

## Efeito de variáveis de copa em funções de afilamento

Evandro Nunes Miranda <sup>1\*</sup> Isáira Leite e Lopes <sup>1</sup> Laís Almeida Araújo <sup>1</sup> Tácio de Souza Pádua Dias <sup>1</sup> Talles Hudson Souza Lacerda <sup>1</sup> Lucas Rezende Gomide <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal de Lavras, Av. Doutor Sylvio Menicucci, 1001 Aqueanta Sol, Lavras, CEP 37200-000, Lavras, MG, Brasil

### Original Article

\*Corresponding author:  
evandromiranda.florestal@gmail.com

### Palavras-chave:

Manejo florestal

Modelagem

Alometria

Morfometria da copa

### Keywords:

Forest management

Modeling

Allometry

Crown morphometry

### Received in

2019/05/13

### Accepted on

2020/06/05

### Published in

2020/06/30



DOI:

<https://doi.org/10.34062/afs.v7i2.8364>



**RESUMO:** Este trabalho teve como objetivo avaliar a contribuição de variáveis de copa e índices morfométricos na estimativa do afilamento. O estudo adotou indivíduos de *Xylopia brasiliensis*, situados na Reserva Florestal da Universidade Federal de Lavras (UFLA), um fragmento florestal de 5,8 ha. Uma cubagem não destrutiva foi realizada envolvendo 77 árvores da espécie em sete classes de diâmetro. Os modelos testados foram o Shöepfer, Hradetzky e Kozak, modelos tradicionais. Utilizou-se o procedimento stepwise para gerar um novo modelo com a inclusão de variáveis de copa, denominado de Hradetzky modificado. Os resultados mostram que o modelo Hradetzky modificado foi semelhante aos demais modelos com  $R^2_{aj} = 83,88\%$ ,  $S_{yx} = 1,96$  cm,  $S_{yx} (\%) = 54,75$  e  $AIC = -2.176,38$ . A superioridade dos modelos de Schöepfer, Hradetzky, Hradetzky modificado foi comprovada por apresentarem os menores valores de B, MD, SQRR e RP. Complementarmente, por meio do VIF, recomenda-se o uso dos modelos Hradetzky e Hradetzky modificado, visto que ambos resultaram em valores de VIF inferiores a 5 para as variáveis independentes, portanto não foram influenciados pela multicolinearidade. De fato, foi verificado por meio do gráfico de resíduos padronizados, que este último modelo demonstrou pouca contribuição nas estimativas, devido sua grande similaridade ao Hradetzky original. Nesse sentido, a adoção de variáveis de copa em funções de afilamento não influenciou significativamente nas estimativas. Contudo, sua aplicação inclui um fator biológico e explicativo ao perfil das árvores

## Effect of crown variables in taper functions

**ABSTRACT:** This study aimed to evaluate the contribution of crown variables and morphometric indices in the estimation of tapering. The study adopted individuals of *Xylopia brasiliensis*, located in the Forest Reserve of Universidade Federal de Lavras (UFLA), a forest fragment of 5.8 ha. A non-destructive cubing was performed involving 77 trees of the species in seven classes of diameter. The tested models were the Shöepfer, Hradetzky and Kozak, traditional models. The stepwise procedure was used to generate a new model with the inclusion of crown variables, named modified Hradetzky. The results show that the modified Hradetzky model was similar to the other models with  $R^2_{aj} = 83.88\%$ ,  $S_{yx} = 1.96$  cm,  $S_{yx} (\%) = 54.75$  and  $AIC = -2.176,38$ . The superiority of the Schöepfer, Hradetzky, modified Hradetzky models was proven by the lowest B, MD, SQRR and RP values. In addition, through the VIF, the use of the modified Hradetzky and Hradetzky models is recommended, since the both resulted in VIF values below 5 for the independent variables, therefore, they were not influenced by multicollinearity. In fact, was verified through the graph of standardized residues, that this last model presented little contribution in the estimates due the great similarity to the original Hradetzky. In this sense, the adoption of crown variables in tapering functions did not significantly influence the estimates. However, its application includes a biological and explanatory factor to the profile of the trees.

## Introdução

O Brasil possui a segunda maior área de florestas do mundo com 58% do seu território coberto por florestas naturais e plantadas, o que corresponde a aproximadamente 493,5 milhões de hectares. Desse total, 485,8 milhões de hectares são florestas nativas (Serviço Florestal Brasileiro 2016). Dessa maneira, fazem-se necessários avanços tecnológicos sobre as espécies que compõem a flora nativa, subsidiados por pesquisas científicas. Este diverso e rico ambiente possui enorme capacidade para produção, pois abrange diversos biomas e formações florestais, gerando uma enorme lista de espécies potenciais.

Independentemente do tipo de floresta, plantada ou nativa, a quantificação do número de toras é uma atividade necessária nos inventários, o que auxilia no planejamento florestal. O uso de modelos de afilamento, como historicamente proposto, permite a quantificação não apenas do sortimento de madeira, como ainda o volume ao longo do fuste (Favalessa et al. 2012; Andrade e Schmitt 2017). Logo, os fatores que mais afetam a precisão das estimativas estão associados à natureza dos modelos testados, bem como as características do povoamento, tais como o material genético, taxa de competição, sítio, idade e posição sociológica (Queiroz et al. 2008; Jiang e Liu 2011).

Existem ainda fatores relacionados à copa das árvores que são pouco utilizados, como sua dimensão, comprimento e altura da base da copa (Silva et al. 2011; Özçelik e Bal 2013; Souza et al. 2016). Usualmente, não se adota este tipo de variável, concentrando apenas no diâmetro a altura do peito (DAP) e altura total (H), tendo em vista sua maior facilidade de obtenção no campo. Contudo, Costa et al. (2016a) relatam que é possível descrever as dimensões das árvores sem identificar a idade por meio de relações morfométricas. Além disto, Özçelik et al. (2014) evidenciam que o uso de variáveis de copa promove melhorias na modelagem do afilamento.

A questão apresentada condiz com as mudanças tecnológicas incorporadas no manejo florestal, como uso de lidar, drones e algoritmos de reconhecimento de padrão, que tem se tornado alternativas viáveis para a obtenção de variáveis em campo, uma vez que essa pode ser uma atividade onerosa. Exemplo disso pode ser verificado nos estudos de Figueiredo et al. (2014) e Rex et al. (2018), onde a aquisição de variáveis de copa foi realizada por meio de sensoriamento remoto. Esta abordagem, com o uso de novas variáveis pode melhorar a acurácia dos modelos trazendo benefícios diretos ao setor florestal. Assim, de modo a explorar esta lacuna no Brasil, o estudo busca inserir variáveis de copa como complemento as variáveis clássicas adotadas, com o objetivo de avaliar a contribuição de variáveis de copa e índices morfométricos para

predição de afilamento de indivíduos de *Xylopia brasiliensis* (Pindaíba).

## Material e Métodos

### Área de estudo

O estudo foi realizado em uma Reserva Florestal da Universidade Federal de Lavras (UFLA) com área total de 5,8 ha (Figura 1), situada em Lavras, Minas Gerais, entre as coordenadas 21°13'40''S e 44°57'50''W e altitude média de 925 m. A reserva consiste em um fragmento classificado pelo IBGE (1993) como Floresta Estacional Semidecidual Montana, onde após perturbações no passado, encontra-se atualmente em processo de regeneração. De acordo com a classificação de Köppen, o clima regional é do tipo Cwb, com precipitação média anual de 1.530 mm e temperatura média de 19,4°C (Alvares et al. 2013). A espécie selecionada foi a *X. brasiliensis* que por meio da sua dominância na área de estudo, rápido crescimento e fuste retilíneo, tornou-se uma espécie potencial para o manejo florestal. Esta espécie tem despertado interesses científicos devido as suas potencialidades bioquímicas e econômicas embora ainda não seja plantada para fins comerciais (Scalon; Oliveira; Mello, 2012). Também são destacadas como potencialidades da espécie sua utilização em programas de restauração e produção (Scolforo et al., 2017).

### Obtenção dos dados

Para a realização do inventário florestal (censo), foram distribuídas 126 parcelas de 400 m<sup>2</sup> (20 x 20 m) em uma malha contínua na área de estudo. Todos os indivíduos da espécie *X. brasiliensis* com diâmetro > 5 cm foram identificados e mensurados o diâmetro à altura do peito (DAP) e a altura total (H), sendo estes candidatos a cubagem não destrutiva.

A seleção dos indivíduos para a cubagem foi efetuada previamente a ida ao campo, de modo aleatório, para abranger ao máximo a heterogeneidade existente na área, conforme as classes de diâmetro e localização geográfica. Estes foram alocados em 7 classes diamétricas com amplitude de 5 cm, totalizando uma amostragem com 77 indivíduos de *X. brasiliensis* distribuídos nas respectivas classes citadas (Tabela 1).

Os indivíduos selecionados foram submetidos a cubagem não destrutiva, com uso do Criterion RD1000, acoplado ao Trupulse. De cada indivíduo coletou-se o diâmetro na base, e nas alturas de 30 cm, 70 cm, 1 m, 1,30 m (DAP) e a partir dessa altura, de metro em metro até a altura comercial, conforme possibilidade em campo.

A copa foi descrita por meio das variáveis diâmetro de copa (Dc), altura de inserção no fuste (Hbc), e pela diferença entre a altura total e a altura da base da copa, obteve-se o comprimento da copa

(Cc). Na Tabela 1, encontram-se os valores referentes a análise descritiva realizada para os indivíduos selecionados. Pode-se observar os valores de coeficiente de variação (CV%) para o DAP, com média total de 8,54% e para a H, com

média total de 10,94 %. Esses valores demonstram que os indivíduos selecionados foram bastantes homogêneos e representativos da população.

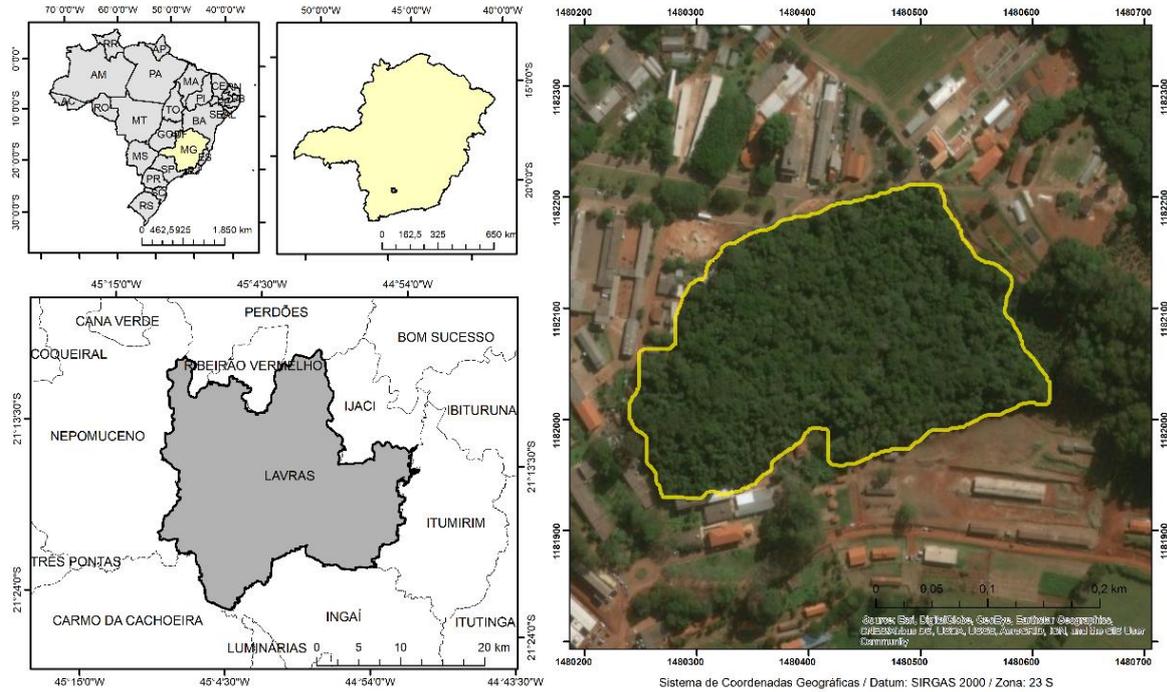


Figura 1. Mapa da área de estudo delimitando a Reserva Florestal e seu contexto na região.

*Funções de afilamento*

As funções de afilamento, tradicionalmente empregadas nos ajustes para descrever o comportamento dos diâmetros ao longo do fuste das árvores, foram: o polinômio do 5º grau (Shöepfer) (Equação 1), o polinômio de potências fracionárias e inteiras (Hradetzky) (Equação 2) e o modelo

proposto por Kozak et al. (1969) (Equação 3). Uma nova abordagem de modelo de afilamento foi desenvolvida neste trabalho por meio da inserção de variáveis na função de afilamento, referente ao polinômio de potências fracionárias e inteiras, em que foi denominado Hradetzky modificado (Equação 4).

$$\frac{d_{ij}}{DAP_j} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^5 + \varepsilon_i \tag{1}$$

$$\frac{d_{ij}}{DAP_j} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^{p_1} + \beta_2 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^{p_2} + \dots + \beta_n \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^{p_n} + \varepsilon_i \tag{2}$$

$$\frac{d_{ij}}{DAP_j} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_{ij}}{H_j}\right)^2} + \varepsilon_i \tag{3}$$

$$\frac{d_{ij}}{DAP_j} = \beta_0 + \sum_{k=1}^N \beta_k (M_k)^{p_n} + \varepsilon_i \tag{4}$$

Em que: dij: diâmetro na altura hij; DAPj: diâmetro à altura do peito da árvore j; hij: altura correspondente à seção i da árvore j; Hj: altura total da árvore j; β0, β1, ..., β5.: parâmetros a serem estimados; pn: expoentes relacionados às variáveis; βk: parâmetros a serem estimados referente a combinação Mk. Mk: combinações das variáveis de copa e índices morfométricos k, sendo um total de 25 opções; N: número de parâmetros do modelo de regressão.

Tabela 1. Estatística descritiva dos indivíduos de *X. brasiliensis* estudados.

Amostragem		Classes de diâmetro							Total
		1	2	3	4	5	6	7	
n		13	10	11	10	7	13	13	77
Estatísticas	Variáveis	Classes de diâmetro							Média total
		1	2	3	4	5	6	7	
Média	DAP (cm)	7,43	12,40	17,43	22,88	27,49	34,37	44,75	24,36
	HT (m)	8,98	13,39	15,75	15,77	15,71	16,88	18,54	15,08
	Hbc (m)	6,73	9,50	10,59	10,81	8,94	10,08	9,00	9,40
	Cc (m)	2,25	3,89	5,16	4,97	6,78	6,80	9,54	5,68
	Dc (m)	3,79	6,64	5,46	6,30	6,89	8,29	11,72	7,11
CV (%)	DAP	12,64	9,53	9,94	7,75	5,02	8,38	6,55	8,54
	HT	15,16	10,02	9,01	8,19	8,78	13,16	12,30	10,94
	Hbc	19,53	21,70	17,07	16,06	28,66	23,72	18,01	20,68
	Cc	44,21	40,96	27,11	37,05	40,59	26,96	27,33	34,89
	Dc	37,71	67,50	26,43	27,06	33,79	34,07	19,24	48,00
Máximo	DAP (cm)	8,9	14	19,9	24,9	28,7	39,8	50,6	26,9
	HT (m)	12,50	15,00	18,00	17,50	18,00	21,50	21,00	17,64
	Hbc (m)	8,90	12,20	14,00	13,20	13,00	14,00	11,00	12,33
	Cc (m)	3,9	5,7	7,75	7,8	9,5	10,08	14,55	8,47
	Dc (m)	6,85	14,50	7,06	9,46	10,36	12,31	14,50	14,50
Mínimo	DAP (cm)	6,08	10,50	15,10	20,05	25,00	30,40	40,10	21,03
	HT (m)	7,50	11,00	14,00	13,50	14,00	14,00	14,00	12,57
	Hbc (m)	4,60	5,70	8,51	8,20	5,50	5,90	5,95	6,34
	Cc (m)	0,9	1,63	3	1,5	1	4,2	5,9	2,59
	Dc (m)	2,50	2,54	3,45	3,96	3,96	2,97	6,90	2,50

DAP: diâmetro à altura do peito; H: altura total; Hbc: altura da base da copa; Cc: comprimento de copa e n: número de indivíduos amostrados; classes de DAP: 1 (5 a 10), 2 (10 a 15), 3 (15 a 20), 4 (20 a 25), 5 (25 a 30), 6 (30 a 40) e 7 (maior que 40).

O polinômio de 5º grau (Shöepfer) é uma das funções de afilamento mais difundida e utilizada para estimativas de diâmetro e cálculo do volume por sortimento. Diferente deste, o polinômio de potências fracionárias e inteiras (Hradetzky), conforme explicitado na própria denominação, utiliza potências inteiras da ordem de dezenas para representar a base de árvore, em conjunto com potências fracionárias para representar os extremos da árvore. Estes modelos foram ajustados por classe diamétrica, por meio do procedimento *stepwise*. Os expoentes utilizados na construção do modelo 2 pelo procedimento *stepwise* foram: 0,009; 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55 e 60. Estes foram obtidos por meio de testes prévios.

A construção do modelo Hradetzky modificado foi fundamentada nos seguintes termos,

em que:  $hi$  = altura (m) correspondente à seção  $i$ ;  $H$  = altura total (m),  $DAP$  = diâmetro à altura do peito (cm) e também no procedimento *stepwise*, que permitiu a adição de outros termos na equação, como variáveis de copa:  $Hbc$  = altura da base da copa (m),  $Cc$  = comprimento de copa (m) obtido pela a diferença entre  $H$  e  $Hbc$ ,  $Dc$  = diâmetro da copa (m),  $Ac$  = área de copa ( $m^2$ ) (Equação 5), as razões entre  $Cc$  e  $H$ ;  $Cc$  e  $DAP$ ;  $Cc$  e  $Hbc$ ;  $Hbc$  e  $H$ ;  $Hbc$  e  $DAP$ ;  $Hbc$  e  $Cc$ ,  $DAP$  e  $Cc$ ;  $H$  e  $Cc$ ;  $hi$  e  $Hbc$ ;  $hi$  e  $Cc$ . Além dos seguintes índices morfométricos, sendo estes, a proporção de copa ( $Pc\%$ ):  $Pc\% = (Cc.H-1)*100$ ; o índice de abrangência (IA):  $IA = (Dc.H-1)$ ; o índice de saliência (IS):  $IS = (Dc.DAP-1)$ ; o grau de esbeltez (GE):  $GE = (H.DAP-1)$ ; e o formal de copa (FC):  $FC = (Dc.Cc-1)$ . Os expoentes utilizados nesta construção foram os mesmos do polinômio de potências fracionárias e inteiras.

$$Ac = \frac{[(x_1x_2)sen(45^\circ) + (x_2x_3)sen(45^\circ) + \dots + (x_8x_1)sen(45^\circ)]}{2} \tag{5}$$

Em que:  $Ac$  : Área da copa;  $x_i$  : raios da copa.

*Avaliação dos ajustes*

Na seleção dos modelos foram considerados os critérios de avaliação: erro padrão residual (Syx), erro padrão residual em porcentagem (Syx %), gráfico de resíduo padronizado, coeficiente de determinação (R<sup>2</sup>), critério de Akaike (AIC) e o fator de inflação da variância (VIF). Este último, foi utilizado para detectar multicolinearidade, em que valores de VIF > 10 indicam que a variável apresenta forte multicolinearidade e pode ser excluída da base afim de diminuir este fator. Essas estatísticas foram calculadas com o auxílio do Rstudio (R Development Core Team 2017).

Tabela 2. Estatísticas relacionadas ao erro para descrever a qualidade das estimativas ao longo do fuste pelos modelos.

<b>Crítérios de Seleção</b>	<b>Equação Matemática</b>
<i>Bias (B)</i>	$\frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n}$
Média das diferenças absolutas (MD)	$\frac{\sum_{i=1}^n  Y_i - \hat{Y}_i }{n}$
Soma do quadrado do resíduo relativo (SQRR)	$\sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right)^2$
Porcentagem de resíduos (RP)	$\frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right)$

B: *Bias*; MD: média das diferenças absolutas; SQRR: soma do quadrado do resíduo relativo; RP: porcentagem de resíduos; n: número de observações; i: sub-índice das observações; e: erro; y: valor observado da variável dependente.

Inicialmente, o uso dessas métricas foram adotadas para verificar a qualidade dos ajustes. Contudo, de modo complementar, utilizou-se as estatísticas relacionadas ao erro, como o bias (B), média das diferenças absolutas (MD), soma do quadrado do resíduo relativo (SQRR) e porcentagem de resíduos (RP), que foram calculadas para cada altura (hi), relativa aos diâmetros (di) obtidos na cubagem não destrutiva (Tabela 2), para analisar o desempenho dos modelos nas estimativas ao longo do fuste. A partir destas análises, os modelos foram ranqueados conforme o grau de precisão, em que se atribuiu peso 1 ao modelo com maior precisão, e assim sucessivamente, até 4 para o modelo que

resultou em menor precisão (Fischer et al. 2001; Mendonça et al. 2007).

**Resultados**

Dentre os modelos testados para descrever o fuste das árvores de *X. brasiliensis*, os modelos de Schöepfer, Hradetzky e Hradetzky modificado apresentaram um comportamento similar, com os melhores ajustes. Estes tem sua elaboração fundamentada na relação hi/H, mas Hradetzky modificado contém a adição das seguintes relações com variáveis de copa: *cc/DAP* e *hbc/DAP*. Ressalta-se que a seleção de potências com grandezas distintas para os modelos, Hradetzky e Hradetzky modificado, resultaram do procedimento de construção do modelo. No modelo Hradetzky modificado verificou-se potências com maior dimensão, tanto na base, como na ponta das árvores, atribuídas as variáveis, *cc/DAP* e *hbc/DAP*. Que obtiveram menor correlação com a variável  $d_i/DAP$ , sendo estas, 0,03 e -0,18 (Tabela 3).

Ao analisar as medidas de precisão referentes aos quatro modelos (Tabela 3), observa-se conforme o  $R_{aj}^2$  (%) que todos os modelos explicaram mais de 80% da variação do diâmetro ao longo do fuste, com exceção do modelo de Kozak. O Syx (cm) e o Syx (%) também demonstraram uma ligeira desvantagem do Kozak cujos valores foram 2,44 cm e 68,21%, respectivamente, em comparação aos outros modelos que apresentaram menores erros, sendo estes valores próximos entre si. Concomitantemente com as demais estatísticas avaliadas, os valores de AIC também confirmam, que os modelos de Schöepfer, Hradetzky e Hradetzky modificado sobressaíram-se com os melhores resultados para estimar o diâmetro ao longo do fuste, com base em todos os critérios de avaliação (Tabela 3 - I). Estes mostraram ajustes satisfatórios, considerando os dados providos de uma espécie nativa. Já o modelo de Kozak, não seria recomendado para estimar os diâmetros ao longo do fuste, devido ao seu desempenho inferior aos demais modelos.

De forma complementar aos critérios de avaliação dos modelos, anteriormente avaliados, observou-se na Tabela 3 - II, conforme o grau de precisão das estimativas para o ranqueamento dos mesmos, que o modelo de Kozak foi celeremente inferior aos demais com maiores valores para as métricas B, MD, SQRR e RP. Logo, observou-se a superioridade dos modelos de Schöepfer, Hradetzky, Hradetzky modificado, pois apresentaram os menores valores de B, MD, SQRR e RP. Estes resultados garantiram aos modelos de Hradetzky modificado e Hradetzky, a primeira e segunda

posição no ranqueamento, respectivamente, seguidos de Schöepfer. Este comportamento

demonstra a maior acurácia destes modelos na estimativa do diâmetro.

Tabela 3. Análise descritiva dos modelos testados e suas estatísticas na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste.

Análises		Shöepfer	Hradetzky	Kozak	Hradetzky modificado				
Parâmetros	$\beta_0$	1,253	25,820	1,330	21,780				
	$\beta_1$	-4,619	-25,062	-2,535	5,61E+15				
	$\beta_2$	23,976	-0,488	1,851	-21,040				
	$\beta_3$	-60,461	-	-	-0,645				
	$\beta_4$	68,489	-	-	0,001				
	$\beta_5$	-28,820	-	-	-				
I	Syx (cm)	2,02	1,97	2,44	1,96				
	Syx (%)	56,50	55,05	68,21	54,75				
	$R_{aj}^2$ (%)	80,49	81,61	68,46	83,88				
	AIC	-1.999,06	-2.059,19	-338,35	-2.176,38				
II	B	-0,07 (3)	-0,07 (2)	0,12 (4)	-0,05 (1)				
	MD	1,36 (3)	1,32 (2)	1,71 (4)	1,30 (1)				
	SQRR	7,36 (3)	7,13 (2)	10,57 (4)	6,69 (1)				
	RP	- 0,75 (2)	-0,73 (1)	-1,42 (4)	-0,88 (3)				
NOTA TOTAL		11	7	16	6				
III	VIF	hi/H*	448,66	(hi/H) <sup>0,004</sup>	1,53	hi/H*	10,58	(cc/DAP) <sup>60*</sup>	1,00
		(hi/H) <sup>2*</sup>	14.697,21	(hi/H) <sup>3*</sup>	1,53	(hi/H) <sup>2</sup>	10,58	(hi/H) <sup>0,005*</sup>	1,33
		(hi/H) <sup>3*</sup>	77.104,00					(hi/H) <sup>4*</sup>	1,35
		(hi/H) <sup>4*</sup>	79.450,25					(hbc/DAP) <sup>60</sup>	1,01
		(hi/H) <sup>5*</sup>	11.076,11						

$\beta_j$ : parâmetros estimados; di: diâmetro à altura do peito; DAP: diâmetro à altura do peito; Hbc: altura da base da copa; hi: altura correspondente à seção “i”; H: altura total; Cc: comprimento de copa; Critérios de avaliação dos modelos (I), Syx: erro padrão residual; Syx%: erro padrão residual em porcentagem;  $R_{aj}^2$ : coeficiente de determinação ajustado; AIC: critério de Akaike; Medidas de precisão para ranqueamento dos modelos (II), B: Bias; MD: média das diferenças absolutas; SQRR: soma do quadrado do resíduo relativo; RP: porcentagem de resíduos e análise das variáveis dos modelos (III), VIF: fator de inflação da variância, \*significativo ao nível de probabilidade de 95%.

Também é possível afirmar, com base na análise das variáveis dos modelos (Tabela 3 - III), que a inserção de variáveis de copa, *cc/DAP* e *hbc/DAP*, como alternativa para modelagem do afilamento do tronco, em uma estrutura similar ao modelo de Hradetzky, não proporcionou melhorias na performance do modelo, uma vez que esta modificação resultou em estatísticas com valores muito semelhantes quando comparado ao modelo original que envolve somente a relação *hi/H*. O modelo Hradetzky modificado também manteve a semelhança entre as potências e valores de VIF para as variáveis *hi/H*, quando comparado com o modelo de Hradetzky. A partir desse comportamento, compreende-se que estas variáveis

de copa não influenciaram significativamente nas mudanças do afilamento do tronco, e conseqüentemente não proporcionaram melhorias das estimativas para as árvores da espécie *X. brasiliensis*. Entretanto, estas variáveis agregam um maior poder explicativo concernente aos processos biológicos.

Á partir do VIF, critério também utilizado na seleção dos modelos, foi possível indicar que os modelos Hradetzky modificado e Hradetzky podem ser utilizados, visto que não foram influenciados pela multicolinearidade, pois ambos resultaram em valores de VIF inferiores a 5 para as variáveis independentes. Em contrapartida, não recomenda-se para a espécie *X. brasiliensis*, os modelos de Kozak e Schöepfer, pois apresentaram valores de VIF superiores a 10.

Ao avaliar os gráficos de dispersão dos resíduos padronizados, em que foram detectados a heterocedasticidade dos erros (Figura 2), é notório que em todos os modelos os erros se encontram no intervalo entre 6 e -6. Em geral, os modelos apresentaram um bom comportamento na estimativa do diâmetro no topo das árvores, com distribuição dos resíduos mais balanceada e com menor

tendenciosidade em superestimar e subestimar o diâmetro. Um comportamento semelhante foi evidenciado na porção intermediária das árvores. Entretanto, para a base da árvore, todos os modelos revelaram dificuldades na modelagem denotadas por suas tendenciosidades, expressando a incapacidade dos modelos para estimar o diâmetro nesta porção da árvore.

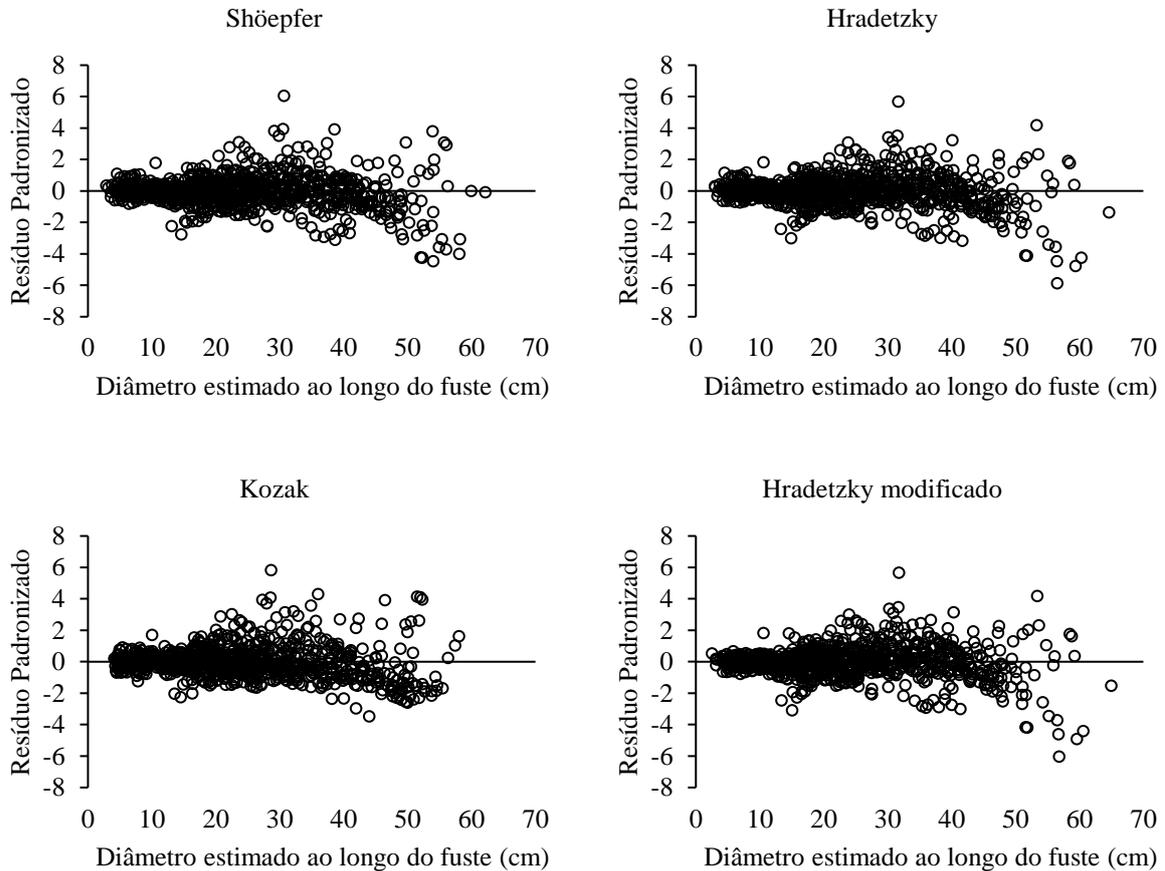


Figura 2. Gráfico de resíduo para os quatro modelos ajustados.

Em geral, os modelos de Hradetzky e Hradetzky modificado obtiveram o maior êxito na obtenção de estimativas mais precisas para 80% da porção do fuste (representadas pela porção intermediária e topo das árvores). Contudo, para a base das árvores, todos os modelos apresentaram dificuldades em produzir boas estimativas. Também é válido ressaltar que, o modelo Hradetzky modificado resultou em um mínimo impacto nas estimativas do diâmetro, demonstrando sua grande similaridade ao Hradetzky, em sua versão original. Nesse sentido, os esforços para a obtenção e inclusão das variáveis de copa propostas serão viabilizados conforme o objetivo do estudo. Portanto, não são justificáveis para obtenção das estimativas, mas podem ser consideradas quando almeja-se um maior poder explicativo inerente aos processos biológicos na modelagem do perfil das árvores.

#### Discussão

No Brasil, são poucos os estudos sobre a forma da árvore por meio de funções de afilamento para espécies nativas, como exemplo Soares et al. (2011) que realizaram o ajuste de equações hipsométricas, volumétricas e de afilamento para 11 espécies nativas, em que as espécies foram plantadas em parcelas experimentais. O modelo de Biging (1984) resultou em maior precisão das estimativas para a maioria das espécies, com exceção do Jatobá.

Diante disso, Beltran et al. (2017) relatam que diferente da floresta plantada, a nativa dificilmente fornece perfeição teórica para as equações, uma vez que possui maior heterogeneidade que pode ser atribuída as irregularidades do perfil do fuste das árvores. Nesse sentido, deve-se ressaltar que no presente trabalho os indivíduos de *X. brasiliensis* se encontram estabelecidos em um fragmento típico de floresta nativa, sofrendo as influências de todo o ambiente ao redor, em competição contínua com outros indivíduos por espaço, luz e nutrientes. Essa

competição exerce sua influência na forma da árvore por toda sua vida. Assim, pode-se observar que os erros estão associados as espécies e também são dependentes de suas interações com os modelos testados.

O modelo de Kozak apresentou baixo desempenho, o que também foi evidenciado no trabalho de Queiroz et al. (2008) com a espécie *Mimosa scrabella* e de Lansanova et al. (2013) com as espécies florestais *Goupia glabra*, *Qualea albiflora*, *Trattinnickia burseraefolia*, *Erisma uncinatum* e *Mezilaurus itauba*, comercialmente exploradas na Amazônia Mato-grossense. Conforme Yoshitani Junior et al. (2012), este comportamento é atribuído aos parâmetros desse modelo que não conseguem representar as extremidades superior e inferior da árvore, o que corrobora parcialmente com o presente trabalho, uma vez que apresentou resultados satisfatórios para a extremidade superior da árvore. Sendo assim, a sua baixa acuracidade inviabiliza o seu uso na predição do diâmetro ao longo do fuste referente a espécie em estudo. Em contraposição a este modelo, foi comprovada a superioridade de Hradetzky para descrever o perfil do fuste nos estudos de Silva et al. (2011) e Fischer et al. (2001), o que também é constatado neste trabalho.

O alto grau de competição no ambiente natural, em que os indivíduos de *X. brasiliensis* se estabeleceram, conferiu as mais diversas formas ao fuste das árvores, o que dificulta a modelagem das mesmas. A abordagem com variáveis de copa despontou de modo a descrever o comportamento do perfil das árvores, uma vez que o padrão de crescimento ao longo do fuste pode ser determinado pela copa. Assim, as mudanças na forma do fuste são atribuídas ao seu papel no suporte mecânico da folhagem, para resistir a ventos e a gravidade. Por outro lado, também é responsável pela condução de água e nutrientes minerais, das raízes até as folhas, de modo a atender as necessidades funcionais da folhagem (Li e Weiskittel 2010; Dean 2018). Li e Weiskittel (2010), em estudos similares, comprovaram um melhor desempenho na predição das variáveis forma e volume do fuste, por meio da adição das variáveis como comprimento da copa, razão de copa e altura da base da copa, para as espécies *Abies balsamea* L. Mill, *Picea rubens* Sarg. e *Pinus strobus* L. Para Jiang e Liu (2011), a razão de copa e a área basal influenciaram no afilamento das árvores, visto que ao serem incorporadas na função de afilamento propiciaram estimativas com maior precisão para a espécie *Larix gmelinii* Rupr. Além da razão de copa, Özçelik e Bal (2013) constataram que a combinação da mesma, com o comprimento de copa, forneceu melhorias para predição da forma do fuste de *Pinus nigra*, principalmente para a porção intermediária das árvores.

Entretanto, no presente estudo, a introdução das variáveis associadas à copa das árvores não permitiu uma melhoria significativa nas estimativas, visto que o modelo Hradetzky modificado apresentou resultados predominantemente semelhantes ao modelo de Hradetzky, seguido de Shöepfer. Conforme exposto, vale ressaltar que a influência das variáveis de copa no afilamento depende da espécie, da variação dos tamanhos de copa e das equações utilizadas (Li e Weiskittel 2010; Özçelik e Bal 2013). Sendo assim, mesmo não sendo justificáveis os esforços para a inserção de variáveis de copa para a espécie em estudo devido essas não proporcionarem melhorias das estimativas, ainda sugere-se a aplicação do modelo proposto para uma maior compreensão dos processos biológicos nas mudanças no tronco, tanto para a *X. brasiliensis* como para outras espécies.

### Conclusões

O uso do modelo Hradetzky é recomendável para a espécie *X. brasiliensis* e outras espécies estabelecidas em áreas naturais, sujeitas a influência da competição no ambiente.

O modelo Hradetzky modificado apresentou resultados semelhantes aos modelos de Hradetzky e de Shöepfer, não justificando esforços para a obtenção e inserção de variáveis de copa para fins comerciais.

Embora o modelo proposto com variáveis de copa resultou em uma mínima contribuição na melhoria da performance do modelo original de Hradetzky, sua aplicação agrega um fator biológico e explicativo ao perfil das árvores *X. brasiliensis*. Assim como, sugere-se estudos posteriores com outras espécies levando em consideração diversas variáveis cuja abordagem possa contribuir com o caráter explicativo do modelo.

### Agradecimentos

Esse estudo foi financiado em parte pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES).

### Referências

Alvares CA, Stape JL, Sentelhas PC, Gonçalves JLM, Sparovek G (2013) Köppen's climate classification map for Brazil. *Meteorologische Zeitschrift*, 22 (6): 711-728. doi: 10.1127/0941-2948/2013/0507

Andrade VCL, Schmitt T (2017) Modelos de taper empregados em florestas brasileiras nativas e plantadas diferentes do eucalipto e pinus. *Advances in Forestry Science*, 4 (1):89 – 92. doi: 10.34062/afs.v4i1.3950

- Beltran HA, Chauchard L, Iaconis A, Pastur GM (2017) Volume and taper equations for commercial stems of *Nothofagus obliqua* and *N. alpina*. *Cerne*, 23 (3): 299 – 309. doi: 10.1590/0104776020172302233
- Costa EA, Finger CAG, Fleig FD (2016a) Influence of social position on the morphometrics relations in *Araucaria angustifolia*. *Ciência Florestal*, 26(1): 225 – 234. doi: 10.5902/1980509821116
- Costa EA, Finger CAG, Schneider PR, Hess AF (2016b) Taper function and timber assortments for *Araucaria angustifolia*. *Ciência Florestal*, 26 (2): 523 – 533. doi: 10.5902/1980509822753
- Dean T (2018) Neighbor and Height Effects on Crown Properties Associated with the Uniform-Stress Principle of Stem Formation. *Forests*, 9 (6): 1 – 14. doi:10.3390/f9060334
- Favalessa CMC, Ubialli JÁ, Caldeira SF, Drescher R, Acosta FC (2012) Equações de sortimentos para *Tectona grandis* na região centro-sul de Mato Grosso. *Pesquisa Florestal Brasileira*, 32 (72): 389 – 399. doi: 10.4336/2012.pfb.32.72.389
- Figueiredo EO, D'oliveira MVN, Fearnside PM, Papa DdeA (2014) Modelos para estimativa de volume de árvores individuais pela morfometria da copa obtida com lidar. *Cerne*, 20 (4): 621 – 628. doi: 10.1590/01047760201420041693
- Fischer F, Scolforo JRS, Acerbi Júnior FW, Mello JMD, Maestri R (2001) Accuracy of non-segmented polynomial taper models and taper model based on volume ratio to describe the stem profile of *Pinus taeda*. *Ciência Florestal*, 11 (1): 167 – 188. doi: 10.5902/19805098503
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOESTATÍSTICA – IBGE. *Mapa de vegetação do Brasil*: Escala 1:5.000.000, Rio de Janeiro, 1993.
- Jiang LC, Liu RL (2011) Segmented taper equations with crown ratio and stand density for Dahurian Larch (*Larix gmelinii*) in Northeastern China. *Journal of Forestry research*, 22 (3): 347 – 352. doi: 10.1007/s11676-011-0178-4
- Kozak A, Munro DD, Smith JHG (1969) Taper functions and their application in Forest inventory. *Forestry Chronicle*, 45 (4): 278 - 283, 1969. doi: 10.5558/tfc45278-4
- Lansanova LR, Ubialli Já, Arce JE, Pelissari A, Favalessa CM, Drescher R (2013) Avaliação de funções de afilamento para a estimativa de diâmetro de espécies florestais comerciais do bioma amazônico mato-grossense. *Floresta*, 43 (2): 215 – 224. doi: 10.5380/uf.v43i2.26518
- Li R, Weiskittel AR (2010) Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. *Annals of Forest Science*, 67 (3): 302 -317. doi: 10.1051/forest/2009109
- Mendonça ARde, Silva GFda, Oliveira JTdaS, Nogueira GS, Assis ALde (2007) Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. *Cerne*, 13 (1): 71 - 82.
- Özçelik R, Bal C (2013) Effects of adding crown variables in stem taper and volume predictions for black pine. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry*, 37 (2): 231 - 242. doi: 10.3906/tar-1206-2
- Özçelik R, Diamantopoulou MJ, Brooks JR (2014) The use of tree crown variables in over-bark diameter and volume prediction models. *iForest-Biogeosciences and Forestry*, 7 (3): 132 - 139. doi: 10.3832/ifor0878-007
- Queiroz D, Machado SdoA, Figueiredo Filho A, Arce JE, Koehler HS (2008) Identidade de modelos em funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR. *Floresta*, 38 (2): 339 - 349. doi: 10.5380/uf.v38i2.11629
- R Development Core Team. *R: A Language And Environment For Statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. 2017.
- Rex FE, Käfer OS, Breunig FM, Spohr RB, Santos RS (2018) Classificação supervisionada de copas de árvores em imagem de alta resolução espacial. *Biofix scientific journal*, 3 (2): 216-223. doi: 10.5380/biofix.v3i2.59563
- Scalon J, Oliveira C, Mello J (2012) Spatial analysis of a forest fragment based on dirichlet's mosaic. *Revista Árvore*, 36(4): 733–740.
- Scolforo HF, Scolforo JRS, Thiersch CR, Thiersch MF, McTague JP, Burkhart H, Ferraz Filho AC, Mello JM de, Roise J (2017) A new model of tropical tree diameter growth rate and its application to identify fast-growing native tree species. *Forest Ecology and Management*, 400: 578–586. doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.foreco.2017.06.048
- Serviço Florestal Brasileiro (SFB). *Conhecendo sobre as florestas*. Disponível em: < http://snif.florestal.gov.br/pt-br/conhecendo-sobre-florestas > Acesso em: 03 de agosto de 2018.

Silva FDa, Dalla-Corte AP, Sanquetta CR (2011) Equações de afilamento para descrever o volume total do fuste de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região do Triângulo Mineiro. *Scientia Forestalis*. 39 (91): 367 – 376.

Soares CPB, Martins FB, Leite Junior HU, Silva GFD, Figueiredo LTMD (2011) Equações hipsométricas, volumétricas e de taper para onze espécies nativas. *Revista Árvore*, 35: 1039 -1051. doi: 10.1590/S0100-67622011000600010

Souza CAMDe, Finger CAG, Schneider PR, Muller I (2016) Modelos de afilamento para *Pinus taeda* L. baseados em pontos de mudança de forma. *Ciência Florestal*, 26 (4): 1239 - 1246. doi: 10.5902/1980509825120

Yoshitani Junior M, Nakajima NY, Arce JE, Machado AS, Druszcz JP, Hosokawa RT, Mello AADe (2012) Funções de afilamento para plantios desbastados de *Pinus taeda*. *Floresta*, 42 (1): 169 - 176. doi: 10.5380/uf.v42i1.26315