij} > \alpha_1$ $I_2 = 1 \text{ se } T_{ij} \leq \alpha_2; 0 \text{ se } T_{ij} > \alpha_2$
<b>Funções de forma variável</b>	
Bi (2000)	$d_{ij} = dap \left[ \frac{\log \sin\left(\frac{\pi}{2} T_{ij}\right)}{\log \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{1,3}{H_j}\right)} \right]^{\frac{\beta_0 + \beta_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} T_{ij}\right) + \beta_2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} T_{ij}\right) + \beta_3 \sin\left(\frac{\pi}{2} T_{ij}\right) / T_{ij} + \beta_4 dap_j + \beta_5 T_{ij} \sqrt{D_j} + \beta_6 T_{ij} \sqrt{H_j}}{\beta_4 dap_j + \beta_5 T_{ij} \sqrt{D_j} + \beta_6 T_{ij} \sqrt{H_j}}} + \varepsilon$
Perez et al. (1990)	$d_{ij} = \beta_0 dap_j^{\beta_1} \left( \frac{1 - \sqrt{T_{ij}}}{1 - \sqrt{p}} \right)^{\left[ \beta_2 T_{ij}^2 + \beta_3 \ln(T_{ij} + 0,001) + \beta_4 \left( \frac{dap_j}{H_j} \right) \right]} + \varepsilon_{ij}$

Em que:  $dap_j$  = diâmetro a altura do peito com casca (cm);  $ht_j$  = altura total (m);  $d_i$  = diâmetro com casca (cm) na altura  $h_{ij}$  (m);  $h_{ij}$  = altura (m) onde se encontra o diâmetro  $d_{ij}$ ;  $T_{ij} = h_{ij} / [ht]_j$ ;  $\beta_i$  = coeficientes;  $\alpha_i$  = pontos de inflexão;  $\varepsilon_{ij}$  = erro aleatório;  $p$  = valor de  $p$  utilizado foi o do coeficiente  $\alpha_1$  do modelo de Max e Burkhart que corresponde ao ponto de inflexão onde a forma do fuste muda de neiloide para o paraboloido.

Os ajustes dos modelos e procedimentos estatísticos foram realizados no Software R, versão 3.3 (R Development Core Team, 2016). Os ajustes foram realizados de forma não linear com a função nls, pelo método iterativo utilizando o algoritmo de Gauss-Newton. Após o ajuste foi avaliado a significância dos coeficientes das equações ajustadas por meio do teste t de Student ao nível de 5% de significância. A precisão foi avaliada com base nos seguintes critérios estatísticos: maior coeficiente de correlação linear de Pearson ( $r_{yy}$ ), menor valor da raiz do erro quadrado médio percentual (RQEM %), e análise gráfica dos resíduos em percentagem (E%), calculados pelas equações 3, 4 e 5 respectivamente.

$$r_{yy} = \left( \frac{\left[ \frac{\sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)}{n}}{\left[ \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right] \left[ \sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}{n} \right]} \right)^{1/2}} \right) \quad (3)$$

$$RQEM\% = \frac{100}{\bar{y}_i} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}} \quad (4)$$

$$E\% = \left( \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right) * 100 \quad (5)$$

em que: "y" "i" : variável estimada;  $y_i$ : variável observada;  $\bar{y}_i$ : média da variável observada;  $n$ =número de observações.

**Resultados e Discussão**

O teste de significância dos coeficientes das equações apresentou resultados significativos ( $p \leq 0,05$ ) em todos os tratamentos, indicando que as variáveis independentes explicam a variabilidade do afilamento das árvores (Tabela 3).

Tabela 3: Coeficientes e estatísticas para os ajustes nos diferentes tratamentos.

Modelos	Coef/Est.	Tratamentos			
		T1	T2	T3	T4
Demaerschalk	$\beta_0$	0,2152*	0,1209*	0,2052*	-0,0278*
	$\beta_1$	1,0009*	0,9040*	0,8190*	0,8764*
	$\beta_2$	0,8214*	0,7606*	0,9346*	0,7824*
	$\beta_3$	-0,9645*	-0,7390*	-0,8916*	-0,6271*
	$r_{yy}(\%)$	96,868	96,868	97,681	98,300
	RQEM (%)	10,51	9,51	8,33	6,46
Garay	$\beta_0$	1,3402*		1,4157*	1,2336*
	$\beta_1$	0,3441*		0,3162*	0,3378*
	$\beta_2$	0,9405*	-	0,9603*	0,9511*
	$\beta_3$	0,2362*		0,1749*	0,3038*
	$r_{yy}(\%)$	97,255		98,618	98,842
	RQEM (%)	9,39		6,48	5,34
Schöpfer	$\beta_0$	1,1879*	1,2325*	1,2032*	1,1529*
	$\beta_1$	-2,9261*	-4,1329*	-3,6102*	-2,7233*
	$\beta_2$	9,6294*	17,4462*	13,0845*	9,6213*
	$\beta_3$	-19,8872*	-39,1685*	-27,3043*	20,5732*
	$\beta_4$	18,7630*	39,2908*	25,6765*	19,6912*
	$\beta_5$	-6,7294*	-14,7387*	-9,0717*	-7,1829*

	$r_{yy}^{\wedge}(\%)$	97,160	97,987	98,559	98,835
	RQEM (%)	9,55	7,75	6,62	5,36
Max e Burkhart	$\beta_1$	-2,7357*	-5,8461*	-3,1554*	-4,4123*
	$\beta_2$	1,2504*	2,8783*	1,5723*	2,1758*
	$\beta_3$	56,7722*	113,5672*	56,1462*	39,3484*
	$\beta_4$	-0,5116*	-2,4187*	-0,8566*	-1,7423*
	$\alpha_1$	0,0838*	0,0717	0,0922	0,0912
	$\alpha_2$	0,8601*	0,8837	0,7959	0,8255
	$r_{yy}^{\wedge}(\%)$	97,271	98,225	98,654	98,879
	RQEM (%)	9,37	7,36	6,40	5,26
Bi	$\beta_0$	0,4755*	1,4718*	0,9132*	0,8523*
	$\beta_1$	-0,1231*	-0,3389*	0,2248*	0,2460*
	$\beta_2$	-0,0340*	-0,0685*	0,0226*	0,0292*
	$\beta_3$	-0,1919*	-0,7698*	-0,4994*	-0,4073*
	$\beta_4$	0,0058*	0,0070*	0,0059*	-0,0030*
	$\beta_5$	-0,1041*	-0,0070*	0,0636*	0,1147*
	$\beta_6$	0,1138*	-0,0238*	-0,1324*	-0,1613*
	$r_{yy}^{\wedge}(\%)$	97,663	98,510	99,041	99,052
RQEM (%)	8,60	6,62	5,34	4,82	
Perez	$\beta_1$	0,9647*	0,9645*	0,9041*	1,0029*
	$\beta_2$	0,4532*	0,4148*	0,4230*	0,4112*
	$\beta_3$	-0,1118*	-0,1269**	-0,811*	-0,0671*
	$\beta_4$	0,3386*	0,3671*	0,4718*	0,4335*
	$r_{yy}^{\wedge}(\%)$	96,559	98,466	99,042	98,908
RQEM (%)	10,47	6,68	5,33	5,18	

Coef/Est.=coeficientes e estatísticas; \*=significativo.

As equações ajustadas apresentaram coeficiente de correlação  $r_{yy}^{\wedge}$  variando de 96 a 99,05 % e erro quadrado médio percentual RQEM variando entre 4 e 10,5%. Dentre os tratamentos estudados percebe-se um menor erro RQEM nas estimativas obtidas nos tratamentos T3 e T4 e maior erro RQEM para T1, o que pode ser justificado em função da menor quantidade de árvores amostras e pelo fato das árvores serem dispostas de forma periférica no experimento, sofrendo maior influência dos ventos e menor competição intraespecífica o que favorece a condução de fustes mais irregulares.

Os indicadores estatísticos de acurácia se assemelham a outros estudos de modelagem do afilamento para eucalipto (Müller et al. 2014; Mõra, 2015) e, portanto, são considerados satisfatórios na modelagem para estimativa do afilamento de floresta plantada, sobretudo quando os valores de  $r_{yy}^{\wedge}$  aproxima-se de 99% e RQEM inferiores a 10%.

Os gráficos de resíduos permitiram avaliar o comportamento dos erros ao longo dos fustes, e observa-se que os erros estão distribuídos de forma adequada ao longo da linha de regressão o que indica boa precisão entre os valores observados e estimados. Nas estimativas feitas para o T1 verifica-se uma maior dispersão dos resíduos com tendência em superestimar os menores diâmetros pela equação de Demaerschalk e distribuição semelhantes entre as demais equações (Figura 2). Dentre as equações, a de Bi apresentou um pequeno ganho em precisão com menor RQEM e resíduos homogêneos ao longo da linha de regressão, sendo a mais precisa para estimativa do afilamento do tratamento T1.

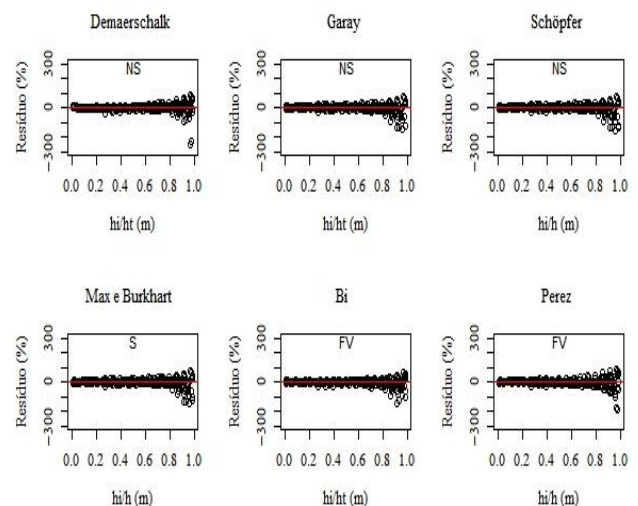


Figura 2: Distribuição dos resíduos em percentagem para o tratamento T1.

Nos ajustes para o T2 não houve convergência para o modelo de Garay. A distribuição dos resíduos apresentou-se de forma homogênea e semelhante entre as equações NS e S, já as equações de FV apesar de terem os menores RQEM, apresentaram maior dispersão dos resíduos (Figura 3), e com isso, a equação S de Max e Burkhart é mais precisa para estimativa do afilamento do T2.

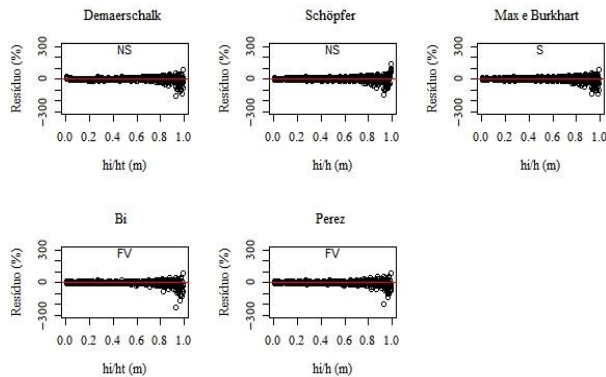


Figura 3: Distribuição dos resíduos em porcentagem para o tratamento T2.

As estimativas feitas para o T3 apresentaram distribuição dos resíduos semelhantes entre as equações (Figura 4), com uma redução do RQEM pelas equações de Bi e Perez, sendo as mais indicadas para estimativa do afilamento do tratamento T3.

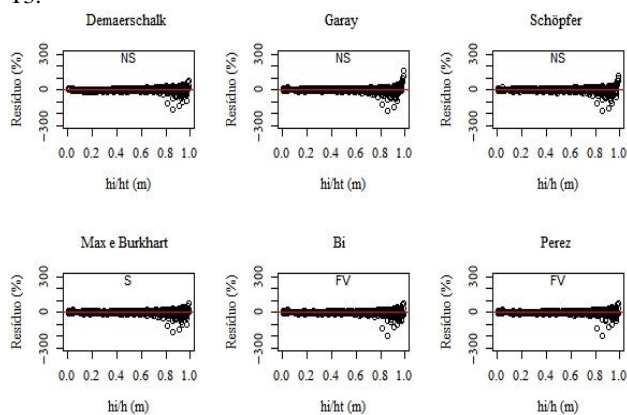


Figura 4: Distribuição gráfica dos resíduos para o tratamento T3.

As estimativas para o T4 apresentaram-se de forma adequada ao longo da linha de regressão e semelhante entre as equações, com uma redução do erro RQEM para a equação de Max e Burkhart, Bi e Perez, sendo as mais precisas para estimativa do afilamento para o tratamento T4.

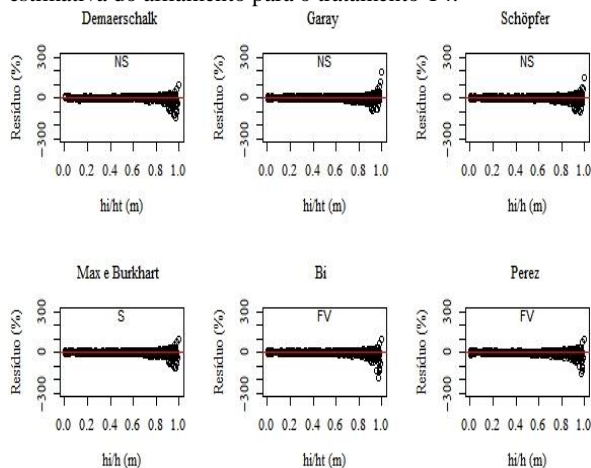


Figura 5: Distribuição gráfica dos resíduos para o tratamento T4.

Observa-se que em todos os ajustes houve heterocedasticidade nas estimativas feitas para o topo das árvores, onde  $hi/ht=1$ , com maior dispersão gerando superestimativa e subestimativa. A dificuldade em estimar os menores diâmetros na porção final do fuste é comum em estudos de afilamento (Téo et al. 2013) e em outros casos os erros podem estar acentuados na base dos fustes, como destacado por Môra et al. (2014).

Analisando o conjunto das estatísticas, nota-se que as equações NS de Garay e Schöpfer apresentaram resultados satisfatórios para todos os tratamentos. Os modelos NS tem sido a classe de modelos mais utilizada no Brasil para predição da forma do fuste de árvores dos povoamentos florestais, provavelmente pela sua simplicidade de ajuste. No entanto, esses modelos não são flexíveis para representar as variações na forma do tronco, admitindo que os fustes apresentam uma única forma geométrica, quase sempre gerando estimativas inferiores aos modelos S e de FV.

O modelo de Schöpfer é um polinômio do quinto grau não segmentado de fácil ajuste, podendo ser ajustado na sua forma linear e não linear e bastante utilizado na descrição do afilamento do tronco de árvores. Diversos autores ajustaram esse modelo para predição do afilamento do tronco de eucalipto e encontraram resultados acurados, dentre os quais, Souza et al. (2016). O mesmo autor afirma que o modelo de Schöpfer é um polinômio de grau elevado, capaz de descrever curvas com as mais variadas formas. Segundo Figueiredo Filho et al. (2015), o polinômio do quinto grau é a função de afilamento mais popularmente conhecida e utilizada no Sul do Brasil e tem sido frequentemente utilizada pela boa qualidade que esse modelo proporciona.

O modelo de Garay pode ser ajustado de forma não linear e em alguns casos não apresenta convergência dos seus parâmetros ao conjunto de dados, como observado nesse estudo para o T2. No entanto, tem sido bastante utilizado para representar a forma do tronco de árvores de povoamentos florestais, dentre outros, Souza et al. (2016). Destaca-se ainda o emprego desse modelo com resultados precisos para o afilamento do fuste de eucalipto em sistemas agroflorestais nos trabalhos de Silveira et al. (2011); Müller et al. (2014); Silva et al. (2016). Conforme Souza et al. (2016) o modelo de Garay apresenta tendências comprovadas e fidedignas a realidade biológica para predição do afilamento. Leite et al. (2006) acrescenta que este modelo é flexível o suficiente para descrever as variações da forma em árvores de diferentes espécies e tamanho.

A equação de Max e Burkhart apresentou resultados precisos para todos os tratamentos. Os modelos S são bastante flexíveis para modelar a forma do tronco das árvores, considerando as diferentes formas geométricas que estas podem apresentar. Segundo Môra (2015) os modelos S dividem os fustes em três ou mais segmentos, tornando os mais flexíveis que os NS. No entanto, ainda são poucos utilizados no Brasil, quando comparado aos NS, isso pela sua complexidade de realização do ajuste.

O modelo de Max e Burkhart em sua forma original considera a existência de três figuras geométricas diferentes nas árvores, resultando em dois pontos de mudança de forma (pmf), que devem ser considerados no procedimento de ajuste, bem como os chutes iniciais dos parâmetros. O principal entrave para ajuste deste modelo é a identificação do pmf no tronco das árvores que é de difícil obtenção, acarretando em um maior tempo e esforço computacional.

Resultados acurados e semelhantes ao encontrado nesse estudo com o emprego do modelo de Max e Burkhart para predição do afilamento de *Eucalyptus* sp. foram observados por Souza et al. (2008). Müller et al. (2014) testaram modelos NS e S para o afilamento de eucalipto em sistema silvipastoril e recomendaram o modelo de Max e Burkhart como o mais acurado. Para a espécie pinus este modelo também apresenta estimativas acuradas como comprovado por Cao e Wang (2011), Môra et al. (2015).

As equações de FV apresentaram resultados satisfatórios para todos os tratamentos, com um pequeno ganho em precisão em relação aos modelos de FV e S. Os modelos de FV são bastantes flexíveis e mais fáceis de serem ajustados em comparação com os modelos S, e quase sempre resulta em

estimativas precisas, entretanto, ainda são pouco utilizados no Brasil, mesmo gerando estimativas mais precisas que os NS e S. Môra (2015) ressalta a importância dessa classe de modelos e afirma serem de fácil ajuste assim como os NS, e consideram a variação de forma dos fustes, utilizando um ou nenhum ponto de inflexão.

Apesar de poucos trabalhos realizados com essa classe de modelos no Brasil, Môra (2015) ajustou vários modelos de FV e encontrou resultados acurados com o modelo de Bi e Perez para estimativa do afilamento de eucalipto, com erro percentual em torno de 5%. Machado (2009) foi um dos pioneiros a utilizar os modelos de forma variável no Brasil, estudando a forma do fuste de Araucaria e concluiu que as funções de FV proporcionam estimativas acuradas para o perfil do fuste.

Andrade (2014) comparando as três classes de modelos utilizados nesse estudo para avaliar o afilamento do híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*, ressaltaram que os modelos de FV resultam em estimativas mais acuradas se comparado aos NS e S com bastante potencial para serem utilizados no Brasil. Garber e Maguire (2003), ajustaram um modelo de afilamento de FV para três espécies de Pinus nos Estados Unidos e concluíram que os modelos de forma variável capturou a variação na forma do fuste encontrada nestas três espécies florestais, recomendando seu uso.

Bi e Long (2001) acrescenta que o desempenho superior dos modelos de FV é resultado da flexibilidade destas funções em representar mudanças na forma do fuste não somente ao longo do fuste de mesma árvore, mas também entre árvores de diferentes tamanhos e condições florestais diferentes.

### Conclusões

As equações de forma variável apresentam grande potencial de utilização para modelagem do afilamento de eucalipto em iLPF, uma vez que gera estimativas mais precisas quando comparado aos modelos não segmentados e segmentados, sendo recomendadas para auxiliar nos inventários florestais e estimativa dos sortimentos de madeira.

### Agradecimentos

Os autores agradecem a Embrapa Agrossilvipastoril e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

### References

- Alvares CA, Stape JL, Sentelhas PC, Gonçalves JLM, Sparovek G (2013). Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorologische Zeitschrift*, v.22(6):p.711-728. doi:10.1127/0941-2948/2013/0507.
- Andrade VCL (2014) Novos modelos de taper do tipo expoente-forma para descrever o perfil do fuste de árvores. *Pesquisa Florestal Brasileira*, v.34 (80): p.1-13.
- Bi H (2000) Trigonometric variable-form taper equations for Australian Eucalyptus, *Forest Science*, 46 (3):397-407.
- Bi H, Long Y (2001) Flexible taper equation for site-specific management of Pinus radiata in New South Wales, Australia. *Forest Ecology and Management*. 148:79-91. doi: S03781127(00) 00526-0.
- Cao QV, Wang J (2011) Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations. *Forest Ecology and Management*, 262 (4):671-673.
- Carvalho SPC, Rodrigues LCE, Calegario N, Savian TV, Lima MP, Silva CA, Mendonça AR, Nicoletti MF 2014 Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. *Scientia Forestalis*. 42 (104): 605-614.
- Cerqueira CL, Môra R, Tonini H (2017) Forma do fuste de eucalipto em diferentes arranjos de plantio e espaçamento. *Advances in Forestry Science*, 4 (3):137-141.
- Demaerschalk JP (1972) Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, 18 (3):241-245.
- Figueiredo Filho A, Retslaff FAZ, Kohler SV, Becker M, Brandes D (2015) Efeito da idade no afilamento e sortimento em povoamentos de Araucaria angustifolia. *Revista Floresta e Ambiente*, v.22 (1): 50-59, 2015. Doi: <http://dx.doi.org/10.1590/2179-8087.080114>.
- Garay L (1979) *Tropical forest utilization system* (contrib. 36). VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. *Sealth. Coll. Forest. Resour., Inst. Forest Prod. Univ. Wash.*, 64p.
- Garber SM, Maguire DA (2003) Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. *Forest Ecology and Management*, 179 (1-3):507-522.
- Leite HG, Gama JV, Cruz JP, Souza AL (2006) Funções de afilamento para *Virola surinamensis*. *Árvore*, 30 (1):99-106.
- Machado ALF (2009) *Métodos usuais e propostos para expressar perfis dendrométricos e determinar volumes individuais*. 189f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Max TA, Burkhart HE (1976) Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, 22 (3):283-289.
- Mendonça AR, Silva GF, Oliveira JTS, Nogueira GS, Assis, AL (2007) Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. *Cerne*, 13 (1): 71-82.
- Miguel EP, Machado SA, Figueiredo Filho A, Arce JE (2011) Modelos polinomiais para representar o perfil e o volume do fuste de *Eucalyptus urophylla* na região norte do estado de Goiás. *Floresta*, 41(2):355-368. Doi: <http://dx.doi.org/10.5380/ufv.v41i2>.
- Môra R (2015) *Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de Pinus taeda e Eucalyptus saligna*. 277 f. Tese (Doutorado em Engenharia florestal) -Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Môra R, Silva GF, Goncalves FG, Soares CPB, Chichorro JF, Curto RA (2014) Análise de diferentes formas de ajuste de funções de afilamento. *Scientia Forestalis*, 42(102): 237-249.
- Müller MD, Salles TT, Paciullo DSC, Brighenti AM, Castro CRT (2014) Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. *Floresta*. 44(3): 473-484. Doi: <http://dx.doi.org/10.5380/ufv.v44i3>.
- Perez DN, Burkhart HE, Stiff CT (1990) A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in Central Honduras. *Forest Science*, 36 (1):186-191.



- R Core Team (2016). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>.
- Ribeiro JR, Andrade VCL (2016), Equações de Perfil do Tronco para *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh no Centro-sul Tocantinense. Revista *Floresta e Ambiente*, 23 (4): 534-543. doi: <http://dx.doi.org/10.1590/2179-8087.133215>.
- Salles TT, Leite HG, Oliveira Neto SN, Soares CPB, Paiva HN, Santos FL (2012) Modelo de Clutter na modelagem de crescimento e produção de eucalipto em sistemas de integração lavoura-pecuária-floresta. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 48, p. 253 - 260, 2012.
- Schöpfer W (1966) *Automatisierung des massen, sorten und werberechnung stenender waldbestände schriftenreihe*. Bad.: Wurt-Forstl. n.p.
- Silva S, Neto SNO, Leite HG, Obolari AMM, Schettini BLS (2016) Avaliação do uso de regressão e rede neural artificial para modelagem do afilamento do fuste de eucalipto em sistema silvipastoril. *Enciclopédia Biosfera*, 13(23): 189-199. Doi: 10,18677/Enciclopedia\_Biosfera\_2016\_018.
- Silveira DP, Leite HG, Silveira VP, Melido RC (2011) Classificação de árvores de eucalipto para postes em sistema Agroflorestal. *Árvore*, 35 (4): 875-882.
- Souza CAM, Silva GF, Xavier AC, Chichorro JF, Soares CPB, Souza AL (2008) Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. *Revista Árvore*, 32 (3):453-463.
- Souza RR, Nogueira GS, Júnior LSM, Oliveira MLR, Abrahão CP, Leite HG (2016) Forma de fuste de árvores de eucalipto em plantios adensados. *Scientia Forestalis*, 44 (109):109-40. doi: [dx.doi.org/10.18671/scifor.v44n109.03](http://dx.doi.org/10.18671/scifor.v44n109.03).
- Téo SJ, Marcon A, Ehlers T, Bianchi JC, Peloso A, Nava PR, Costa RH (2013) Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. *Floresta*, 43 (3): 439-452.
- Torres CMME, Oliveira AC, Pereira, BLC, Jacovine LAG, Oliveira Neto SN, Carneiro ACO, Torres CMME (2016) Estimativas da produção e propriedades da madeira de eucalipto em Sistemas Agroflorestais. *Scientia Forestalis*, 44, p. 137-148.